2022-2023 学年高三上数学期末模拟试卷

请考生注意：
1．请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0．5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2．答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设集合 $A=\left\{x\middle|x^2-x-2>0\right\}$，$B=\left\{x\middle|\log_2 x\le 2\right\}$，则集合 $(C_R A)\cap B=$

A．$\left\{x\middle|-1\le x\le 2\right\}$　B．$\left\{x\middle|0<x\le 2\right\}$　C．$\left\{x\middle|0<x\le 4\right\}$　D．$\left\{x\middle|-1\le x\le 4\right\}$

2．一个盒子里有 **4** 个分别标有号码为 **1**，**2**，**3**，**4** 的小球，每次取出一个，记下它的标号后再放回盒子中，共取 **3** 次，则取得小球标号最大值是 **4** 的取法有（　　）

A．**17** 种　B．**27** 种　C．**37** 种　D．**47** 种

3．已知函数 $f(x)=\sin 2x+a\cos 2x$ 的图象的一条对称轴为 $x=\dfrac{\pi}{12}$，将函数 $f(x)$ 的图象向右平行移动 $\dfrac{\pi}{4}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 图象，则函数 $g(x)$ 的解析式为（　　）

A．$g(x)=2\sin(2x-\dfrac{\pi}{12})$　B．$g(x)=2\sin(2x+\dfrac{\pi}{12})$

C．$g(x)=2\sin(2x-\dfrac{\pi}{6})$　D．$g(x)=2\sin(2x+\dfrac{\pi}{6})$

4．已知 $a=\log_{12}13$,$b=\left(\dfrac{12}{13}\right)^{\frac{13}{14}}$，$c=\log_{13}14$，则 a,b,c 的大小关系为（　　）

A．$a>b>c$　B．$c>a>b$　C．$b>c>a$　D．$a>c>b$

5．已知函数 $f(x)=x-\sqrt{x}(x>0)$，$g\left(x\right)=x+e^x$，$h\left(x\right)=x+\ln x\left(x>0\right)$ 的零点分别为 x_1，x_2，x_3，则（　　）

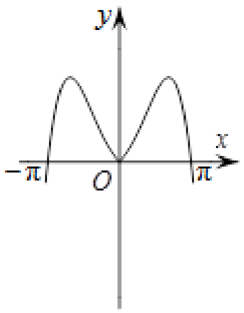
A．$x_1<x_2<x_3$　B．$x_2<x_1<x_3$

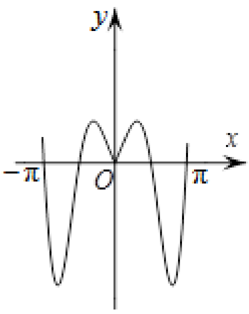
C．$x_2<x_3<x_1$　D．$x_3<x_1<x_2$

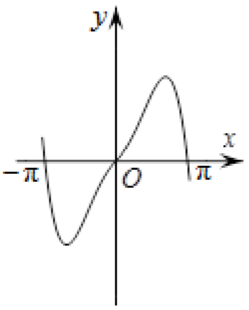
6．在平面直角坐标系 xOy 中，已知 A_n,B_n 是圆 $x^2+y^2=n^2$ 上两个动点，且满足 $\overrightarrow{OA_n}\cdot\overrightarrow{OB_n}=-\dfrac{n^2}{2}\left(n\in N^*\right)$，设 A_n,B_n 到直线 $x+\sqrt{3}y+n\left(n+1\right)=0$ 的距离之和的最大值为 a_n，若数列 $\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和 $S_n<m$ 恒成立，则实数 m 的取值范围是（　　）

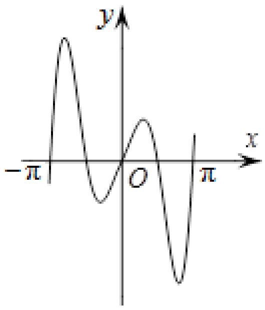
A．$\left(\dfrac{3}{4},+\infty\right)$　B．$\left[\dfrac{3}{4},+\infty\right)$　C．$\left(\dfrac{2}{3},+\infty\right)$　D．$\left[\dfrac{3}{2},+\infty\right)$

7．函数 $y=2^{|x|}\sin 2x$ 的图象可能是

A． 

B． 

C． 

D． 

8．已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2，抛物线 $y^2=2px\left(p>0\right)$ 与双曲线 C 有相同的焦点.设 P 为抛物线与双曲线 C 的一个交点，且 $\cos\angle PF_1F_2=\dfrac{5}{7}$，则双曲线 C 的离心率为（　　）

A． $\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{3}$　　**B．** $\sqrt{2}$ 或 3　　**C．** 2 或 $\sqrt{3}$　　**D．** 2 或 3

9．在“一带一路”知识测验后，甲、乙、丙三人对成绩进行预测.

甲：我的成绩比乙高.

乙：丙的成绩比我和甲的都高.

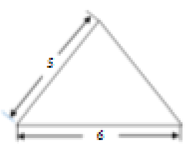
丙：我的成绩比乙高.

成绩公布后，三人成绩互不相同且只有一个人预测正确，那么三人按成绩由高到低的次序为

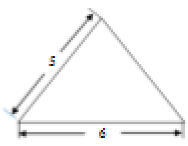
A． 甲、乙、丙　　**B．** 乙、甲、丙

C． 丙、乙、甲　　**D．** 甲、丙、乙

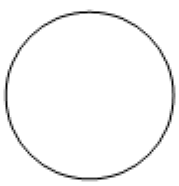
10．如图所示，已知某几何体的三视图及其尺寸（单位：cm），则该几何体的表面积为(　　)



正视图



侧视图


俯视图

A．$15\pi\ cm^2$　　B．$21\pi\ cm^2$

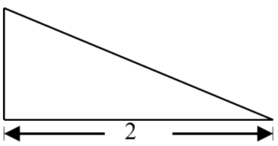
C．$24\pi\ cm^2$　　D．$33\pi\ cm^2$

11．已知椭圆$\Gamma:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，上顶点为点$A$，延长$AF_2$交椭圆$\Gamma$于点$B$，若$\triangle ABF_1$为等腰三角形，则椭圆$\Gamma$的离心率$e=$

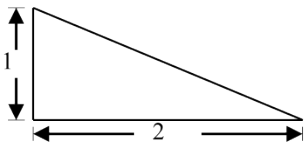
A．$\dfrac{1}{3}$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

C．$\dfrac{1}{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

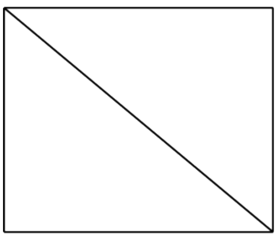
12．某四棱锥的三视图如图所示，则该四棱锥的体积为（　　）



正（主）视图



侧（左）视图


俯视图

A．$\dfrac{2}{3}$　　B．$\dfrac{4}{3}$　　C．2　　D．4

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知α的终边过点$(3m,-2)$，若$\tan(\pi+\alpha)=\dfrac{1}{3}$，则$m=$__________.

14. 在$\triangle ABC$中，角A，B，C所对的边分别边a,b,c，且$a+\sqrt{2}b=2c$，设角C的角平分线交AB于点D，则$\cos C$的值最小时，$\dfrac{BD}{AD}=$___.

15．一个四面体的顶点在空间直角坐标系$O-xyz$中的坐标分别是$A(0,0,\sqrt{5})$，$B(\sqrt{3},0,0)$，$C(0,1,0)$，$D(\sqrt{3},1,\sqrt{5})$，则该四面体的外接球的体积为__________.

16．（5 分）有一道描述有关等差与等比数列的问题:有四个和尚在做法事之前按身高从低到高站成一列，已知前三个和尚的身高依次成等差数列，后三个和尚的身高依次成等比数列，且前三个和尚的身高之和为450 cm，中间两个和尚的身高之和为315 cm，则最高的和尚的身高是____________ cm．

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知 $f(x)=|x-1|+|x+a|\ (a\in R)$．

（Ⅰ） 若 $a=1$，求不等式 $f(x)>4$ 的解集；

（Ⅱ）$\forall m\in(0,1)$，$\exists x_0\in R$，$\dfrac{1}{m}+\dfrac{4}{1-m}>f(x_0)$，求实数 a 的取值范围.

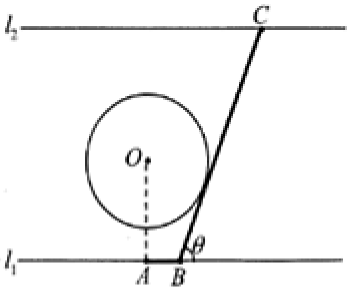
18．（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=|4x-1|-|x+2|$．

（1）解不等式 $f\left(x\right)>2$；

（2）记函数 $y=f\left(x\right)+5|x+2|$ 的最小值为 k，正实数 a 、b 满足 $a+6b=\dfrac{k}{9}$，求证：$\sqrt{\dfrac{6b+a}{ab}}\geq 2\sqrt{6}$．

19．（12 分）如图为某大江的一段支流，岸线 l_1 与 l_2 近似满足 $l_1\parallel l_2$，宽度为 $7km$．圆 O 为江中的一个半径为 $2km$ 的小岛，小镇 A 位于岸线 l_1 上，且满足岸线 $l_1\perp OA$，$OA=3km$．现计划建造一条自小镇 A 经小岛 O 至对岸 l_2 的水上通道 ABC（图中粗线部分折线段，B 在 A 右侧），为保护小岛，BC 段设计成与圆 O 相切．设

$\angle ABC=\pi-\theta\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$.



（1）试将通道 ABC 的长 L 表示成 θ 的函数，并指出定义域；

（2）若建造通道的费用是每公里 100 万元，则建造此通道最少需要多少万元？

20．（12 分）在① $b_2b_3=a_{16}$，② $b_4=a_{12}$，③ $S_5-S_3=48$ 这三个条件中任选一个，补充在下面问题中.若问题中的正整数 k 存在，求 k 的值；若不存在，说明理由.

设正数等比数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$\{a_n\}$ 是等差数列，__________，$b_3=a_4$，$a_1=2$，$a_3+a_5+a_7=30$，是否存在正整数 $\{b_n\}$，使得 $S_{k+1}=S_k+b_k+32$ 成立？

21．（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\left(1+\sqrt{3}\tan x\right)\cos^2 x$．

（Ⅰ）若 α 是第二象限角，且 $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，求 $f\left(\alpha\right)$ 的值；

（Ⅱ）求函数 $f\left(x\right)$ 的定义域和值域.

22.（10 分）设函数 $f(x)=|x+3|$，$g(x)=|2x-1|$.

（1）解不等式 $f(x)<g(x)$；

（2）若 $2f(x)+g(x)>ax+4$ 对任意的实数 x 恒成立，求 a 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**B**

【解析】

先求出集合 A 和它的补集，然后求得集合 B 的解集，最后取它们的交集得出结果.

【详解】

对于集合 **A**，$(x-2)(x+1)>0$，解得 $x<-1$ 或 $x>2$，故 $C_R A=[-1,2]$.对于集合 **B**，$\log_2 x\le 2=\log_2 4$，解得 $0<x\le 4$.故 $(C_R A)\cap B=(0,2]$.故选 **B**.

【点睛】

本小题主要考查一元二次不等式的解法，考查对数不等式的解法，考查集合的补集和交集的运算.对于有两个根的一元二次不等式的解法是：先将二次项系数化为正数，且不等号的另一边化为 0，然后通过因式分解，求得对应的一元二次方程的两个根，再利用“大于在两边，小于在中间”来求得一元二次不等式的解集.

2、**C**

【解析】

由于是放回抽取,故每次的情况有 **4** 种,共有 **64** 种; 先找到最大值不是 **4** 的情况,即三次取出标号均不为 **4** 的球的情况,进而求解.

【详解】

所有可能的情况有 $4^3=64$ 种,其中最大值不是 **4** 的情况有 $3^3=27$ 种,所以取得小球标号最大值是 **4** 的取法有

$64-27=37$ 种,

故选:**C**

【点睛】

本题考查古典概型,考查补集思想的应用,属于基础题.

3、C

【解析】

根据辅助角公式化简三角函数式，结合 $x=\dfrac{\pi}{12}$ 为函数 $f(x)$ 的一条对称轴可求得 a，代入辅助角公式得 $f(x)$ 的解析式.

根据三角函数图像平移变换，即可求得函数 $g(x)$ 的解析式.

【详解】

函数 $f(x)=\sin 2x+a\cos 2x$，

由辅助角公式化简可得 $f(x)=\sqrt{1+a^2}\sin\left(2x+\theta\right),\tan\theta=a$，

因为 $x=\dfrac{\pi}{12}$ 为函数 $f(x)=\sin 2x+a\cos 2x$ 图象的一条对称轴，

代入可得 $\sin\left(2\times\dfrac{\pi}{12}\right)+a\cos\left(2\times\dfrac{\pi}{12}\right)=\pm\sqrt{1+a^2}$，

即 $\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}a=\pm\sqrt{1+a^2}$，化简可解得 $\left(a-\sqrt{3}\right)^2=0$，

即 $a=\sqrt{3}$，

所以 $f(x)=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x$

$=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$

将函数 $f(x)$ 的图象向右平行移动 $\dfrac{\pi}{4}$ 个单位长度可得 $g(x)$，

则 $g(x)=2\sin\left[2\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)+\dfrac{\pi}{3}\right]=2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$，

故选：C.

【点睛】

本题考查了辅助角化简三角函数式的应用，三角函数对称轴的应用，三角函数图像平移变换的应用，属于中档题.

4、D

【解析】

由指数函数的图像与性质易得 b 最小，利用作差法，结合对数换底公式及基本不等式的性质即可比较 a 和 c 的大小关系，进而得解.

【详解】

根据指数函数的图像与性质可知$0<b=\left(\frac{12}{13}\right)^{\frac{13}{14}}<1$，

由对数函数的图像与性质可知$a=\log_{12}13>1$，$c=\log_{13}14>1$，所以b最小；

而由对数换底公式化简可得$a-c=\log_{12}13-\log_{13}14$

$$=\frac{\lg 13}{\lg 12}-\frac{\lg 14}{\lg 13}$$

$$=\frac{\lg^2 13-\lg 12\cdot\lg 14}{\lg 12\cdot\lg 13}$$

由基本不等式可知$\lg 12\cdot\lg 14<\left[\frac{1}{2}(\lg 12+\lg 14)\right]^2$，代入上式可得

$$\frac{\lg^2 13-\lg 12\cdot\lg 14}{\lg 12\cdot\lg 13}>\frac{\lg^2 13-\left[\frac{1}{2}(\lg 12+\lg 14)\right]^2}{\lg 12\cdot\lg 13}$$

$$=\frac{\lg^2 13-\left(\frac{1}{2}\lg 168\right)^2}{\lg 12\cdot\lg 13}$$

$$=\frac{\left(\lg 13+\frac{1}{2}\lg 168\right)\cdot\left(\lg 13-\frac{1}{2}\lg 168\right)}{\lg 12\cdot\lg 13}$$

$$=\frac{\left(\lg 13+\lg\sqrt{168}\right)\cdot\left(\lg 13-\lg\sqrt{168}\right)}{\lg 12\cdot\lg 13}>0$$

所以$a>c$，

综上可知$a>c>b$，

故选：**D.**

【点睛】

本题考查了指数式与对数式的化简变形，对数换底公式及基本不等式的简单应用，作差法比较大小，属于中档题.

5、**C**

【解析】

转化函数$f(x)=x-\sqrt{x}(x>0)$，$g(x)=x+e^x$，$h(x)=x+\ln x(x>0)$的零点为$y=x$与$y=\sqrt{x}(x>0)$，

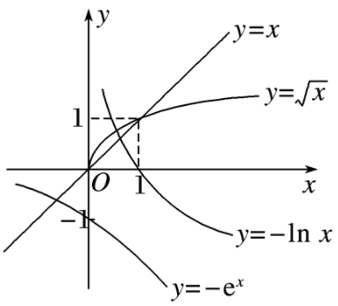
$y=-e^x$，$y=-\ln x\left(x>0\right)$的交点，数形结合，即得解.

【详解】

函数$f(x)=x-\sqrt{x}(x>0)$，$g\left(x\right)=x+e^x$，$h\left(x\right)=x+\ln x\left(x>0\right)$的零点，即为$y=x$与$y=\sqrt{x}(x>0)$，

$y=-e^x$，$y=-\ln x\left(x>0\right)$的交点，

作出$y=x$与$y=\sqrt{x}(x>0)$，$y=-e^x$，$y=-\ln x\left(x>0\right)$的图象，



如图所示，可知$x_2<x_3<x_1$

故选：C

【点睛】

本题考查了数形结合法研究函数的零点，考查了学生转化划归，数形结合的能力，属于中档题.

6、B

【解析】

由于A_n,B_n到直线$x+\sqrt{3}y+n\left(n+1\right)=0$的距离和等于$A_n,B_n$中点到此直线距离的二倍，所以只需求$A_n,B_n$中点到此直线距离的最大值即可。再得到$A_n,B_n$中点的轨迹是圆，再通过此圆的圆心到直线距离，半径和A_n,B_n中点到此直线距离的最大值的关系可以求出a_n。再通过裂项的方法求$\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$的前$n$项和，即可通过不等式来求解$m$的取值范围.

【详解】

由$\overrightarrow{OA_n}\cdot\overrightarrow{OB_n}=-\frac{n^2}{2}$，得$n\cdot n\cdot\cos\angle A_nOB_n=-\frac{n^2}{2}$，$\therefore\angle A_nOB_n=120°$.设线段$A_nB_n$的中点$C_n$，则$\left|OC_n\right|=\frac{n}{2}$，$\therefore C_n$在圆$x^2+y^2=\frac{n^2}{4}$上，$A_nB_n$到直线$x+\sqrt{3}y+n\left(n+1\right)=0$的距离之和等于点$C_n$到该直线的距离的两倍，点$C_n$到直线距离的最大值为圆心到直线的距离与圆的半径之和，而圆$x^2+y^2=\frac{n^2}{4}$的圆心$(0,0)$到直线$x+\sqrt{3}y+n\left(n+1\right)=0$

的距离为$d=\frac{\left|n(n+1)\right|}{\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}}=\frac{n(n+1)}{2}$，$\therefore a_n=2\left[\frac{n(n+1)}{2}+\frac{n}{2}\right]=n^2+2n$，$\therefore \frac{1}{a_n}=\frac{1}{n^2+2n}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$，

$\therefore S_n=\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_n}=\frac{1}{2}\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)\right]=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)<\frac{3}{4}$.

$\therefore m\geq\frac{3}{4}$.

故选：B

【点睛】

本题考查了向量数量积，点到直线的距离，数列求和等知识，是一道不错的综合题.

7、D

【解析】

分析:先研究函数的奇偶性，再研究函数在$(\frac{\pi}{2},\pi)$上的符号，即可判断选择.

详解：令$f(x)=2^{|x|}\sin 2x$，

因为$x\in R, f(-x)=2^{|-x|}\sin 2(-x)=-2^{|x|}\sin 2x=-f(x)$，所以$f(x)=2^{|x|}\sin 2x$为奇函数，排除选项 A,B;

因为$x\in(\frac{\pi}{2},\pi)$时，$f(x)<0$，所以排除选项 C，选 D.

点睛：有关函数图象的识别问题的常见题型及解题思路：（1）由函数的定义域，判断图象的左、右位置，由函数的值域，判断图象的上、下位置；（2）由函数的单调性，判断图象的变化趋势；（3）由函数的奇偶性，判断图象的对称性；（4）由函数的周期性，判断图象的循环往复.

8、D

【解析】

设$|PF_1|=m$，$|PF_2|=n$，根据$\cos\angle PF_1F_2=\frac{5}{7}$和抛物线性质得出$|PF_2|=\frac{5}{7}m$，再根据双曲线性质得出$m=7a$，$n=5a$，最后根据余弦定理列方程得出$a$、$c$间的关系，从而可得出离心率.

【详解】

过P分别向x轴和抛物线的准线作垂线，垂足分别为M、N，不妨设$|PF_1|=m$，$|PF_2|=n$，