

广东省高三5月联考

数学试题

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为120分钟，满分150分

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 方程 $x^3 - x^2 + x - 1 = 0$ 的一个根是 ()
A. $-2i$ B. -1 C. 2 D. $-i$
2. 抛物线 $x^2 = ay$ 的焦点坐标是 $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ ，则焦点到准线的距离为 ()
A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 2
3. 长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，四边形 ABB_1A_1 为正方形，直线 B_1C 与直线 AD 所成角的正切值为2，则直线 B_1D 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值为 ()
A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$
4. 某公司的员工中，有15%是行政人员，有35%是技术人员，有50%是研发人员，其中60%的行政人员具有博士学位，40%的技术人员具有博士学位，80%的研发人员具有博士学位，从具有博士学位的员工中任选一人，则选出的员工是技术人员的概率为 ()
A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{4}{9}$
5. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $5a_5 - 2S_5 = 2$ ，则 $6a_6 - 2S_6 =$ ()
A. 4 B. $\frac{12}{5}$ C. $\frac{6}{5}$ D. 6
6. 正三角形 ABC 所在的平面垂直于正三角形 ABD 所在的平面，且 A, B, C, D 四点在半径为 $\sqrt{5}$ 的球 O 的球面上，则 CD 的长为 ()
A. 5 B. $2\sqrt{2}$ C. 4 D. $3\sqrt{2}$

7. 把数字 1、2、3 分别写在 9 张卡片上，其中有 4 张写着 1，4 张写着 2，1 张写着 3，把这 9 张卡片排成三行三列，每行每列都是三张卡片，则每行和每列的卡片上数字和为奇数的排法的种数有（ ）

- A. 30 B. 27 C. 54 D. 45

8. 已知正实数 a, b ，记 $M = \max\left\{4a, b, \frac{1}{\sqrt{ab}}\right\}$ ，则 M 的最小值为（ ）

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. 1 D. $\sqrt{3}$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 半导体的摩尔定律认为，集成电路芯片上的晶体管数量的倍增期是两年，用 $f(t)$ 表示从 $t=0$ 开始，晶体管数量随时间变化的函数，若 $f(0)=1000$ ，则下面选项中，符合摩尔定律公式的是（ ）

A. 若 t 是以月为单位，则 $f(t) = 1000 + \frac{1000}{24}t$

B. 若 t 是以年为单位，则 $f(t) = 1000 \times (\sqrt{2})^t$

C. 若 t 是以月为单位，则 $\lg f(t) = 3 + \frac{\lg 2}{24}t$

D. 若 t 是以年为单位，则 $\lg f(t) = 3 + \frac{\lg\left(\frac{3}{2}t+1\right)}{2}$

10. $\triangle ABC$ 的重心为点 G ，点 O, P 是 $\triangle ABC$ 所在平面内两个不同的点，满足 $\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$ ，则（ ）

A. O, P, G 三点共线 B. $\vec{OP} = 2\vec{OG}$

C. $2\vec{OP} = \vec{AP} + \vec{BP} + \vec{CP}$ D. 点 P 在 $\triangle ABC$ 的内部

11. 已知函数 $f(x) = \cos(\omega x + \varphi)$ $\left(\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}\right)$ 满足 $f\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = f(-x)$, $f\left(\frac{\pi}{6}\right) + f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0$ ，且在

$\left(\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}\right)$ 上单调递减，则（ ）

A. 函数 $y = f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$ 对称 B. φ 可以等于 $-\frac{\pi}{4}$

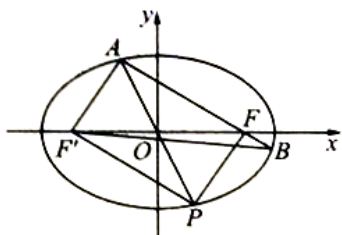
C. ω 可以等于 5 D. ω 可以等于 3

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. 已知集合 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ，集合 $B = \{x | x^2 - x - a < 0\}$ ，写出满足 $A \cap B = \{0, 1\}$ 的一个实数 a 的值

13. 已知函数 $y_1 = x^{\frac{1}{2}}$ 的图象与函数 $y_2 = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象在公共点处有相同的切线, 则 $a =$ _____, 切线方程为 _____.

14. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的右焦点是 F , 过点 F 作直线 l 交椭圆于点 A, B , 过点 F 与直线 l 垂直的射线交椭圆于点 P , $|AB| = \frac{12}{5}|PF|$, 且三点 A, O, P 共线 (其中 O 是坐标原点), 则椭圆的离心率为 _____.



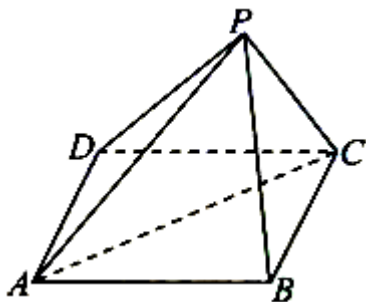
四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (13 分) 已知函数 $f(x) = ax^3 - \frac{1}{2}(3a+1)x^2 + x, a \in \mathbf{R}$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若函数 $f(x)$ 的极小值为 $-\frac{2}{3}$, 求实数 a 的取值集合.

16. (15 分) 已知四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是矩形, $AB = AP = 2, BC = PC = \sqrt{2}$, $\cos \angle PCB = \frac{1}{3}$.



(1) 求证: 平面 $PAC \perp$ 平面 $ABCD$;

(2) 求二面角 $B-PA-D$ 的余弦值.

17. (15 分) 一枚棋子在数轴上可以左右移动, 移动的方式以投掷一个均匀的骰子来决定, 规则如下: 当所掷点数为 1 点时, 棋子不动; 当所掷点数为 3 或 5 时, 棋子在数轴上向左 (数轴的负方向) 移动 “该点数减 1” 个单位; 当所掷的点数为偶数时, 棋子在数轴上向右 (数轴的正方向) 移动 “该点数的一半” 个单位; 第一次投骰子时, 棋子以坐标原点为起点, 第二次开始, 棋子以前一次棋子所在位置为该次的起点.

(1) 投掷骰子一次, 求棋子的坐标的分布列和数学期望;

(2) 投掷骰子两次, 求棋子的坐标为 -2 的概率;

(3) 投掷骰子两次, 在所掷两次点数和为奇数的条件下, 求棋子的坐标为正的的概率.

18. (17分) 已知双曲线 $C: x^2 - y^2 = 1$, 直线 $l: y = mx + \frac{1}{m}$ 与双曲线 C 交于两个不同的点 A, B , 直线 $y = \frac{1}{m}x$ 与直线 l 交于点 P .

(1) 求证: 点 P 是线段 AB 的中点;

(2) 若点 A, B 两点分别在双曲线两支上, 求 $\triangle OAB$ 的面积的最小值 (其中 O 是坐标原点).

19. (17分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的各项是奇数, 且 a_n 是正整数 n 的最大奇因数,

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{2^n}.$$

(1) 求 a_6, a_{20} 的值;

(2) 求 S_1, S_2, S_3 的值;

(3) 求数列 $\{S_n\}$ 的通项公式.

广东省高三5月联考

数学试题

- 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上.
- 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效.
- 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

考试时间为 120 分钟, 满分 150 分

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 方程 $x^3 - x^2 + x - 1 = 0$ 的一个根是 ()

A. $-2i$

B. -1

C. 2

D. $-i$

【答案】D

【解析】

【分析】因式分解后解方程可得.

【详解】原方程可化为 $(x-1)(x^2+1)=0$ ，所以 $x=1$ 或 $x=\pm i$ ，

故选：D.

2. 抛物线 $x^2 = ay$ 的焦点坐标是 $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ ，则焦点到准线的距离为 ()

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 2

【答案】A

【解析】

【分析】根据抛物线的标准方程的知识求解.

【详解】由题意 $\frac{a}{4} = -\frac{1}{2}$ ， $a = -2$ ，即抛物线标准方程为 $x^2 = -2y$ ，所以焦点到准线的距离为 $\frac{2}{2} = 1$ ，

故选：A.

3. 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，四边形 ABB_1A_1 为正方形，直线 B_1C 与直线 AD 所成角的正切值为 2，则直线 B_1D 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值为 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

【答案】B

【解析】

【分析】由异面直线所成的角求得长方体中棱的关系，再根据线面角定义计算.

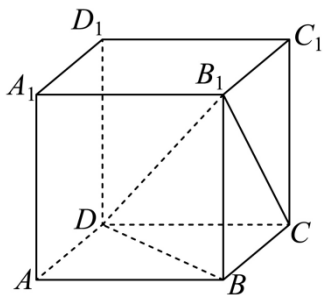
【详解】长方体中， $AD \parallel BC$ ，所以 $\angle BCC_1$ 就是直线 B_1C 与直线 AD 所成角，

因此 $\tan \angle BCB_1 = \frac{BB_1}{BC} = 2$ ，即 $BC = \frac{1}{2}BB_1$ ，

又由 $BB_1 \perp$ 平面 $ABCD$ 知 $\angle B_1DB$ 是直线 B_1D 与平面 $ABCD$ 所成角，

$$\tan \angle B_1DB = \frac{BB_1}{BD} = \frac{BB_1}{\sqrt{CD^2 + BC^2}} = \frac{BB_1}{\sqrt{BB_1^2 + \left(\frac{1}{2}BB_1\right)^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}，$$

故选：B.



4. 某公司的员工中, 有15%是行政人员, 有35%是技术人员, 有50%是研发人员, 其中60%的行政人员具有博士学位, 40%的技术人员具有博士学位, 80%的研发人员具有博士学位, 从具有博士学位的员工中任选一人, 则选出的员工是技术人员的概率为 ()

- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{4}{9}$

【答案】C

【解析】

【分析】设事件 A = “选出的员工是行政人员”, B = “选出的员工是技术人员”, C = “选出的员工是研发人员”, D = “选出的员工具有博士学位”, 由全概率公式及条件概率公式分别求出 $P(D)$ 和 $P(DB)$, 即可求解.

【详解】设事件 A = “选出的员工是行政人员”, B = “选出的员工是技术人员”, C = “选出的员工是研发人员”, D = “选出的员工具有博士学位”,

由题可知, $P(A) = 0.15$, $P(B) = 0.35$, $P(C) = 0.5$, $P(D|A) = 0.6$, $P(D|B) = 0.4$, $P(D|C) = 0.8$,

所以 $P(D) = P(D|A)P(A) + P(D|B)P(B) + P(D|C)P(C)$

$$= 0.15 \times 0.6 + 0.35 \times 0.4 + 0.5 \times 0.8 = 0.63,$$

$$P(D|B) = \frac{P(DB)}{P(B)} = \frac{P(DB)}{0.35} = 0.4, \quad P(DB) = 0.14,$$

$$\text{所以 } P(B|D) = \frac{P(BD)}{P(D)} = \frac{0.14}{0.63} = \frac{2}{9},$$

故选: C.

5. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $5a_5 - 2S_5 = 2$, 则 $6a_6 - 2S_6 =$ ()

- A. 4 B. $\frac{12}{5}$ C. $\frac{6}{5}$ D. 6

【答案】B

【解析】

【分析】根据等差数列通项公式和前 n 项和公式可解.

【详解】设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ,

$$\text{则 } 5a_5 - 2S_5 = 5(a_1 + 4d) - 2(5a_1 + 10d) = -5a_1 = 2,$$

$$\text{所以 } a_1 = -\frac{2}{5},$$

$$\text{又 } 6a_6 - 2S_6 = 6(a_1 + 5d) - 2(6a_1 + 15d) = -6a_1 = -6 \times \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{12}{5}.$$

故选: B

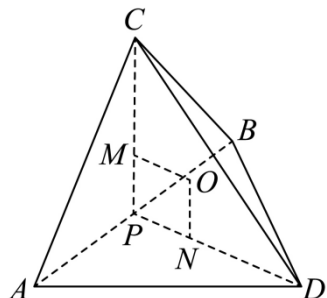
6. 正三角形 ABC 所在的平面垂直于正三角形 ABD 所在的平面, 且 A, B, C, D 四点在半径为 $\sqrt{5}$ 的球 O 的球面上, 则 CD 的长为 ()

- A. 5 B. $2\sqrt{2}$ C. 4 D. $3\sqrt{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】记 AB 的中点为 P , $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 的重心分别为 M, N , 然后证明四边形 $PMON$ 是正方形, 再求其边长, 即可得到 $CP = DP = 3$, 最后用勾股定理求解即可.



【详解】

如图, 记 AB 的中点为 P , $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 的重心分别为 M, N , 则分别由 $OA = OB = OC$,

$OA = OB = OD$ 可知 OM 垂直于平面 ABC , ON 垂直于平面 ABD .

从而由 PM 和 PN 分别在平面 ABC 和平面 ABD 内, 知 $OM \perp PM$, $ON \perp PN$.

而平面 ABC 垂直于平面 ABD , 其交线为 AB , PM 在平面 ABC 内, $PM \perp AB$, 故 PM 垂直于平面 ABD , 再由 PN 在平面 ABD 内, 知 $PM \perp PN$.

所以四边形 $PMON$ 是矩形, 而 $PM = \frac{1}{3}CP = \frac{\sqrt{3}}{3}AP = \frac{1}{3}DP = PN$, 故四边形 $PMON$ 是正方形.

设正方形 $PMON$ 的边长为 a , 则 $MO = a$, $CM = 2MP = 2a$. 同时, 由已知条件得 $OC = \sqrt{5}$.

由勾股定理有 $MO^2 + CM^2 = OC^2$, 故 $a^2 + (2a)^2 = (\sqrt{5})^2$, 解得 $a = 1$.

最后,由于 $PM \perp PN$, $CP = 3PM = 3a = 3$, $DP = 3PN = 3a = 3$, 故 $CD = \sqrt{CP^2 + DP^2} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$,

D 选项正确.

故选: D.

7. 把数字 1、2、3 分别写在 9 张卡片上, 其中有 4 张写着 1, 4 张写着 2, 1 张写着 3, 把这 9 张卡片排成三行三列, 每行每列都是三张卡片, 则每行和每列的卡片上数字和为奇数的排法的种数有 ()

A. 30

B. 27

C. 54

D. 45

【答案】D

【解析】

【分析】从写有数字 3 的卡片, 开始考虑, 分 3 所在的行要么由 2 个 1, 要么没有 1, 有 5 种排法, 由于 3 可以放在这 9 个位置中的任何一个位置, 因此共有 45 种排法.

【详解】每张卡片都有所在的行和列, 为了保证每行每列的数字和为奇数,

所以每行和每列有 3 个奇数或者 1 个奇数,

首先考虑写有数字 3 的卡片, 然后再考虑写有数字 1 的卡片,

3 所在的行要么有 2 个 1, 要么没有 1,

当 3 所在的行有两个 1 时, 另外两个 1 必须在同一列, 于是有 3 种排法,

当 3 所在的行没有 1 时, 剩下的两行应该是一行 3 个 1, 一行 1 个 1,

于是有 2 种排法, 所以对于 3 的每一个位置有 5 种排法,

由于 3 可以放在这 9 个位置中的任何一个位置, 因此共有 45 种排法.

故选: D

8. 已知正实数 a, b , 记 $M = \max \left\{ 4a, b, \frac{1}{\sqrt{ab}} \right\}$, 则 M 的最小值为 ()

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. 1

D. $\sqrt{3}$

【答案】A

【解析】

【分析】由已知得出 $M \geq 2a + \frac{1}{2}b$, 结合 $M \geq \frac{1}{\sqrt{ab}}$ 得出 $M^2 \geq \frac{2a + \frac{1}{2}b}{\sqrt{ab}}$, 根据基本不等式即可求解.

【详解】由 $M = \max \left\{ 4a, b, \frac{1}{\sqrt{ab}} \right\}$ 得, $M \geq 4a, M \geq b, M \geq \frac{1}{\sqrt{ab}}$,

所以 $2M \geq 4a + b$ ，即 $M \geq 2a + \frac{1}{2}b$ ，

因为 $M \geq \frac{1}{\sqrt{ab}}$ ，所以 $M^2 \geq \frac{2a + \frac{1}{2}b}{\sqrt{ab}}$ ，

因为 $2a + \frac{1}{2}b \geq 2\sqrt{2a \times \frac{1}{2}b} = 2\sqrt{ab}$ ，当且仅当 $2a = \frac{1}{2}b$ 时等号成立，

所以 $M^2 \geq \frac{2a + \frac{1}{2}b}{\sqrt{ab}} \geq \frac{2\sqrt{ab}}{\sqrt{ab}} = 2$ ， $M \geq \sqrt{2}$ ，当且仅当 $M = 4a, M = b, M = \frac{1}{\sqrt{ab}}$ ，即 $a = \frac{\sqrt{2}}{4}, b = \sqrt{2}$ 时，

等号成立，

故选：A.

【点睛】关键点睛：当 $a > b > 0, c > d > 0$ 时，有 $ac > bd$ ；即 $M \geq 2a + \frac{1}{2}b$ 且 $M \geq \frac{1}{\sqrt{ab}}$ ，两式相乘，进而得

出最小值.

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 半导体的摩尔定律认为，集成电路芯片上的晶体管数量的倍增期是两年，用 $f(t)$ 表示从 $t = 0$ 开始，晶体管数量随时间 t 变化的函数，若 $f(0) = 1000$ ，则下面选项中，符合摩尔定律公式的是（ ）

A. 若 t 是以月为单位，则 $f(t) = 1000 + \frac{1000}{24}t$

B. 若 t 是以年为单位，则 $f(t) = 1000 \times (\sqrt{2})^t$

C. 若 t 是以月为单位，则 $\lg f(t) = 3 + \frac{\lg 2}{24}t$

D. 若 t 是以年为单位，则 $\lg f(t) = 3 + \frac{\lg\left(\frac{3}{2}t + 1\right)}{2}$

【答案】BC

【解析】

【分析】对 AC，计算 $f(24), f(48), f(72)$ ，满足 $f(24) = 2f(0), f(48) = 2f(24)$ ， $f(24n) = 1000 \times 2^n$ ，

$n \in \mathbf{N}^*$ ，可确定，对 CD，计算 $f(2), f(4), f(6)$ ，满足 $f(2) = 2f(0), f(4) = 2f(2)$ ， $f(2n) = 1000 \times 2^n$ ，

$n \in \mathbf{N}^*$, 可确定.

【详解】选项 A, $f(24) = 2000 = 2f(0)$, $f(48) = 3000 \neq 2f(24)$, A 不符合;

选项 B, $f(2) = 2000 = 2f(0)$, $f(4) = 4000 = 2f(2)$, $f(2n) = 1000 \times 2^n$, $n \in \mathbf{N}^*$, 符合;

选项 C, $\lg f(t) = 3 + \frac{\lg 2}{24}t$, 则 $f(t) = 10^{3 + \frac{\lg 2}{24}t} = 1000 \times 2^{\frac{t}{24}}$, $f(24) = 2 \times 1000$, $f(48) = 4000 = 2f(24)$,

$f(24n) = 1000 \times 2^n$, $n \in \mathbf{N}^*$, 符合,

选项 D, $\lg f(t) = 3 + \frac{\lg\left(\frac{3}{2}t + 1\right)}{2}$, $f(t) = 1000 \times \left(\frac{3}{2}t + 1\right)^{\frac{1}{2}}$,

$f(2) = 2 \times 1000 = f(0)$, $f(4) = 1000 \times 7^{\frac{1}{2}} \neq 2f(2)$, 不符合.

故选: BC.

10. $\triangle ABC$ 的重心为点 G , 点 O, P 是 $\triangle ABC$ 所在平面内两个不同的点, 满足 $\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$, 则 ()

A. O, P, G 三点共线

B. $\vec{OP} = 2\vec{OG}$

C. $2\vec{OP} = \vec{AP} + \vec{BP} + \vec{CP}$

D. 点 P 在 $\triangle ABC$ 的内部

【答案】AC

【解析】

【分析】根据三角形重心的性质, 向量共线的判定及向量的线性运算即可判断.

【详解】 $\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OG} + \vec{GA} + \vec{OG} + \vec{GB} + \vec{OG} + \vec{GC}$

$= 3\vec{OG} + \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC}$,

因为点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心,

所以 $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$, 所以 $\vec{OP} = 3\vec{OG}$,

所以 O, P, G 三点共线, 故 A 正确, B 错误;

$\vec{AP} + \vec{BP} + \vec{CP} = \vec{AO} + \vec{OP} + \vec{BO} + \vec{OP} + \vec{CO} + \vec{OP}$

$= (\vec{AO} + \vec{BO} + \vec{CO}) + 3\vec{OP}$,

因为 $\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$,

所以 $(\vec{AO} + \vec{BO} + \vec{CO}) + 3\vec{OP} = -\vec{OP} + 3\vec{OP} = 2\vec{OP}$, 即 $2\vec{OP} = \vec{AP} + \vec{BP} + \vec{CP}$, 故 C 正确;

因为 $\overrightarrow{OP} = 3\overrightarrow{OG}$,

所以点 P 的位置随着点 O 位置的变化而变化, 故点 P 不一定在 $\triangle ABC$ 的内部, 故 D 错误;

故选: AC.

11. 已知函数 $f(x) = \cos(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 满足 $f\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = f(-x)$, $f\left(\frac{\pi}{6}\right) + f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0$, 且在

$\left(\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}\right)$ 上单调递减, 则 ()

A. 函数 $y = f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$ 对称

B. φ 可以等于 $-\frac{\pi}{4}$

C. ω 可以等于 5

D. ω 可以等于 3

【答案】ABD

【解析】

【分析】根据题意, 可得函数 $y = f(x)$ 的图象关于 $x = -\frac{\pi}{4}$ 对称, 关于点 $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$ 对称, 由三角函数的对称性性

质可得 $\varphi = \pm\frac{\pi}{4}$, 从而判断选项 A、B; 再根据函数的单调性, 可求出 ω 的值, 从而判定选项 C、D.

【详解】由 $f\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = f(-x)$, 则 $f\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = f\left(x + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right) = f\left(-x - \frac{\pi}{4}\right)$,

所以函数 $y = f(x)$ 的图象关于 $x = -\frac{\pi}{4}$ 对称,

又 $\frac{\pi}{12} < \frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{3} < \frac{5\pi}{12}$, 且 $f\left(\frac{\pi}{6}\right) + f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0$,

则 $f\left(\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right)\right) = f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$,

即函数 $y = f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$ 对称, 故 A 正确;

根据函数 $y = f(x)$ 的图象关于 $x = -\frac{\pi}{4}$ 对称, 得 $-\frac{\pi}{4}\omega + \varphi = k_1\pi, k_1 \in \mathbb{Z}$,

根据函数 $y = f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$ 对称, $\frac{\pi}{4}\omega + \varphi = \frac{\pi}{2} + k_2\pi, k_2 \in \mathbb{Z}$,

可得, $\varphi = \frac{\pi}{4} + \frac{(k_2 - k_1)\pi}{2}, \omega = 1 + 2(k_2 - k_1)$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/705020001124011221>