4.1.1n次方根与分数指数幂

学习内容

1、a的n次方根的定义

2、a的n次方根的表示

3、根式的性质

学习目标

1.理解n次方根、根式的概念.

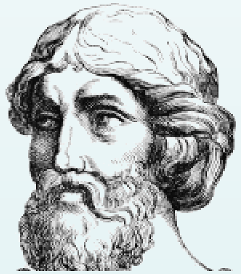
2.能正确运用根式运算性质化简求值.

内容索引

新知探究

▶情境引入

公元前五世纪，古希腊有一个数学学派名叫毕达哥拉斯学派，其学派中的一个成员希帕索斯考虑了一个问题：边长为 1 的正方形其对角线长度是多少呢？他发现这一长度既不能用整数、也不能用分数来表示，希帕索斯的发现促进了数学史上第一个无理数$\sqrt{2}$的诞生.



希帕索斯

问题　若$x^2=3$，这样的x有几个？它们叫做3的什么？怎么表示？

提示　这样的 x 有 2 个，它们都称为 3 的平方根，记作$\pm\sqrt{3}$.

1 知识梳理

知识点一　n次方根，根式

1.a的n次方根的定义

一般地，如果$x^n=a$，那么x叫做a的__n次方根__，其中$n>1$，且$n\in\mathbf{N}^*$.

2.a的n次方根的表示

n的奇偶性	a的n次方根的表示符号	a的取值范围
n为奇数	$\sqrt[n]{a}$	$\mathbf{R}$
n为偶数	$\pm\sqrt[n]{a}$	$[0,+\infty)$

3.根式：式子$\sqrt[n]{a}$叫做根式，这里n叫做__根指数__，a叫做__被开方数__.

思考　根据n次方根的定义，当n为奇数时，是否对任意实数a都存在n次方根？n为偶数呢？

答案　当n为奇数时，对任意实数a，都存在n次方根，可表示为$\sqrt[n]{a}$，但当n为偶数时不是，因为当$a<0$时，a没有n次方根；当$a \geq 0$时，a才有n次方根，可表示为$\pm\sqrt[n]{a}$

知识点二　根式的性质

根式的性质是化简根式的重要依据

(1)_负数_没有偶次方根.

(2)0 的任何次方根都是 0，记作 $\sqrt[n]{0}=\underline{0}$.　（n∈N*)

(3)$(\sqrt[n]{a})^n=\underline{a}$ $(n\in\mathbf{N}^*$，且 $n>1)$.

(4) n为大于1的奇数时 $\sqrt[n]{a^n}=\underline{a}$

(5)$\sqrt[n]{a^n}=|a|=\begin{cases}\underline{a}, & a\geq 0,\\ \underline{-a}, & a<0\end{cases}$ (n 为大于 1 的偶数).

思考　根式化简开偶次方根时应注意什么问题？

答案　开偶次方根时，先用绝对值表示开方的结果，再去掉绝对值符号，化简时结合条件或分类讨论.

思考辨析　判断正误

1.实数a的奇次方根只有一个.(√)

2.当$n\in\mathbf{N}^{*}$时，$(\sqrt[n]{-2})^{n}=-2$.(×)

3.当$a\geqslant 0$时，$\sqrt[n]{a}$表示一个数.(√)

4.当n为偶数，$a\geqslant 0$时，$\sqrt[n]{a}\geqslant 0$.(√)

5.$\sqrt[n]{a^{n}}=(\sqrt[n]{a})^{n}$.(×)

返回

2 题型探究