第二篇　运动学

第七章　点的合成运动

点的速度合成定理

目录

1 点的速度合成定理及证明

2 动点和动系选取的原则

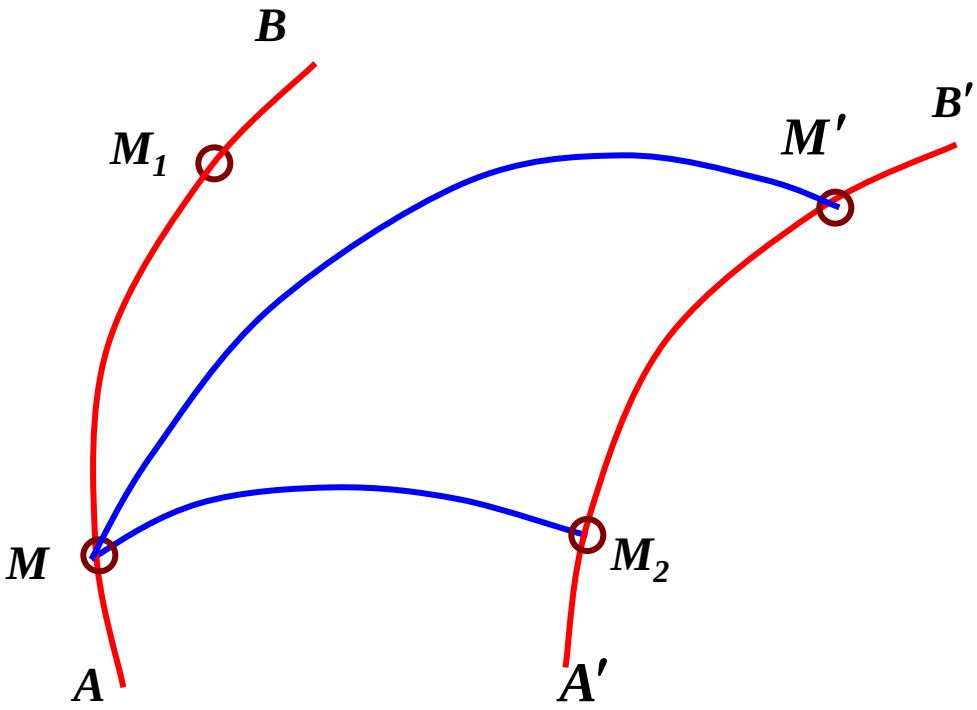
3 应用举例

1．点的速度合成定理的推导证明

1.1几何分析：设想AB为一金属丝，动点M为沿金属丝滑动的一极小圆环。

- 动参考系与曲线AB固结；
  定参考系与地面固结。
- 经过极短时间间隔$\triangle t$。
  动点沿动系移动到M_1点，
  动点真实移动到M点。
  同时，动系 AB移动到 $A'B'$。

绝对轨迹：弧MM'
相对轨迹：弧MM_1
牵连点的轨迹：弧MM_2



动点的绝对位移：$\overrightarrow{MM'}$

动点的相对位移：$\overrightarrow{MM_1}$

牵连点的牵连位移：$\overrightarrow{MM_2}$

$$\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{MM_2}+\overrightarrow{M_2M'}$$

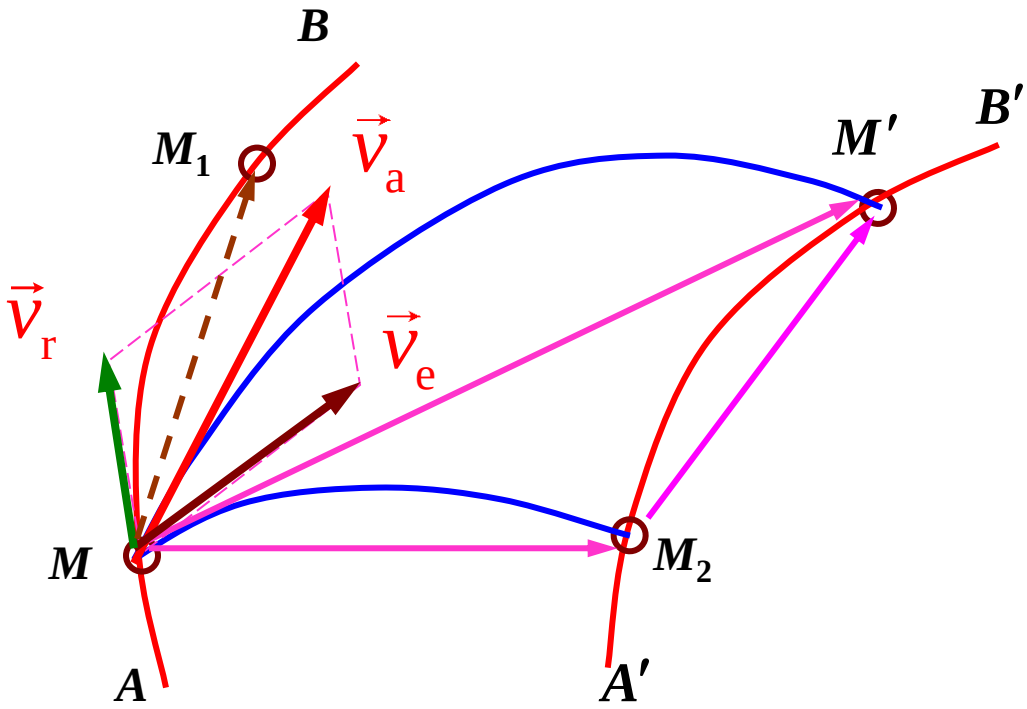
将上式等式两边同除以$\triangle t$，并令$\triangle t\to 0$，取极限，得：

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overrightarrow{MM_2}}{\Delta t}+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overrightarrow{M_2M'}}{\Delta t}$$

$\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t}=\vec{v}_{\mathrm{a}}$

$\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\overrightarrow{MM_2}}{\Delta t}=\vec{v}_{\mathrm{e}}$

$\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\overrightarrow{M_2M'}}{\Delta t}=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\overrightarrow{MM_1}}{\Delta t}=\vec{v}_{\mathrm{r}}$

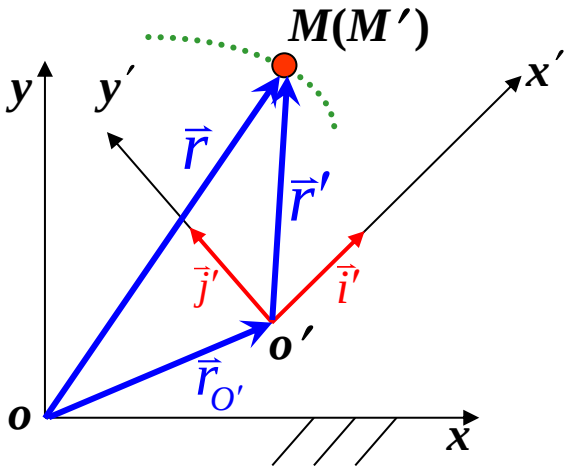


$$\vec{v}_{\mathrm{a}}=\vec{v}_{\mathrm{e}}+\vec{v}_{\mathrm{r}}$$

1.2 点的速度合成定理的解析推导

瞬时t，动点M与牵连点M'重合，动点的绝对矢径和相对矢径满足：

$$\begin{cases} \vec{r}_M = \vec{r}_{O'} + \vec{r}' \\ \vec{r}_M = \vec{r}_{M'} \end{cases}$$



$$\vec{v}_{\mathrm{a}} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}_M}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{r}}_{O'} + (\dot{x}'\vec{i}' + \dot{y}'\vec{j}' + \dot{z}'\vec{k}') + (x'\dot{\vec{i}}' + y'\dot{\vec{j}}' + z'\dot{\vec{k}}')$$

$$\vec{v}_{\mathrm{r}} = \frac{\tilde{\mathrm{d}}\vec{r}'}{\mathrm{d}t} = \dot{x}'\vec{i}' + \dot{y}'\vec{j}' + \dot{z}'\vec{k}'$$

$$\vec{v}_{\mathrm{e}} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}_{M'}}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{r}}_{O'} + (x'\dot{\vec{i}}' + y'\dot{\vec{j}}' + z'\dot{\vec{k}}')$$

$$\Rightarrow \quad \vec{v}_{\mathrm{a}} = \vec{v}_{\mathrm{e}} + \vec{v}_{\mathrm{r}}$$

点的速度合成定理：

动点的绝对速度等于其牵连速度与相对速度的矢量和。

$$\vec{v}_{\mathrm{a}} = \vec{v}_{\mathrm{e}} + \vec{v}_{\mathrm{r}}$$

说明：

（1）动系作平动时，动系上各点速度都相等。动系作转动时，$\vec{v}_e$必须是该瞬时牵连点的速度。

（2）由速度合成定理的矢量形式知，绝对速度是以相对速度和牵连速度为邻边组成的平行四边形的对角线。

（3）点的速度合成定理是瞬时矢量式，共包括大小、方向六个元素，已知任意四个元素，就能求出其他两个。

2.动点与动系选取原则：

求解合成运动的速度问题的一般步骤为：

1 . 选取动点，动系和定系；

2 . 分析三种运动；

3 . 分析三种速度；

4 . 根据速度合成定理作出速度平行四边形；

5 . 根据速度平行四边形，求出未知量。



求解合成运动问题

关键

动点和动系确定

- 动点与动系应选在不同的刚体上。

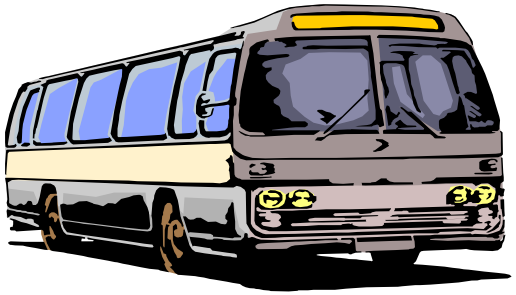
- 动点相对于动系的相对运动轨迹应易于确定，既相对速度方向易于确定。

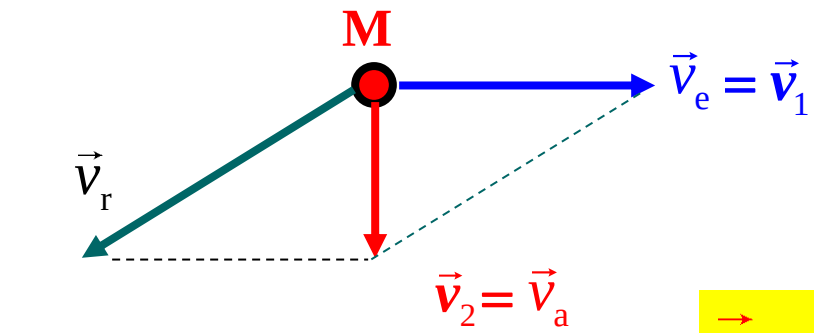
（1） 对于没有约束联系的，两个独立运动的物体，一般可根据题意选取所研究的点为动点，动点和动系分属两个物体，动点取被观察物上的代表点，动系固结于观察者所在的物体。

例：汽车以速度 $\vec{v}_1$ 沿直线行驶雨滴M以$\vec{v}_2$ 铅垂下落，求雨滴相对于车的速度。

动点：雨滴

动系：汽车



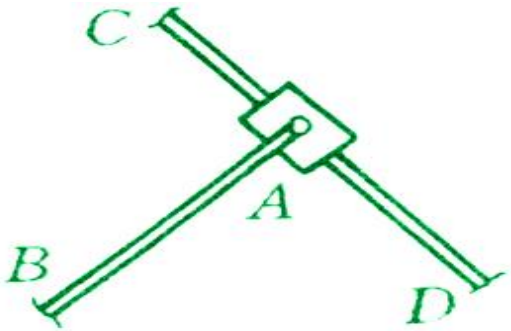


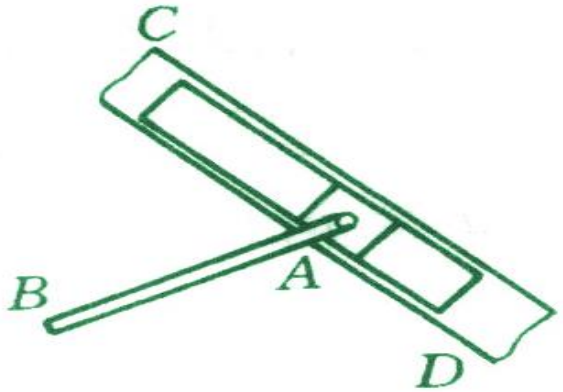
$\vec{v}_1$

$$\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r$$

$$\therefore \vec{v}_r = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

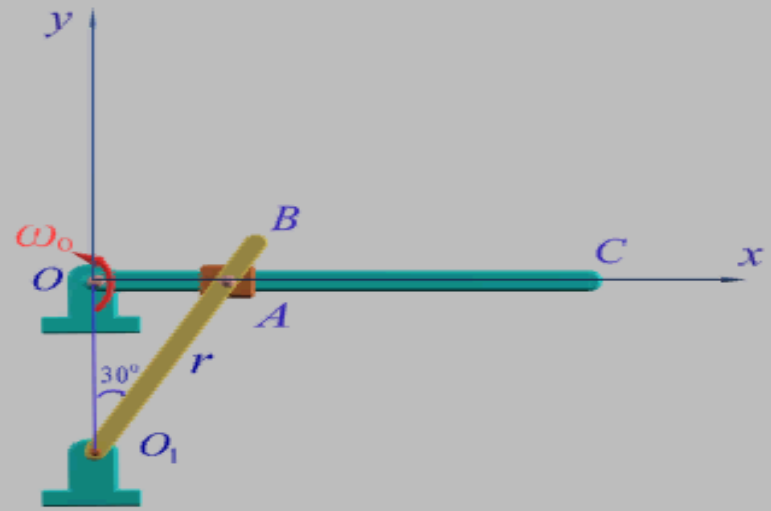
（2） 机构传动中，主动件与从动件的连接处存在持续的运动连接点。根据约束与被约束的性质，动点和动系分属两个物体，动点通常取持续连接点，按照易于辨析相对轨迹的基本原则选择动系。





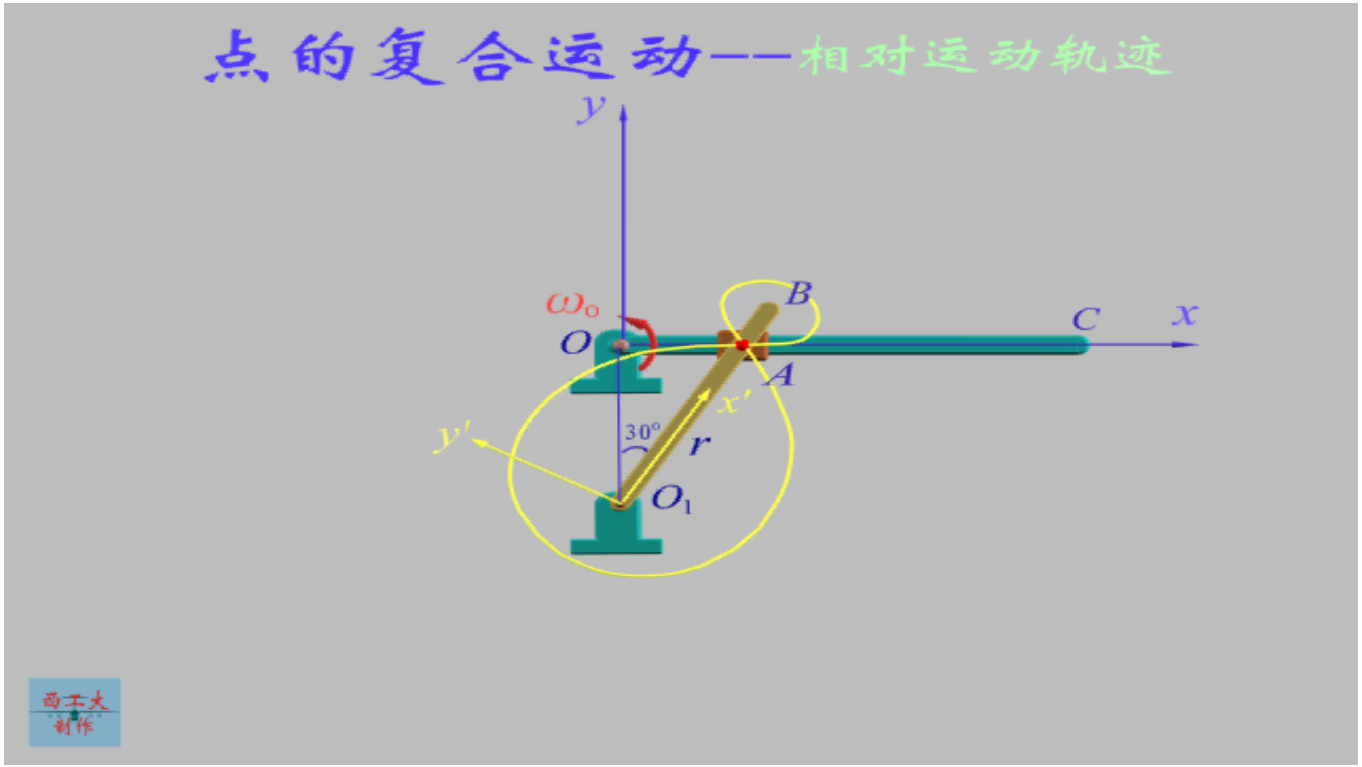
机构运动特点：一运动物体上始终有一固定点与另一物体相连接或接触，且在其上运动。

点的复合运动—— 运动分析



曲柄——摇杆机构

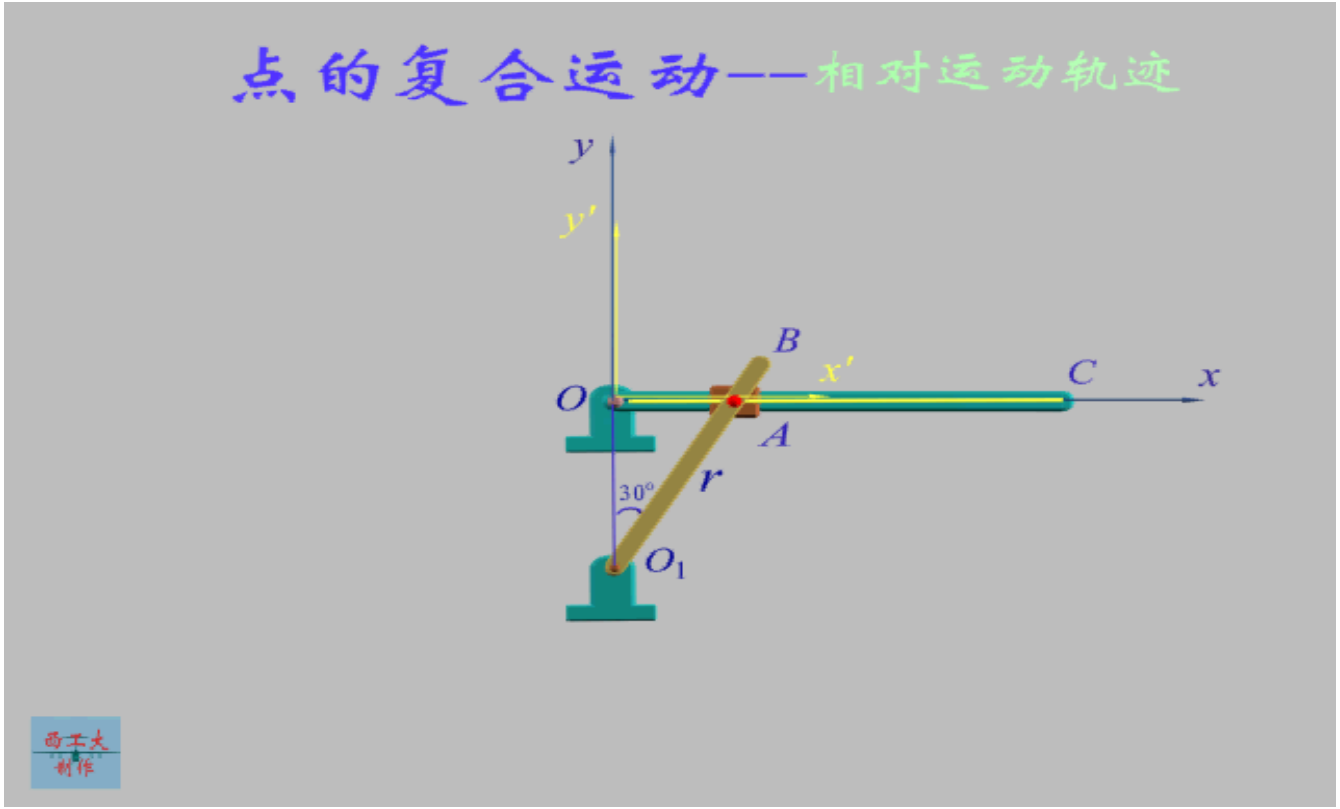
西工大制作



动点： *OC*杆上*A*点

动系： O_1B杆

相对运动轨迹不明显，相对速度难以判断

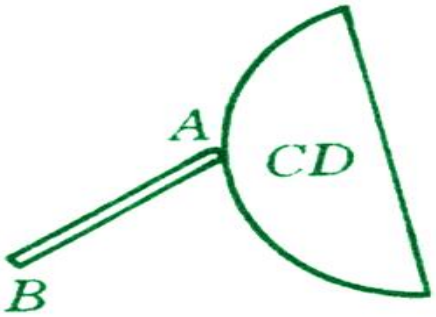


动点：滑块*A*

动系： *OC*杆

相对运动轨迹明显，相对速度容易判断

（3） 机构传动中，主动件与从动件的连接处存在持续的运动接触点。两运动刚体在接触点处有相对滑动，此接触点对其中一个刚体来说总是其上不变的点。选取持续接触点为动点，动系固结于不含不变点的另一刚体。相对运动轨迹便是约束构件的轮廓线或者约束动点的轨道。





机构运动特点：一运动物体上始终有一固定点与另一物体相连接或接触，且在其上运动。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/705021134334011110