

绪论

本课程将介绍柱面坐标系和球面坐标系的概念，以及它们在计算三重积分中的应用。

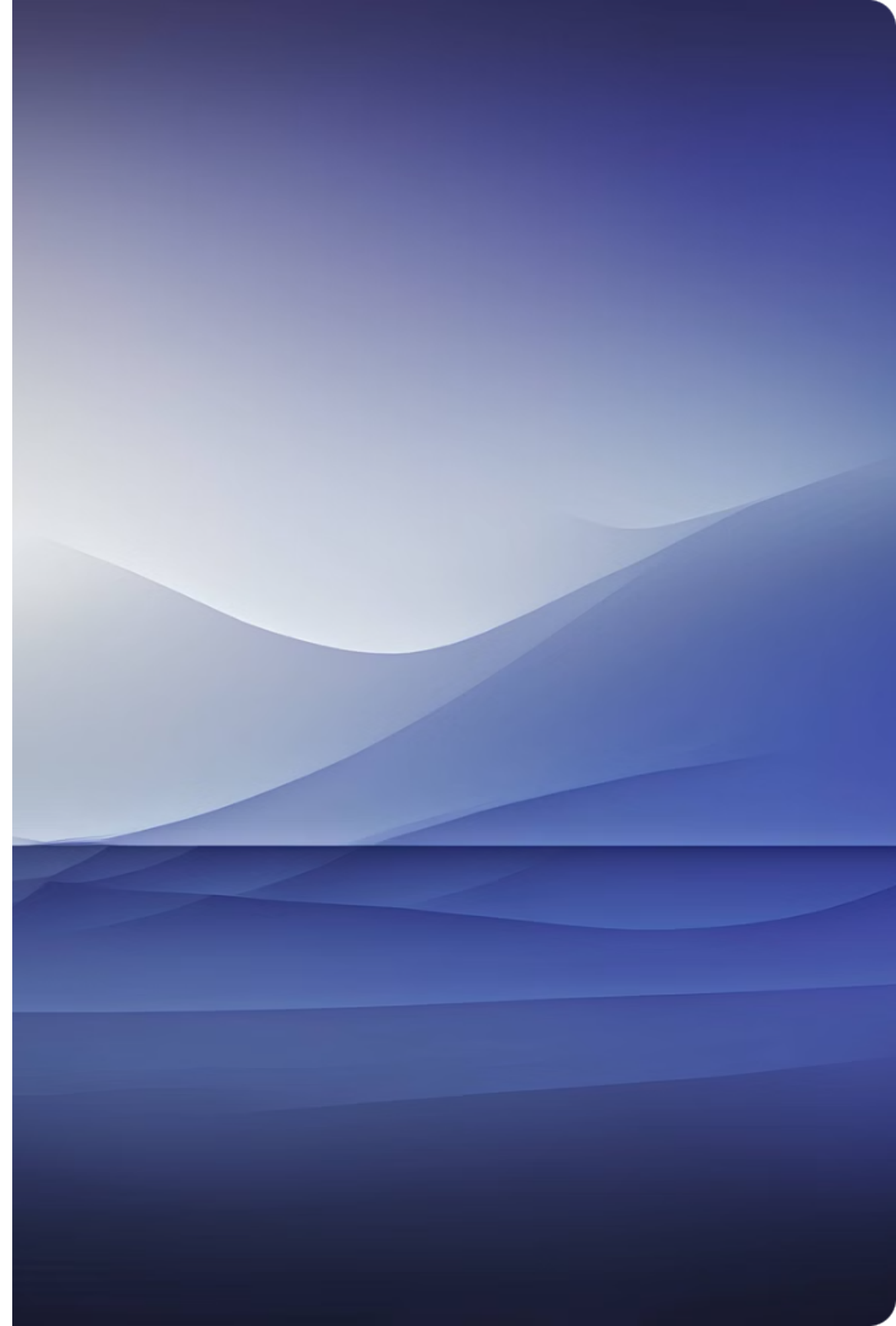
本课程的学习目标是掌握柱面坐标系和球面坐标系的定义、性质、以及它们在计算三重积分中的应用。

 by ppt ppt

柱面坐标系

柱面坐标系是一种三维空间坐标系，它使用极坐标来描述一个点在水平面上的位置，并使用直角坐标来描述该点在垂直方向上的位置。

柱面坐标系通常用于描述具有圆柱对称性的物体，例如圆柱体、圆锥体等。



柱面坐标系的定义

柱面坐标系是一种三维空间坐标系，它使用极坐标来描述一个点在水平面上的位置，并使用直角坐标来描述该点在垂直方向上的位置。

柱面坐标系通常用于描述具有圆柱对称性的物体，例如圆柱体、圆锥体等。

柱面坐标系的单位向量

1

径向单位向量

径向单位向量指向点所在圆柱面的半径方向，其大小为1，表示点到圆柱轴线的距离。

2

角向单位向量

角向单位向量指向点所在圆柱面的切线方向，其大小为1，表示点绕圆柱轴线旋转的方向。

3

轴向单位向量

轴向单位向量指向圆柱轴线方向，其大小为1，表示点在垂直于圆柱轴线方向上的位置。

柱面坐标系下的微分元



体积微元

柱面坐标系下体积微元为 $dV = r \, dr \, d\theta \, dz$ ，代表一个微小圆柱体的体积。



表面积微元

柱面坐标系下表面积微元为 $dS = r \, d\theta \, dz$ ，代表一个微小圆柱体侧面的面积。



曲面微元

柱面坐标系下曲面微元为 $dS = r \, ds \, d\theta$ ，代表一个微小曲面的面积。

柱面坐标系下的三重积分

积分定义

柱面坐标系下的三重积分，将被积函数在区域上进行积分。该区域可以用柱面坐标表示。

积分公式

三重积分的计算公式为： $\int \int \int f(r, \theta, z) r dr d\theta dz$ ，其中 $f(r, \theta, z)$ 为被积函数。

积分变量

积分变量分别是半径 r ，角度 θ 和高度 z 。积分的顺序可根据具体问题进行调整。

应用场景

柱面坐标系下的三重积分在计算体积、质量、重心等方面有着广泛的应用。

柱面坐标系下的体积计算

1

体积公式

在柱面坐标系中，一个三维物体的体积可以通过三重积分计算。利用柱面坐标系下的体积微元 $dV = r \, dr \, d\theta \, dz$ ，积分区域表示为 (r, θ, z) 的范围，即可计算出该物体的体积。

2

积分区域

根据物体的形状，积分区域的范围可以是圆形、矩形或其他形状，需要根据具体的几何形状进行确定。积分的顺序可以通过调整积分变量的次序进行调整。

3

应用举例

例如，计算一个圆柱体的体积，积分区域为半径 r 的范围，角度 θ 的范围，以及高度 z 的范围。通过积分计算，可以得到该圆柱体的体积。

柱面坐标系下的质量计算



柱面坐标系下的质量计算需要将密度函数与体积微元相乘，并在整个物体上进行三重积分。该计算方法可用于确定具有圆柱对称性的物体的质量，例如圆柱体、圆锥体等。

柱面坐标系下的重心计算

1

重心公式

在柱面坐标系中，物体的重心坐标可以通过三重积分计算得出。需要分别计算 x 、 y 、 z 坐标的积分，并除以总质量。

2

积分区域

积分区域与计算质量时一致，需要根据物体的形状进行确定。积分的顺序可以根据具体的几何形状进行调整。

3

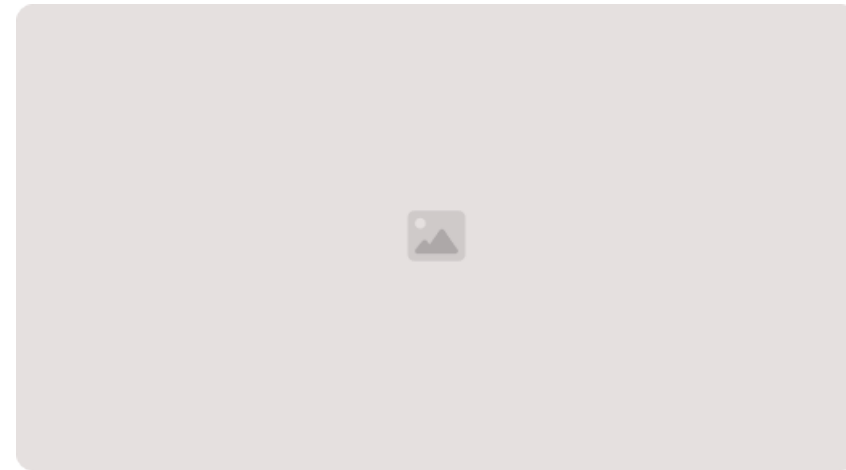
应用场景

柱面坐标系下的重心计算可用于确定具有圆柱对称性的物体的重心，例如圆柱体、圆锥体等。

球面坐标系

球面坐标系是一种三维空间坐标系，它使用球坐标来描述一个点在空间中的位置。球坐标系通常用于描述具有球形对称性的物体，例如球体、圆锥体等。

球面坐标系由三个坐标组成：半径、方位角和高度角。半径表示点到原点的距离。方位角表示点在水平面上的角度，从 x 轴正方向开始逆时针旋转。高度角表示点到水平面的角度，从 z 轴正方向开始逆时针旋转。

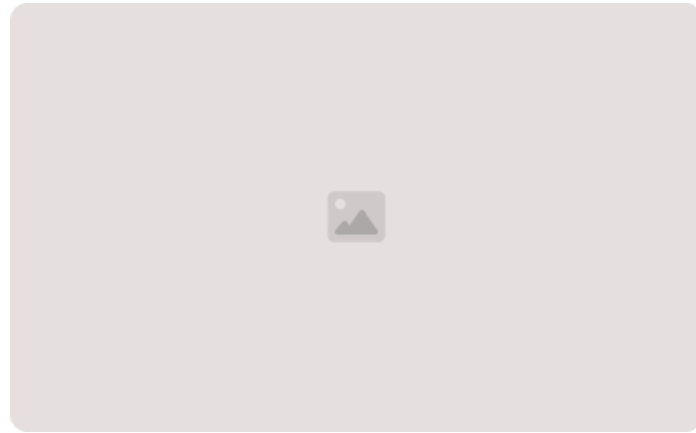


球面坐标系的定义

球面坐标系是一种三维空间坐标系，它使用三个坐标来描述一个点在空间中的位置。

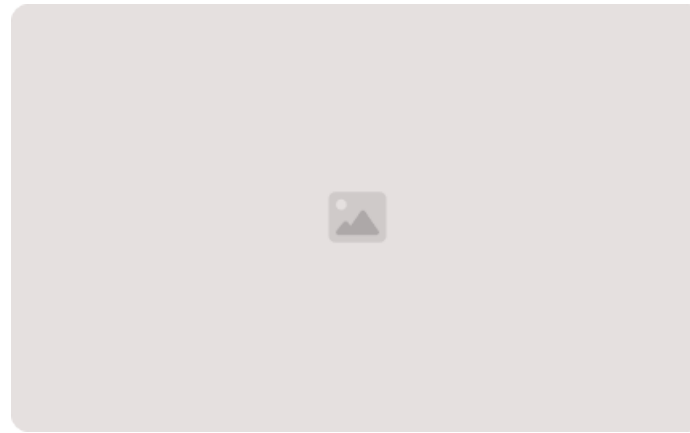
这三个坐标分别是半径、方位角和高度角。

球面坐标系的单位向量



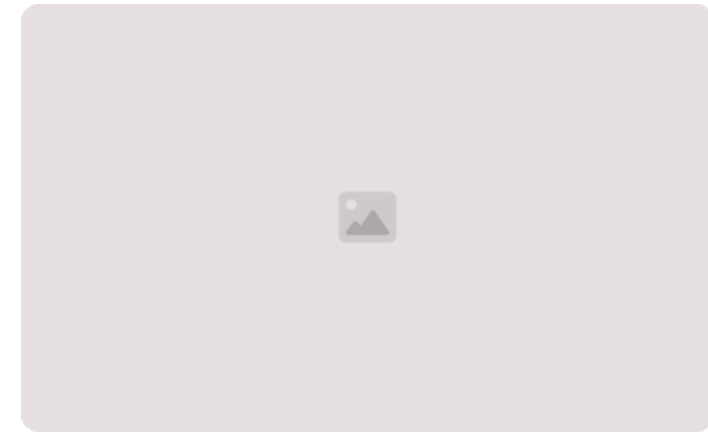
径向单位向量

径向单位向量指向点所在球面的半径方向，其大小为1，表示点到原点的距离。



方位角单位向量

方位角单位向量指向点所在球面的切线方向，其大小为1，表示点绕 z 轴旋转的方向。



高度角单位向量

高度角单位向量指向点所在球面的切线方向，其大小为1，表示点绕 x 轴旋转的方向。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/705210013210011230>