

# § 14-1 概 述

## 1、弹性计算

——在计算中假设应力与应变为线性关系，荷载全部卸除后结构没有残余变形。

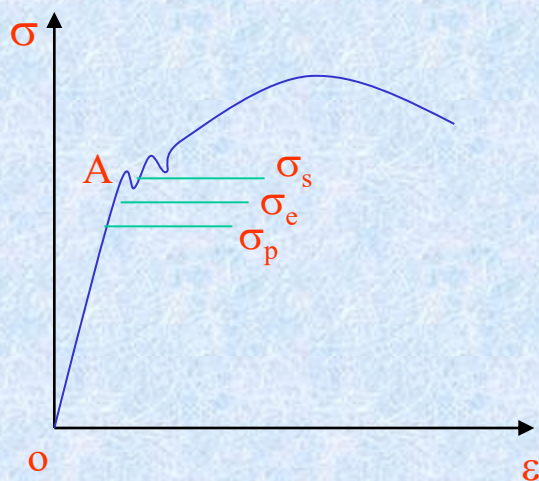
对于结构在正常使用条件下的应力和变形状态，弹性计算能够给出足够准确的结果。

## 2、弹性设计

——利用弹性计算的结果，以许用应力（容许应力）为依据来确定截面的尺寸或进行强度验算，即：

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_s}{k_s} \quad \text{塑性材料} \quad \sigma_{\max} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_b}{k_b} \quad \text{脆性材料}$$

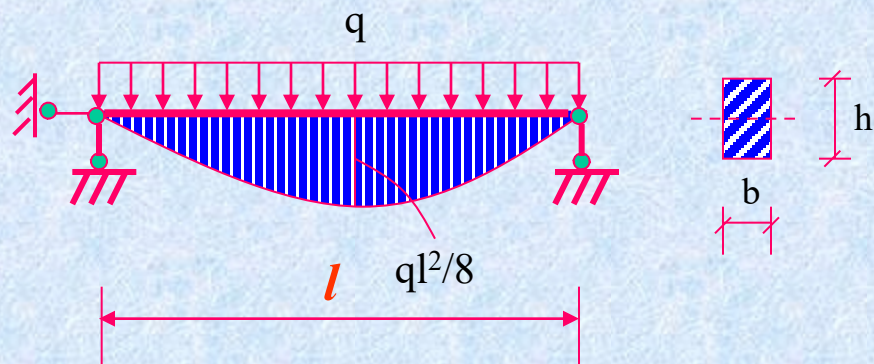
材料在比例极限内的结构分析。它是以许用应力为依据确定截面或进行验算的。



$\sigma_s$ ——流动极限（屈服极限）

$\sigma_e$ ——弹性极限

$\sigma_p$ ——比例极限



1、设计：

$$W \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]}$$

2、验算：

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{M_{\max} y}{I} \leq [\sigma]$$

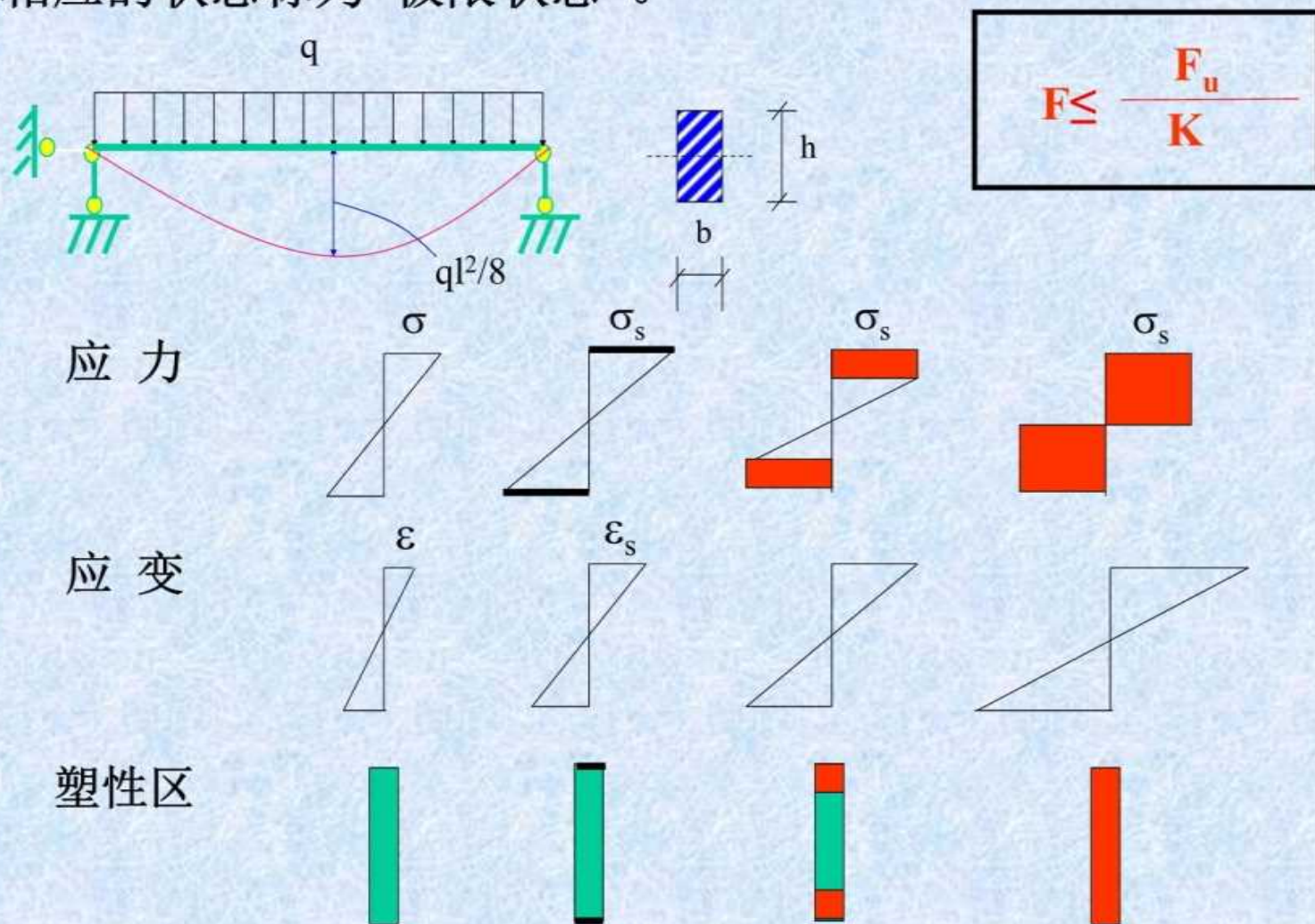
## 弹性设计的缺点：

对于塑性材料的结构，特别是超静定结构，当某个截面的最大应力达到屈服极限，甚至某一局部达到塑性阶段时，结构并没有破坏，也就是说，并没有耗尽所有的承载能力。

弹性设计没有考虑材料超过屈服极限后结构这一部分的承载能力，因此弹性设计是不够经济合理的。

### 3、塑性分析

按照结构进入塑性阶段并最后丧失承载能力作为极限状态进行结构设计的方法。结构破坏瞬时对应的荷载称为“极限荷载”；相应的状态称为“极限状态”。

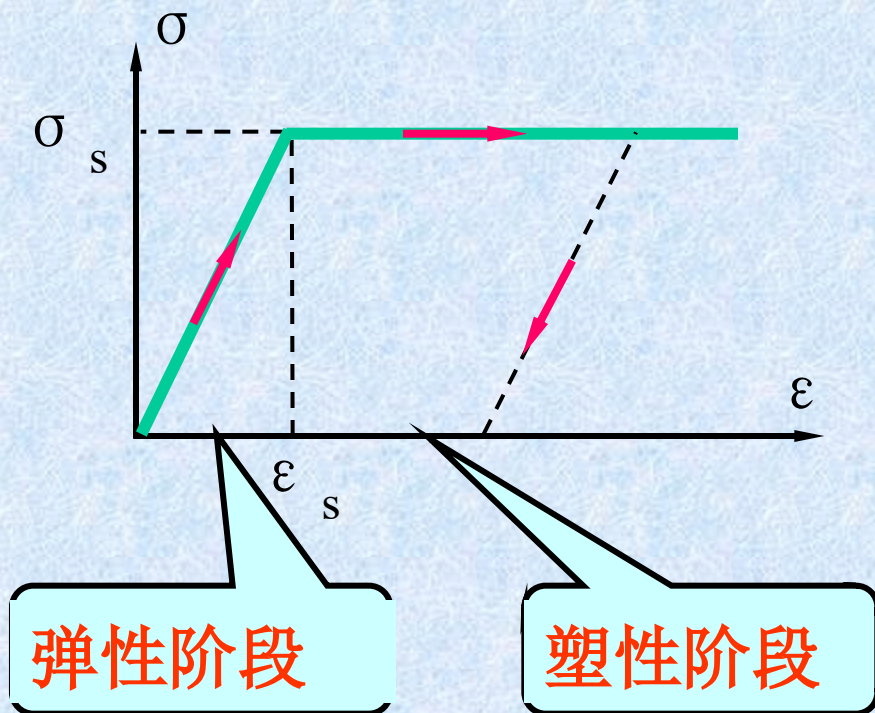


## 4、理想弹塑性材料

在结构塑性分析中，为了简化计算通常假设材料为理想弹塑性材料，其应力应变关系如图所示。

### 特点：

- 1) 应力达到  $\sigma_s$  以前，材料是理想弹性的，即  $\varepsilon$  与  $\sigma$  成正比；
- 2) 应力达到  $\sigma_s$  后，材料转为理想塑性的，即  $\sigma$  不变， $\varepsilon$  任意增加；

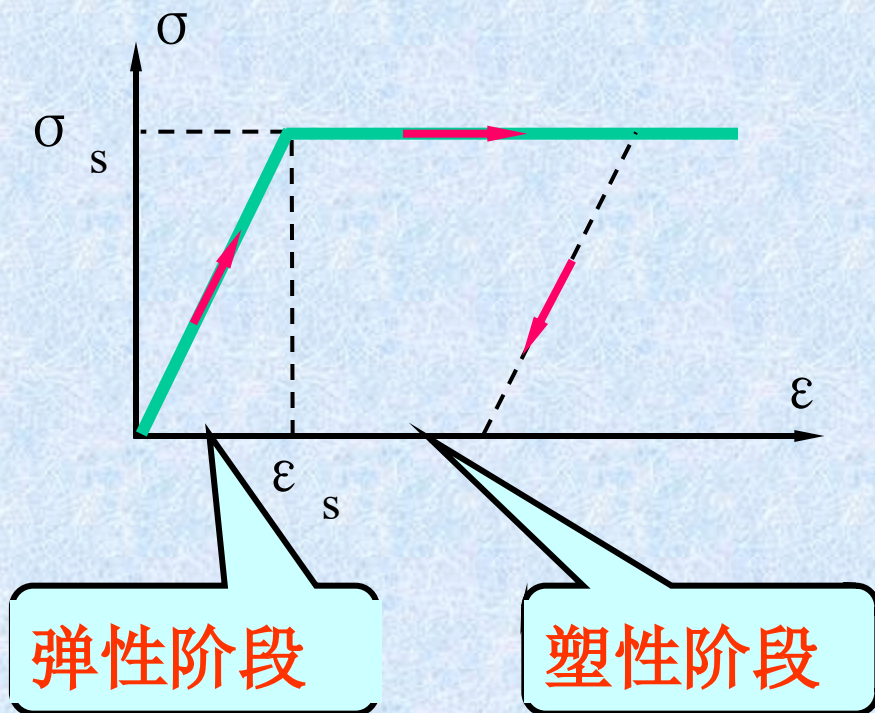


## 4、理想弹塑性材料

在结构塑性分析中，为了简化计算通常假设材料为理想弹塑性材料，其应力应变关系如图所示。

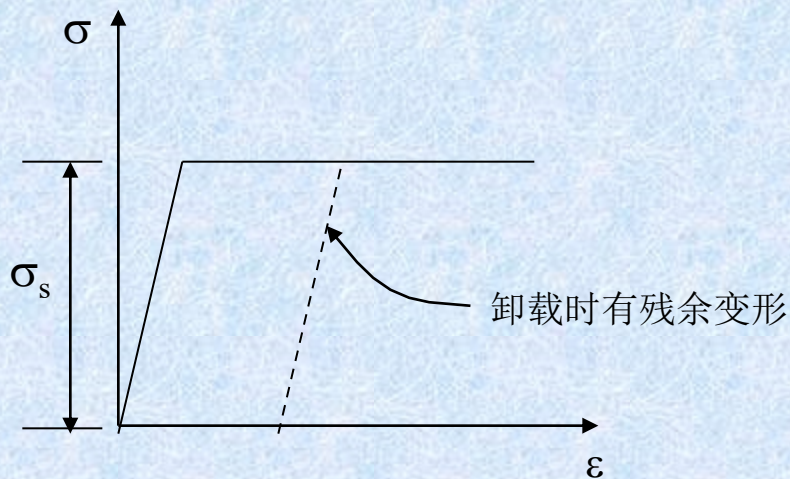
### 特点：

- 3) 卸载时，应力减小，材料是弹性的；
- 4) 应力与应变之间不再存在单值对应关系；
- 5) 材料拉压时的性能相同。



## 5、基本假设

- 1、材料为“理想弹塑性材料”。
- 2、拉压时，应力、应变关系相同。
- 3、满足平截面假定。即无论弹、塑性阶段，保持平截面不变。



### 塑性设计特点:

是以理想弹塑性材料的结构体系为研究对象，从整个结构所能承受的荷载来考虑，充分利用了材料的承载能力，更经济合理。

由于以上的原因，结构的弹塑性计算要比弹性计算复杂一些。

## § 14-2 极限弯矩、塑性铰、破坏机构、静定梁的计算

### 一、屈服弯矩与极限弯矩

以理想弹塑性材料的矩形截面梁受纯弯曲情况为例，说明梁由弹性阶段到弹塑性阶段以及最后达到塑性阶段的过程及一些基本概念。



随着 $M$ 的增大，梁的变形情况经历了以下几个阶段：

## a) 弹性阶段

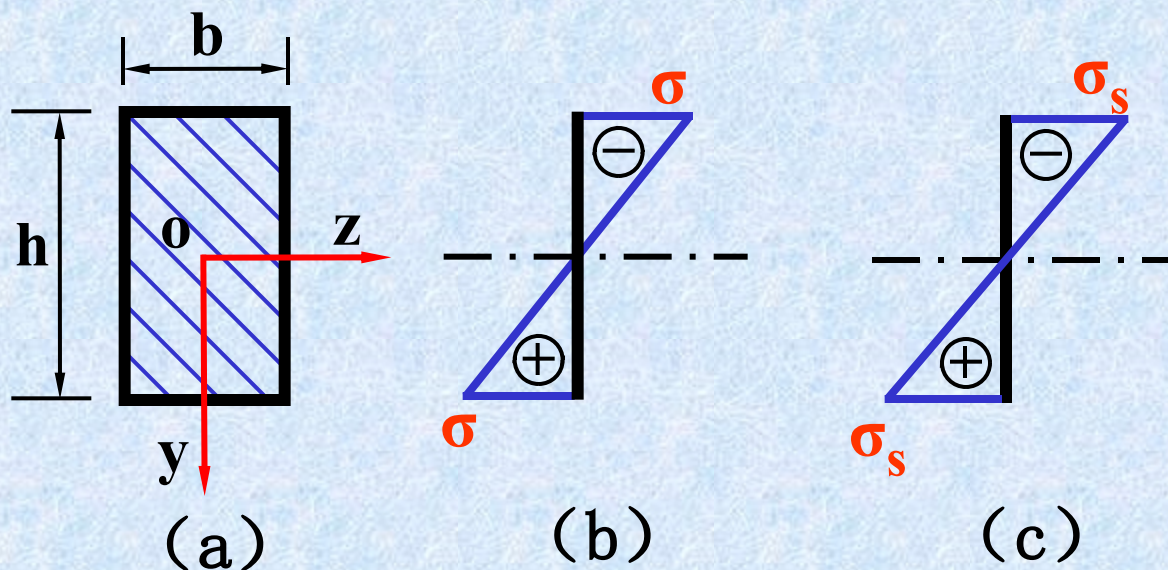


图 (b) 表示截面处于弹性阶段。这个阶段结束的标志是最外纤维处的应力达到屈服极限  $\sigma_s$ ，图 (c) 所示，此时的弯矩：——屈服弯矩  $M_s$

$$M_s = \frac{bh^2}{6} \sigma_s \quad \text{也称为：弹性极限弯矩 } M_s$$

## b) 弹塑性阶段

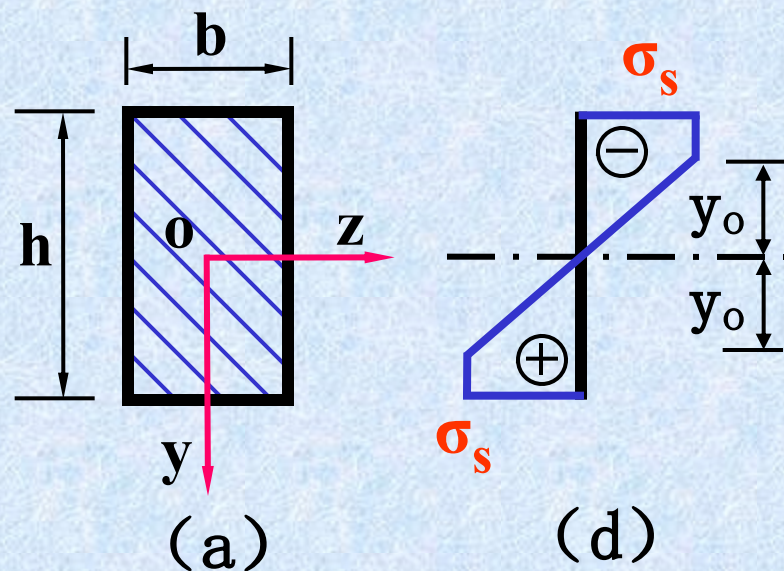
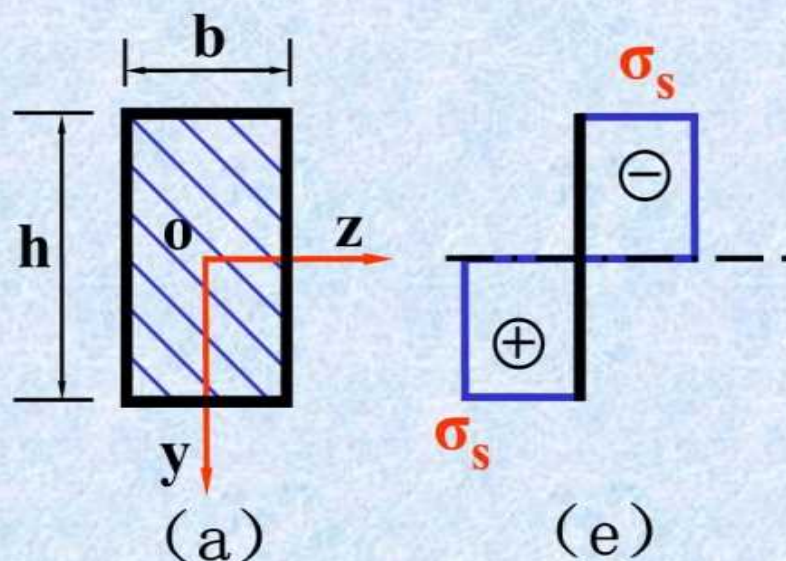


图 (d) 表示截面处于弹塑性阶段。这时截面在靠外部分形成塑性区，其应力为  $\sigma_s$ 。在弹性区，应力按直线分布，

$$\sigma = \sigma_s \frac{y}{y_0}$$

# c) 塑性阶段



显然，对于矩形截面极限弯矩是屈服弯矩的1.5倍。

图 (e) 表示整个截面已达到塑性流动阶段。此时  $y_o \rightarrow 0$ ，相应的弯矩为：

$$M_p = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_s y b dy = \frac{b^2 h}{4} \sigma_s$$

$$M_p = \frac{\pi d^3}{6} \sigma_s$$

这是截面所能承受的最大弯矩，称为 **极限弯矩**。

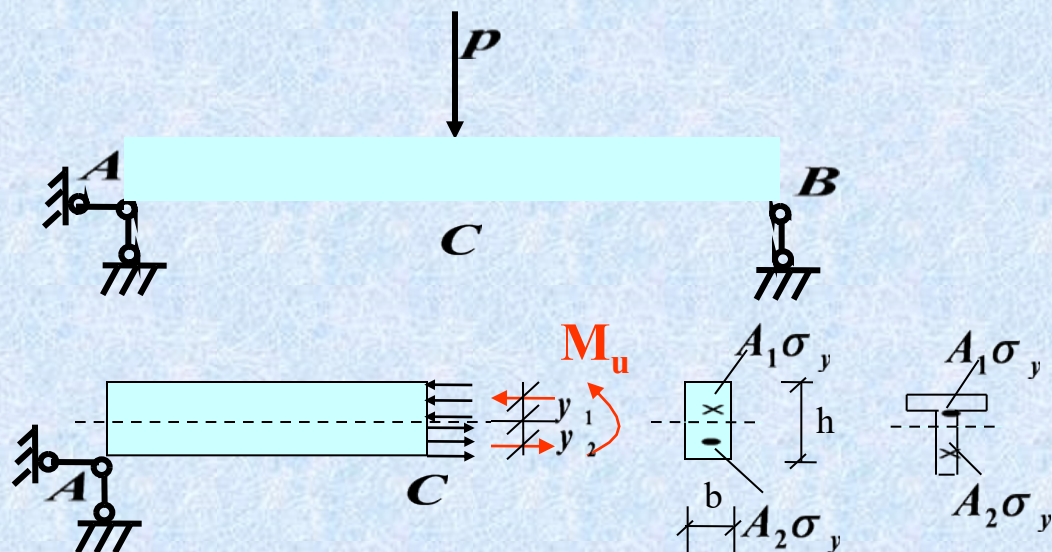
截面形状系数：极限弯矩与屈服弯矩之比

$$\alpha = \frac{M_u}{M_s} = \frac{W_u}{W_s}$$

$$\begin{cases} \text{矩形截面:} & \alpha = 1.5 \\ \text{圆形截面:} & \alpha = \frac{16}{3\pi} \\ \text{工字形截面:} & \alpha = 1.15 \end{cases}$$

截面达到极限弯矩时的特点：

极限状态时，无论截面形状如何，中性轴两侧的拉压面积相等。依据这一特点可确定极限弯矩。



$$\sigma_s A_1 - \sigma_s A_2 = 0$$

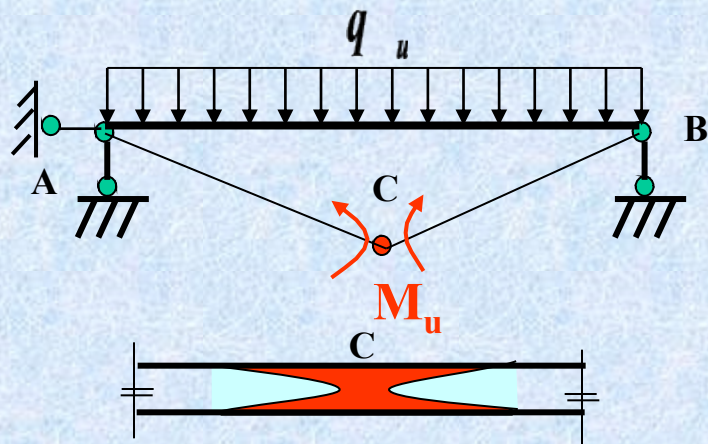
$$\therefore A_1 = A_2 = \frac{A}{2}$$

矩形截面：

$$\begin{aligned} M_u &= A_1 \cdot \sigma_s \cdot y_1 + A_2 \cdot \sigma_s \cdot y_2 \\ &= 2 \times \left( b \times \frac{h}{2} \times \frac{h}{4} \right) \cdot \sigma_s = \frac{bh^2}{4} \cdot \sigma_s \end{aligned}$$

## 二、塑性铰

### 1、塑性铰的概念



当截面达到塑性流动阶段时，在极限弯矩保持不变的情况下，两个无限靠近的截面可以产生有限的相对转角，这种情况与带铰的截面相似。因此这时的截面可以称为 **塑性铰**。

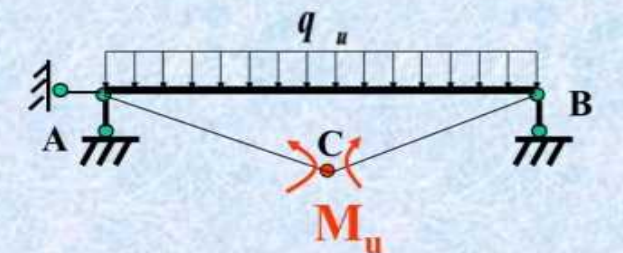
### 2、塑性铰的特点（与机械铰的区别）

- (1) 普通铰不能承受弯矩，塑性铰能够承受弯矩；
- (2) 普通铰双向转动，塑性铰单向转动；
- (3) 卸载时机械铰不消失；当  $q < q_u$ ，塑性铰消失。
- (4) 普通铰的位置是固定的，而塑性铰的位置是由荷载情况而变化的。

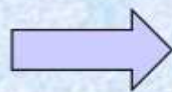
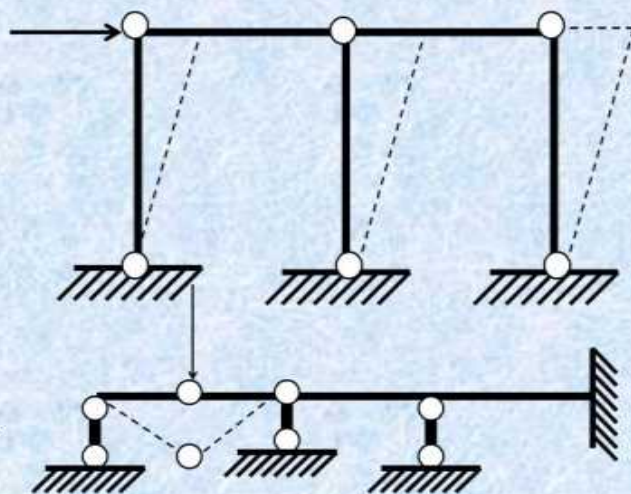
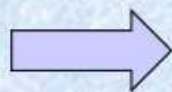
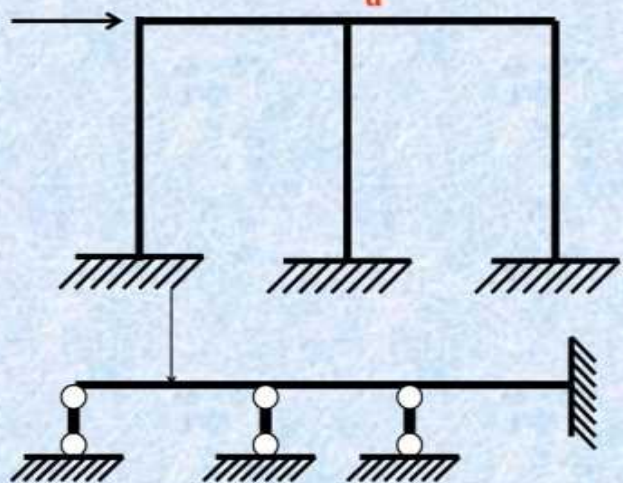
### 三、破坏机构

由于足够多的塑性铰的出现，使原结构成为几何可变体系（常变或者瞬变），失去继续承载的能力，该几何可变体系称为“破坏机构”。简称“机构”。

结构由于出现若干塑性铰而形成的机构称为破坏机构。



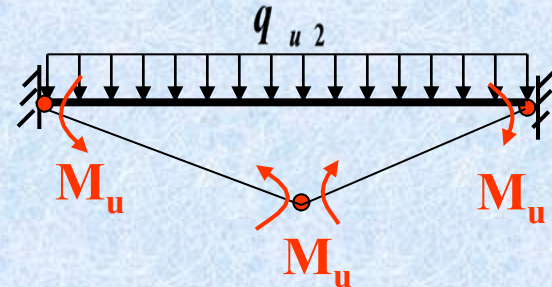
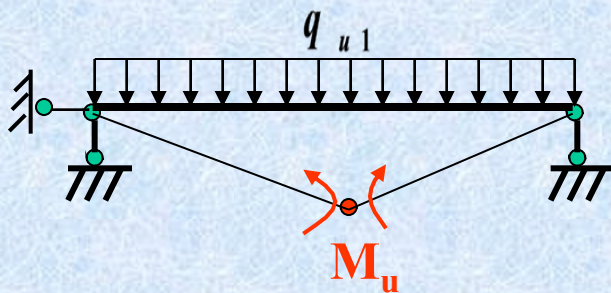
静定结构只要出现一个塑性铰就成为破坏机构



破坏机构可以是整体性的，也可能是局部的。

# 破坏机构的一些特点

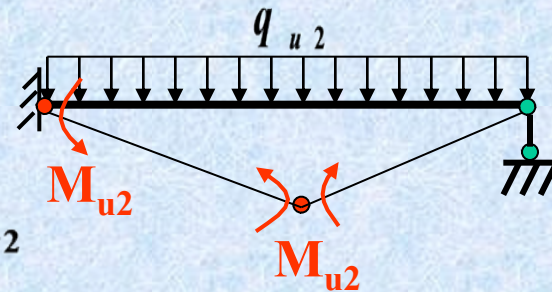
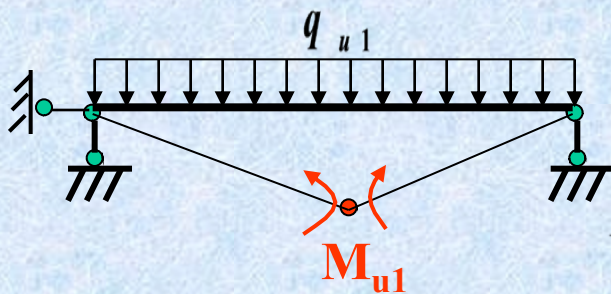
1、不同结构在荷载作用下，成为机构，所需塑性铰的数目不同。



2、不同结构，只要材料、截面积、截面形状相同，塑性弯矩一定相同。

$$M_u = W_u \cdot \sigma_y = W_u \cdot \sigma_s$$

3、材料、截面积、截面形状相同的不同结构， $q_u$ 不一定相同。



$$M_{u1} = M_{u2}$$

$$q_{u1} \neq q_{u2}$$

## 四、极限荷载

极限荷载 $F_u$ ——结构已变为机构、位移可以无限增大、承载力无法再增大时结构所承受的荷载。结构达到塑性**极限状态**时的荷载值，也就是梁结构在丧失承载力之前所能承受的最大荷载值。

计算方法——根据塑性铰截面的弯矩等于极限弯矩值 $M_u$ 的条件，利用平衡方程求得。

**静定梁的极限荷载**：对于静定梁当弹性阶段的弯矩图容易求出时，一般可用极限弯矩平衡法计算**静定梁的极限荷载**。

由于静定结构只要出现一个塑性铰即达到其塑性极限状态，即静定梁的极限状态是弹性阶段最大弯矩截面形成塑性铰，且弯矩图分布与弹性阶段相同，因此可由弹性阶段的弯矩图一次确定极限弯矩图。根据极限状态下的内力分布，按平衡条件可求得极限荷载。

例1：设有矩形截面梁承受如图所示荷载，试求其极限荷载 $F_{Pu}$ 。

解：方法一：平衡法

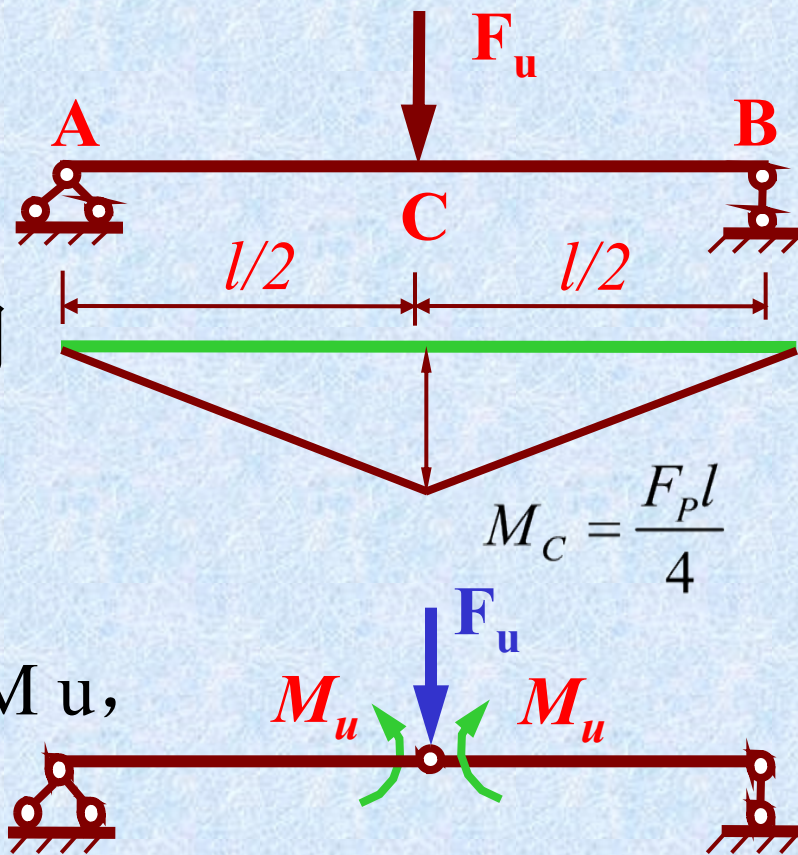
(1) 作M图。

由M图可知：在荷载作用下，塑性铰将在C处形成。

(2) 由静力平衡条件可知，要达到极限荷载， $M_c$ 应等于 $M_u$ ，即：

$$M_c = \frac{F_u l}{4} = M_u$$

$$\therefore F_{Pu} = 4M_u / l$$

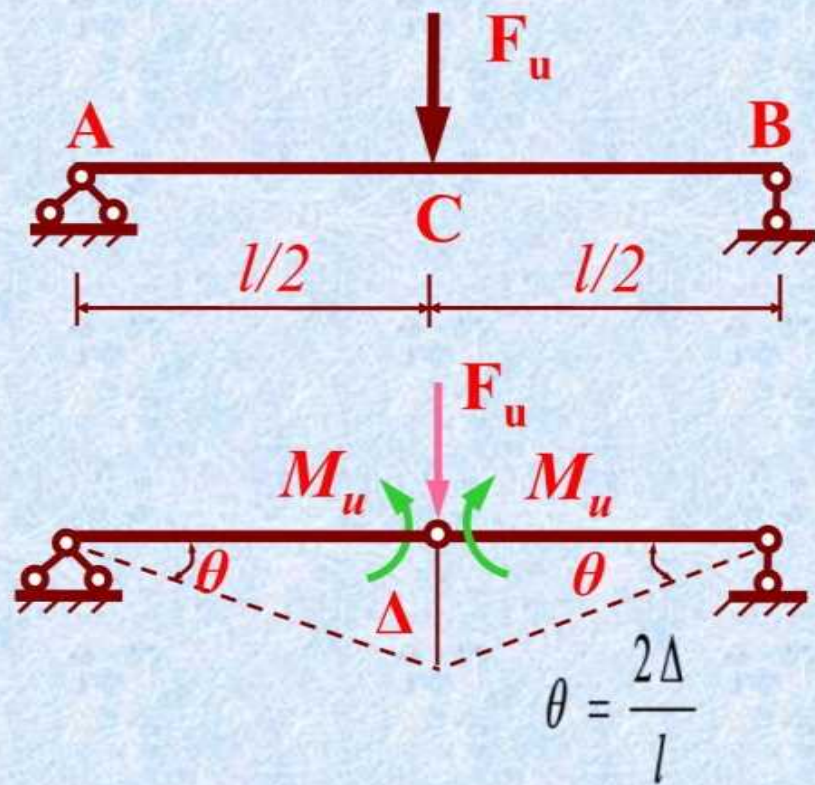


解：方法二：机动法  
画机构虚位移图。

由虚功方程：

$$F_u \Delta - M_u \times 2\theta = 0$$

$$F_u = M_u \times \frac{2\theta}{\Delta} = \frac{4M_u}{l}$$



## 五、极限状态

当结构形成足够多的塑性铰，结构变成几何可变体系时，形成破坏机构的瞬时所对应的变形状态称为结构的极限状态。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/705220002003011243>