

# 期中真题必刷基础 60 题（18 个考点专练）

## 一. 三角形的重心（共 2 小题）

1. （2022 秋·嘉定区期中）如果点  $G$  是  $\triangle ABC$  的重心， $D$  是边  $BC$  的中点，那么  $AG:GD$  的值为（ ）

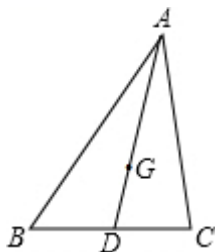
- A. 2                      B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{2}{3}$                       D.  $\frac{3}{2}$

【分析】根据重心的概念得出  $AG=2DG$ ，即可得出答案.

【解答】解： $\because$ 点  $G$  是  $\triangle ABC$  的重心， $D$  是边  $BC$  的中点，

$\therefore$ 那么  $AG:GD$  的值为： $\frac{2}{1}=2$ ，

故选：A.



【点评】此题主要考查了重心的概念和性质：三角形的重心是三角形三条中线的交点，且重心到顶点的距离是它到对边中点的距离的 2 倍.

2. （2022 秋·嘉定区期中）已知在  $\triangle ABC$  中， $AD$  是中线， $G$  是重心，如果  $GD=3\text{cm}$ ，那么  $AG=$  6  $\text{cm}$ .

【分析】根据三角形重心的性质即可求出  $AG$  的长.

【解答】解： $\because G$  是  $\triangle ABC$  的重心，且  $AD$  是中线，

$\therefore AG=2GD=6\text{cm}$ .

故答案为：6.

【点评】此题考查了三角形重心性质：三角形的重心到顶点的距离是它到对边中点的距离的 2 倍.

## 二. \*平面向量（共 5 小题）

3. （2022 秋·青浦区校级期中）如果  $\vec{e}$  为单位向量， $\vec{a}$  与  $\vec{e}$  方向相反，且  $|\vec{a}|=3$ ，那么  $\vec{a}=$   $-3\vec{e}$ .（用  $\vec{e}$  表示）

【分析】根据平面向量的定义即可解决问题.

【解答】解： $\because$ 向量  $\vec{e}$  为单位向量，向量  $\vec{a}$  与单位向量  $\vec{e}$  的方向相反，

$\therefore \vec{a}=-3\vec{e}$ .

故答案为： $-3\vec{e}$ .

【点评】本题考查平面向量的性质，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题.

4. (2022 秋·静安区校级期中) 计算:  $2(\vec{a} - \vec{b}) - \frac{1}{2}\vec{a} = \underline{\underline{\frac{3}{2}\vec{a} - 2\vec{b}}}$ .

【分析】先去括号，然后合并同类项.

【解答】解:  $2(\vec{a} - \vec{b}) - \frac{1}{2}\vec{a}$   
 $= 2\vec{a} - 2\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$   
 $= (2 - \frac{1}{2})\vec{a} - 2\vec{b}$   
 $= \frac{3}{2}\vec{a} - 2\vec{b}.$

故答案为:  $\frac{3}{2}\vec{a} - 2\vec{b}$ .

【点评】本题主要考查了平面向量，实数的运算法则同样适用于平面向量的计算过程中.

5. (2022 秋·长宁区校级期中) 已知  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 6$ , 且  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的方向相反, 则  $\vec{a} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}\vec{b}}}$ . (用  $\vec{b}$  表示  $\vec{a}$ )

【分析】根据两个向量的模的数量关系和方向解答即可.

【解答】解:  $\because |\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 6,$   
 $\therefore |\vec{a}| = \frac{1}{2}|\vec{b}|,$   
 $\therefore \vec{a}$  与  $\vec{b}$  的方向相反,  
 $\therefore \vec{a} = -\frac{1}{2}\vec{b}.$   
故答案为:  $-\frac{1}{2}\vec{b}.$

【点评】本题主要考查了平面向量，注意：平面向量是既有大小，又有方向的.

6. (2022 秋·徐汇区校级期中) 计算:  $4\vec{a} - 2(\vec{a} - 2\vec{b}) = \underline{\underline{2\vec{a} + 4\vec{b}}}$ .

【分析】直接利用实数与向量相乘及平面向量的加减运算法则去括号求解即可求得答案.

【解答】解:  $4\vec{a} - 2(\vec{a} - 2\vec{b}) = 4\vec{a} - 2\vec{a} + 4\vec{b} = 2\vec{a} + 4\vec{b},$

故答案为:  $2\vec{a} + 4\vec{b}.$

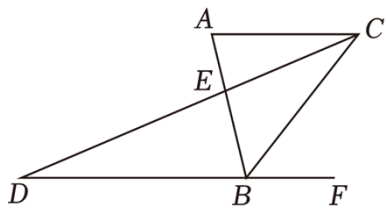
【点评】此题考查了平面向量的运算法则. 注意掌握去括号时的符号变化是解此题的键.

7. (2022 秋·浦东新区校级期中) 如图,  $AB$  与  $CD$  相交于点  $E$ ,  $AC \parallel BD$ , 点  $F$  在  $DB$  的延长线上, 联结

BC, 若 BC 平分  $\angle ABF$ ,  $AE=2$ ,  $BE=3$ .

(1) 求 BD 的长;

(2) 设  $\vec{EB}=\vec{a}$ ,  $\vec{ED}=\vec{b}$ , 用含  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  的式子表示  $\vec{BC}$ .



**【分析】**(1) 根据平行线的性质得出  $\frac{AC}{BD}=\frac{AE}{BE}=\frac{2}{3}$ ,  $\angle ACB=\angle CBF$ , 再根据 BC 平分  $\angle ABF$ , 即可得出

$\angle ABC=\angle ACB$ , 即可得出 AC 的长即可求解;

(2) 由平行线的性质得出  $\frac{EC}{ED}=\frac{AE}{EB}=\frac{2}{3}$ , 再根据平面向量的线性运算即可求解.

**【解答】**解: (1)  $\because AC\parallel BD$ ,

$$\therefore \frac{AC}{BD}=\frac{AE}{BE}=\frac{2}{3}, \quad \angle ACB=\angle CBF,$$

$\because BC$  平分  $\angle ABF$ ,

$$\therefore \angle ABC=\angle CBF,$$

$$\therefore \angle ABC=\angle ACB,$$

$$\therefore AB=AC=2+3=5,$$

$$\therefore \frac{5}{BD}=\frac{2}{3},$$

$$\therefore BD=\frac{15}{2};$$

(2)  $\because AC\parallel BD$ ,

$$\therefore \frac{EC}{ED}=\frac{AE}{EB}=\frac{2}{3},$$

$$\therefore \vec{ED}=\vec{b},$$

$$\therefore \vec{EC}=-\frac{2}{3}\vec{b},$$

$$\therefore \vec{BC}=\vec{BE}+\vec{EC}=-\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}.$$

**【点评】** 本题考查了平行线的性质, 平面向量, 熟练掌握平面向量的线性运算法则是解题的关键.

### 三. 比例的性质 (共 4 小题)

8. (2022 秋·徐汇区校级期中) 已知  $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$ , 则  $\frac{x}{y-x}=\underline{2}$ .

【分析】由比例的性质设  $x=2k$ ,  $y=3k$ , 代入即可求解.

【解答】解: 设  $x=2k$ ,  $y=3k$ ,

$$\text{则 } \frac{x}{y-x} = \frac{2k}{3k-2k} = 2,$$

故答案为: 2.

【点评】本题考查根据比例式求代数式的值, 设比例参数是解决本类问题的常用方法.

9. (2022 秋·徐汇区校级期中) 已知  $3x=2y$ , 那么下列等式一定成立的是 ( )

A.  $x=2, y=3$       B.  $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$       C.  $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$       D.  $3x+2y=0$

【分析】已知  $3x=2y$ , 根据内项之积等于外项之积, 即若  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , 则  $ad=bc$  列出比例式判断即可.

【解答】解:  $\because 3x=2y$ ,

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{2}{3}.$$

故选: C.

【点评】本题考查了比例的性质, 解题的关键是掌握比例的性质并灵活运用.

10. (2022 秋·徐汇区期中) 如果  $5x=3y$  ( $x, y$  均不为零), 那么  $x:y$  的值是 ( )

A.  $\frac{5}{3}$       B.  $\frac{3}{5}$       C.  $\frac{3}{8}$       D.  $\frac{5}{8}$

【分析】等式两边都除以  $5y$  即可.

【解答】解: 两边都除以  $5y$  得,  $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$ .

故选: B.

【点评】本题考查比例的基本性质, 正确记忆相关内容是解题关键.

11. (2022 秋·浦东新区校级期中) 已知:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{3}{5}$ , 则  $\frac{a+2c-3e}{b+2d-3f} = \frac{3}{5}$ .

【分析】根据题意得  $a = \frac{3}{5}b$ ,  $c = \frac{3}{5}d$ ,  $e = \frac{3}{5}f$ , 即可得

$$\frac{a+2c-3e}{b+2d-3f} = \frac{\frac{3}{5}b+2 \times \frac{3}{5}d-3 \times \frac{3}{5}f}{b+2d-3f} = \frac{\frac{3}{5}(b+2d-3f)}{b+2d-3f} = \frac{3}{5}.$$

【解答】解:  $\because \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{3}{5}$ ,

$$\therefore a = \frac{3}{5}b, \quad c = \frac{3}{5}d, \quad e = \frac{3}{5}f,$$

$$\therefore \frac{a+2c-3e}{b+2d-3f} = \frac{\frac{3}{5}b+2 \times \frac{3}{5}d-3 \times \frac{3}{5}f}{b+2d-3f} = \frac{\frac{3}{5}(b+2d-3f)}{b+2d-3f} = \frac{3}{5}.$$

故答案为： $\frac{3}{5}$ .

【点评】本题考查了比例的性质，解题的关键是掌握比例的性质.

#### 四. 比例线段 (共 2 小题)

12. (2022 秋·虹口区期中) 下列各组中的四条线段 (单位: 厘米) 成比例线段的是 ( )

- A. 1、2、3、4      B. 2、3、4、5      C. 4、5、5、6      D. 1、2、10、20

【分析】根据比例线段的概念，让最小的和最大的相乘，另外两条相乘，看它们的积是否相等即可得出答案.

【解答】解： $4 \times 1 \neq 2 \times 3$ ，故本选项错误；

$2 \times 5 \neq 3 \times 4$ ，故本选项错误；

$4 \times 6 \neq 5 \times 5$ ，故本选项错误；

$1 \times 20 = 2 \times 10$ ，故本选项正确；

故选：D.

【点评】此题考查了比例线段，理解成比例线段的概念，注意在线段两两相乘的时候，要让最小的和最大的相乘，另外两条相乘，看它们的积是否相等进行判断

13. (2022 秋·黄浦区期中) 已知线段  $b$  是线段  $a$ 、 $c$  的比例中项，如果  $a=2$ ， $c=18$ ，那么  $b=$  6 .

【分析】根据比例中项的定义，列出比例式即可求解.

【解答】解： $\because$  线段  $a=2$ ， $c=18$ ，线段  $b$  是线段  $a$  和  $c$  的比例中项，

$$\therefore b^2 = ac = 2 \times 18 = 36,$$

$$\therefore b_1 = 6, b_2 = -6 \text{ (舍去)}.$$

故答案为：6.

【点评】此题考查了比例线段；理解比例中项的概念，这里注意线段不能是负数.

#### 五. 黄金分割 (共 2 小题)

14. (2022 秋·浦东新区校级期中)  $P$  为线段  $AB$  的黄金分割点， $AP > BP$ ，若  $AB=8$ ，则  $BP$  的长为  $12-4\sqrt{5}$  .

【分析】根据黄金比值为  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  计算即可.

【解答】解： $P$  是线段  $AB$  的黄金分割点，且  $AP > BP$ ， $AB=8$ ，

$$\therefore AP = \frac{\sqrt{5}-1}{2} AB = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \times 8 = 4\sqrt{5} - 4,$$

$$\therefore BP = AB - AP = 12 - 4\sqrt{5},$$

故答案为： $12-4\sqrt{5}$ .

【点评】 本题考查的是黄金分割的概念，熟记黄金比值为  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  是解题的关键.

15. (2022 秋·长宁区校级期中) 如果线段  $AB$  长是 4 厘米,  $P$  是线段  $AB$  上的一点, 且满足  $AP^2=AB \cdot BP$ , 那么  $AP$  长为  $2\sqrt{5}-2$  厘米.

【分析】 根据黄金分割点的定义, 知  $AP$  是较长线段, 得出  $AP=\frac{\sqrt{5}-1}{2}AB$ , 代入数据即可得出  $AP$  的长.

【解答】 解:  $\because P$  是线段  $AB$  上的一点, 且满足  $AP^2=AB \cdot BP$ ,

$\therefore P$  为线段  $AB$  的黄金分割点, 且  $AP$  是较长线段,

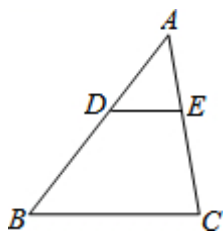
$$\therefore AP=\frac{\sqrt{5}-1}{2}AB=\frac{\sqrt{5}-1}{2} \times 4=2\sqrt{5}-2 \text{ (厘米)},$$

故答案为:  $2\sqrt{5}-2$ .

【点评】 本题考查了黄金分割的概念: 如果一个点把一条线段分成两条线段, 并且较长线段是较短线段和整个线段的比例中项, 那么就说这个点把这条线段黄金分割, 这个点叫这条线段的黄金分割点; 较长线段是整个线段的  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  倍.

## 六. 平行线分线段成比例 (共 3 小题)

16. (2022 秋·嘉定区期中) 如图: 在  $\triangle ABC$  中, 点  $D$ 、 $E$  分别在  $AB$ 、 $AC$  上, 根据下列给定的条件, 不能判断  $DE$  与  $BC$  平行的是 ( )



- A.  $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$       B.  $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$       C.  $\frac{AD}{AE}=\frac{AB}{AC}$       D.  $\frac{DE}{BC}=\frac{AE}{AC}$

【分析】 根据平行线分线段成比例定理的逆定理, 即“三条直线被两条直线所截, 如果截得的对应线段成比例, 那么三条直线平行”, 进行分析判断即可.

【解答】 解:  $\because \frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$ ,  $\therefore DE \parallel BC$ ,  $A$  不合题意;

$\because \frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$ ,  $\therefore DE \parallel BC$ ,  $B$  不合题意;

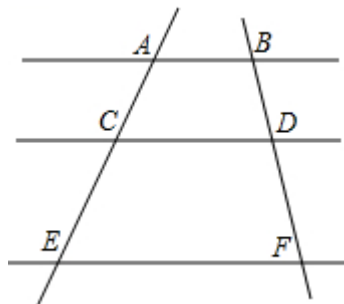
$\because \frac{AD}{AE}=\frac{AB}{AC}$ ,  $\therefore DE \parallel BC$ ,  $C$  不合题意;

$\frac{DE}{BC}=\frac{AE}{AC}$ , 不能判断  $DE$  与  $BC$  平行,  $D$  符合题意;

故选:  $D$ .

**【点评】** 本题考查的是平行线分线段成比例定理的逆定理，即“三条直线被两条直线所截，如果截得的对应线段成比例，那么三条直线平行”。

17. (2022 秋·虹口区校级期中) 如图，已知  $AB \parallel CD \parallel EF$ ， $BD:DF=1:2$ ，那么下列结论正确的是 ( )



- A.  $AC:AE=1:3$     B.  $CE:EA=1:3$     C.  $CD:EF=1:2$     D.  $AB:CD=1:2$

**【分析】** 根据平行线分线段成比例定理得到  $AC:CE=BD:DF=1:2$ ，然后利用比例性质对各选项进行判断。

**【解答】** 解：∵  $AB \parallel CD \parallel EF$ ，

$$\therefore AC:CE=BD:DF=1:2,$$

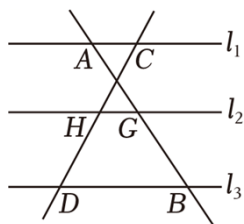
即  $CE=2AC$ ，

$$\therefore AC:AE=1:3, CE:EA=2:3.$$

故选：A.

**【点评】** 本题考查了平行线分线段成比例：三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例。

18. (2022 秋·青浦区校级期中) 如图，已知直线  $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ ， $AB=10\text{cm}$ ， $BG=6\text{cm}$ ， $CD=8\text{cm}$ ，那么  $CH=$  3.2 cm.



**【分析】** 根据平行线分线段成比例定理列出比例式，代入计算得到答案。

**【解答】** 解：∵  $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ ，

$$\therefore \frac{BG}{AB} = \frac{DH}{CD}, \text{ 即 } \frac{6}{10} = \frac{DH}{8},$$

解得， $DH=4.8$ ，

$$\therefore CH=CD - DH=3.2,$$



故选：C.

【点评】本题考查的是相似三角形的性质，即相似三角形面积的比等于相似比的平方.

22. (2022 秋·青浦区校级期中) 如果两个相似三角形的相似比是 2:3, 那么它们的周长比是 2:3.

【分析】根据相似三角形的性质：周长比等于相似比即可解得.

【解答】解：∵两个相似三角形的相似比为 2:3,

∴它们的周长比为 2:3.

故答案为 2:3.

【点评】此题主要考查相似三角形的性质：相似三角形的周长比等于相似比.

23. (2022 秋·宝山区期中) 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别为 6cm, 7.5cm, 9cm,  $\triangle DEF$ 的一边长为 5cm, 如果这两个三角形相似, 那么 $\triangle DEF$ 的另两边长可能是 ( )

A. 2cm, 3cm      B. 4cm, 6cm      C. 6cm, 7cm      D. 6cm, 8cm

【分析】根据三边对应成比例的三角形相似, 即可求得. 注意 $\triangle DEF$ 中为 5cm 边长的对应边可能是 6cm 或 7.5cm 或 9cm, 所以有三种情况.

【解答】解：设 $\triangle DEF$ 的另两边为  $x$ cm,  $y$ cm,

若 $\triangle DEF$ 中为 5cm 边长的对应边为 6cm,

$$\text{则: } \frac{5}{6} = \frac{x}{7.5} = \frac{y}{9},$$

$$\text{解得: } x = \frac{25}{4}, y = \frac{15}{2};$$

若 $\triangle DEF$ 中为 5cm 边长的对应边为 7.5cm,

$$\text{则: } \frac{5}{7.5} = \frac{x}{6} = \frac{y}{9},$$

$$\text{解得: } x=4, y=6;$$

若 $\triangle DEF$ 中为 5cm 边长的对应边为 9cm,

$$\text{则: } \frac{5}{9} = \frac{x}{6} = \frac{y}{7.5},$$

$$\text{解得: } x = \frac{10}{3}, y = \frac{25}{6};$$

故选：B.

【点评】此题考查了相似三角形的判定：三边对应成比例的三角形相似. 解此题的关键要注意 $\triangle DEF$ 中为 5cm 边长的对应边不确定, 答案不唯一, 要仔细分析, 小心别漏解.

24. (2022 秋·松江区校级期中) 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 相似, 对应边  $AB$ 与  $DE$ 之比为 3:4, 如果 $\triangle DEF$ 的

周长为 24，那么  $\triangle ABC$  的周长是 18。

**【分析】** 根据相似三角形的周长之比等于相似比得  $C_{\triangle ABC} : C_{\triangle DEF} = 3 : 4$ ，又因为  $\triangle DEF$  的周长是 24，再建立方程即可。

**【解答】** 解：  $\because \triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  相似，对应边  $AB$  与  $DE$  之比为 3 : 4，

$$\therefore C_{\triangle ABC} : C_{\triangle DEF} = 3 : 4,$$

$\because \triangle DEF$  的周长是 24，

$$\therefore C_{\triangle ABC} : 24 = 3 : 4,$$

$\therefore \triangle ABC$  的周长是 18，

故答案为：18。

**【点评】** 本题考查了相似三角形的性质，解题的关键是掌握相似三角形的周长之比等于相似比。

### 九. 相似三角形的判定 (共 3 小题)

25. (2022 秋·奉贤区期中) 在  $\triangle ABC$  中，点  $D$ 、 $E$  分别在边  $AB$ 、 $AC$  上，联结  $DE$ ，那么下列条件中不能判断  $\triangle ADE$  和  $\triangle ABC$  相似的是 ( )

A.  $DE \parallel BC$

B.  $\angle AED = \angle B$

C.  $AE : AD = AB : AC$

D.  $AE : DE = AC : BC$

**【分析】** 根据题意画出图形，再由相似三角形的判定定理进行解答即可。

**【解答】** 解：如图，

A、  $\because DE \parallel BC$ ，

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，故本选项错误；

B、  $\because \angle AED = \angle B$ ， $\angle A = \angle A$ ，

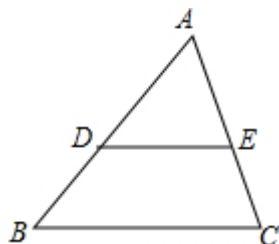
$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB$ ，故本选项错误；

C、  $\because AE : AD = AB : AC$ ， $\angle A = \angle A$ ，

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB$ ，故本选项错误；

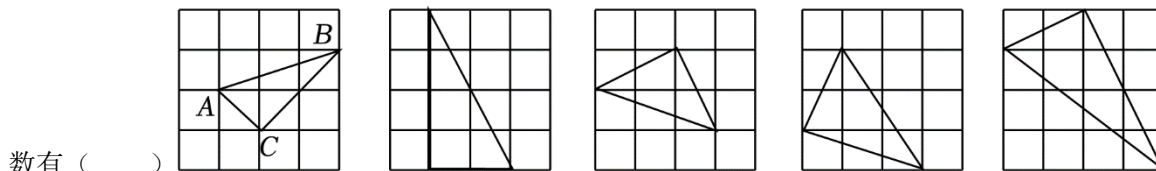
D、  $AE : DE = AC : BC$  不能使  $\triangle ADE$  和  $\triangle ABC$  相似，故本选项正确。

故选：D。



【点评】此题考查了相似三角形的判定，属于基础题，关键是掌握相似三角形的几种判定定理.

26. (2022 秋·静安区校级期中) 下列五幅图均是由边长为 1 的 16 个小正方形组成的正方形网格，网格中的三角形的顶点都在小正方形的顶点上，那么在下列右边四幅图中的三角形，与左图中的  $\triangle ABC$  相似的个数有 ( )



- A. 1 个                      B. 2 个                      C. 3 个                      D. 4 个

【分析】可利用正方形的边把对应的线段表示出来，利用三边对应成比例两个三角形相似，分别计算各边的长度即可解题.

【解答】解：观察可以发现  $AC=\sqrt{2}$ ， $BC=2\sqrt{2}$ ， $AB=\sqrt{10}$ ，故该三角形中必须有一条边与邻边的比值为 2，且为直角三角三角形，

第 1 个图形中，有两边为 2，4，且为直角三角三角形，

第 2，3 图形中，两边不具备 2 倍关系，不可能相似，

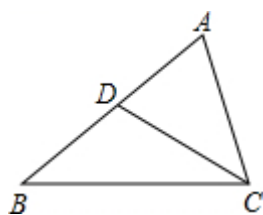
第 4 个图形中，有两边为  $\sqrt{5}$ ， $2\sqrt{5}$ ，且为直角三角三角形，

$\therefore$  只有第 1，4 个图形与左图中的  $\triangle ABC$  相似.

故选：B.

【点评】此题考查了勾股定理在直角三角形中的运用，三角形对应边比值相等判定三角形相似的方法，本题中根据勾股定理计算三角形的三边长是解题的关键.

27. (2022 秋·奉贤区期中) 如图：已知  $\triangle ABC$  中， $D$  是  $AB$  上一点，添加一个条件  $\angle ADC = \angle ACB$ ，可使  $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ .



【分析】根据题目所给的条件，利用利用一个三角形的两个角与另一个三角形的两个角对应相等，即可得出答案.

【解答】解：由图可知  $\angle CAD = \angle BAC$ ，再加一个对应角相等即可，

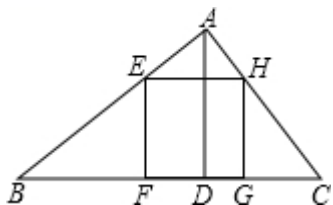
所以，可以为： $\angle ADC = \angle ACB$  或  $\angle ABC = \angle ACD$ ，

故答案为： $\angle ADC = \angle ACB$ .

【点评】此题主要考查学生对相似三角形的判定定理的理解和掌握，此题答案不唯一，属于开放型，大部分学生能正确做出，对此都要给予积极鼓励，以激发他们的学习兴趣.

一十. 相似三角形的判定与性质 (共 11 小题)

28. (2022 秋·嘉定区期中) 如图, 已知在  $\triangle ABC$  中, 边  $BC=6$ , 高  $AD=3$ , 正方形  $EFGH$  的顶点  $F$ 、 $G$  在边  $BC$  上, 顶点  $E$ 、 $H$  分别在边  $AB$  和  $AC$  上, 那么这个正方形的边长等于 ( )



- A. 3                      B. 2.5                      C. 2                      D. 1.5

【分析】利用正方形的性质可知  $EH \parallel BC$ , 再利用平行线分线段成比例定理的推论可得  $\triangle AHE \sim \triangle ACB$ , 利用相似三角形的性质可得比例线段, 利用比例线段可求正方形的边长

【解答】解:  $\because$  四边形  $EFGH$  是正方形,

$$\therefore EH \parallel BC, EH = EF,$$

$$\therefore \triangle AEH \sim \triangle ABC,$$

又  $\because AD \perp BC, EH \parallel BC,$

$$\therefore AD \perp EH,$$

$$\therefore \frac{AM}{AD} = \frac{EH}{BC},$$

设  $EH = x$ , 则  $AM = 3 - x$ ,

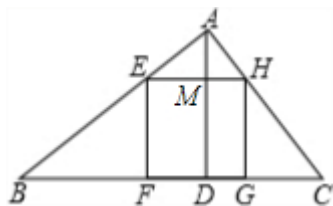
$$\therefore \frac{3-x}{3} = \frac{x}{6},$$

解得:  $x = 2$ ,

$$\therefore EH = 2.$$

答: 这个正方形的边长为 2.

故选: C.



【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质、正方形的性质和平行线分线段成比例定理, 是各地中考考查相似三角形常见题型.

29. (2022 秋·嘉定区期中) 在  $\triangle ABC$  中, 点  $D$ 、 $E$  分别在边  $AB$ 、 $AC$  上,  $\angle ADE = \angle C$ ,  $AD = 1$ ,  $AE = 2$ ,  $AC = 3$ , 那么  $AB = \underline{6}$ .

**【分析】** 由  $\angle A = \angle A$ ,  $\angle ADE = \angle C$ , 根据有两角对应相等的三角形相似, 即可证得  $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ , 根据相似三角形的对应边成比例, 即可求得  $AB$  的值.

**【解答】** 解:  $\because \angle A = \angle A$ ,  $\angle ADE = \angle C$ ,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB$ ,

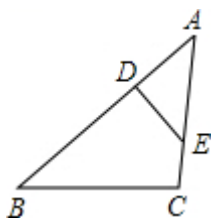
$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB},$$

$\because AD = 1$ ,  $AE = 2$ ,  $AC = 3$ ,

$$\therefore \frac{1}{3} = \frac{2}{AB},$$

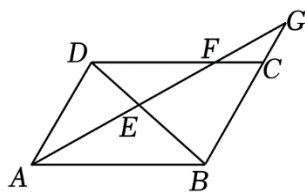
$\therefore AB = 6$ .

故答案为: 6.



**【点评】** 此题考查了相似三角形的判定与性质. 此题难度不大, 解题的关键是注意方程思想与数形结合思想的应用.

30. (2022 秋·上海期中) 如图, 四边形  $ABCD$  是平行四边形,  $\angle BAD$  的平分线交  $BD$  于  $E$ , 交  $DC$  于  $F$ , 交  $BC$  的延长线于  $G$ . 那么下列结论正确的是 ( )



A.  $AE^2 = EF \cdot FG$     B.  $AE^2 = EF \cdot AG$     C.  $AE^2 = EG \cdot FG$     D.  $AE^2 = EF \cdot EG$

**【分析】** 解答此题的关键是利用平行四边形证明出  $\triangle ADE \sim \triangle EGB$ ,  $\triangle DEF \sim \triangle AEB$ , 然后利用对应边成比例即可解答此题.

**【解答】** 解:  $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$\therefore \triangle AED \sim \triangle GEB$ ,  $\triangle DEF \sim \triangle BEA$ ,

$$\therefore \frac{AE}{EG} = \frac{DE}{EB}, \frac{DE}{EB} = \frac{EF}{AE},$$

$$\therefore \frac{AE}{EG} = \frac{EF}{AE},$$

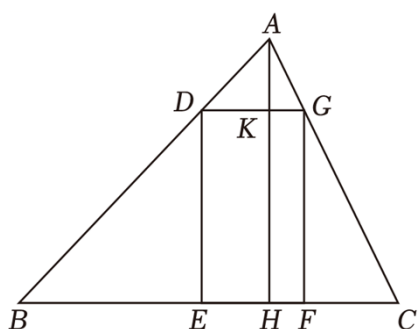
即  $AE^2 = EF \cdot EG$ .

所以选项  $D$  正确,

故选:  $D$ .

**【点评】** 此题主要考查学生利用平行四边形的性质证明三角形相似以及相似三角形的对应边成比例, 解题关键是熟练掌握相似三角形的判定和性质.

31. (2022 秋·黄浦区校级期中) 如图, 矩形  $DEFG$  的边  $EF$  在  $\triangle ABC$  的边  $BC$  上, 顶点  $D$ 、 $G$  分别在边  $AB$ 、 $AC$  上,  $BC=60$ , 高  $AH=40$ , 如果  $DE=2DG$ , 求矩形  $DEFG$  的周长.



**【分析】** 设  $DG=x$ , 则  $DE=2x$ , 易知得四边形  $DEHK$  为矩形,  $DE=KH=2x$ ,  $AK=40-2x$ , 则由  $DG \parallel BC$  可得  $\triangle ADG \sim \triangle ABC$ ,  $\triangle ADK \sim \triangle ABH$ , 由相似三角形的性质得  $\frac{AD}{AB} = \frac{DG}{BC}$ ,  $\frac{AD}{AB} = \frac{AK}{AH}$ , 进而得到  $\frac{DG}{BC} = \frac{AK}{AH}$ , 代入计算求得  $x=15$ , 再根据矩形的周长公式计算即可.

**【解答】** 解: 设  $DG=x$ , 则  $DE=2x$ ,

$\because$  四边形  $DEFG$  为矩形,

$\therefore DG \parallel EF$ ,  $\angle DEF = \angle EDG = 90^\circ$ ,

$\because AH$  为  $\triangle ABC$  的高,

$\therefore \angle KHE = \angle HED = \angle EDK = 90^\circ$ ,

$\therefore$  四边形  $DEHK$  为矩形,

$\therefore DE = KH = 2x$ ,

$\therefore AK = AH - KH = 40 - 2x$ ,

$\because DG \parallel BC$ ,

$\therefore \triangle ADG \sim \triangle ABC$ ,  $\triangle ADK \sim \triangle ABH$ ,

$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{DG}{BC}$ ,  $\frac{AD}{AB} = \frac{AK}{AH}$ ,

$$\therefore \frac{DG}{BC} = \frac{AK}{AH}, \text{ 即 } \frac{x}{60} = \frac{40-2x}{40},$$

解得:  $x=15$ ,

$\therefore DG=15$ , 则  $DE=30$ ,

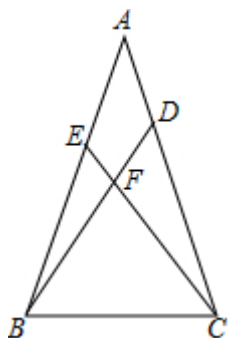
$\therefore$  矩形  $DEFG$  的周长  $=2(DG+DE) = 2 \times (15+30) = 90$ .

**【点评】** 本题主要考查矩形的判定与性质、相似三角形的判定与性质, 熟知“ $A$ 字”相似三角形模型是解题关键.

32. (2022 秋·青浦区校级期中) 如图, 已知: 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ , 点  $D, E$  分别在边  $AC, AB$  上, 连接  $BD, CE$  交于点  $F$ , 且  $\angle BFC = \angle ABC$ .

求证: (1)  $\triangle BCF \sim \triangle BDC$ ;

(2)  $BF \cdot BD = BE \cdot CD$



**【分析】** (1) 证明  $\angle BFC = \angle DCB$ ,  $\angle FBC = \angle CBD$ , 即可得出结论;

(2) 由  $\triangle BCF \sim \triangle BDC$ , 可得  $BC^2 = BF \cdot BD$ , 证明  $\triangle CFB \sim \triangle CBE$ , 则  $\triangle CBE \sim \triangle DCB$ . 可得  $BC^2 = BE \cdot CD$ , 则结论可得出.

**【解答】** 证明: (1)  $\because AB=AC$ ,

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$ ,

又  $\because \angle BFC = \angle ABC$ ,

$\therefore \angle BFC = \angle DCB$ ,

$\because \angle FBC = \angle CBD$ ,

$\therefore \triangle BCF \sim \triangle BDC$ ;

(2)  $\because \triangle BCF \sim \triangle BDC$ ,

$$\therefore \frac{BC}{BF} = \frac{BD}{BC},$$

即  $BC^2 = BF \cdot BD$  ①

$\because \angle BFC = \angle EBC$ ,  $\angle BCF = \angle ECB$ ,

$$\therefore \triangle CFB \sim \triangle CBE,$$

由相似的传递性知:  $\triangle CBE \sim \triangle DCB$

$$\therefore \frac{BC}{CD} = \frac{BE}{BC}, \text{ 即 } BC^2 = BE \cdot CD \text{ ②}$$

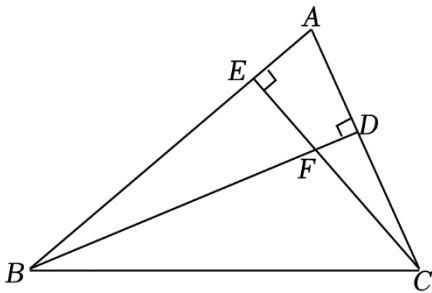
结合①②可得,  $BF \cdot BD = BE \cdot CD$ .

**【点评】** 本题考查了相似三角形的性质和判定的应用, 熟练掌握相似三角形的判定方法是解题的关键.

33. (2022 秋·长宁区校级期中) 如图, 已知, 在锐角  $\triangle ABC$  中,  $BD$  和  $CE$  分别是边  $AC$ 、 $AB$  上的高.

(1) 求证:  $\frac{AE}{EF} = \frac{AC}{BF}$ ;

(2) 联结  $AF$ , 求证:  $AF \cdot BE = BC \cdot EF$ .



**【分析】** (1) 通过证明  $\triangle AEC \sim \triangle FEB$ , 根据相似三角形的性质可得结论;

(2) 通过证明  $\triangle AEF \sim \triangle CEB$ , 根据相似三角形的性质可得结论.

**【解答】** 证明: (1)  $\because BD$  和  $CE$  分别是边  $AC$ 、 $AB$  上的高,

$$\therefore \angle AEC = \angle BDA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle ACE = 90^\circ = \angle A + \angle ABD,$$

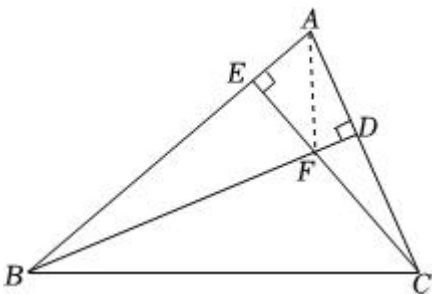
$$\therefore \angle ACE = \angle ABD,$$

$$\text{又} \because \angle AEC = \angle BEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AEC \sim \triangle FEB,$$

$$\therefore \frac{AE}{EF} = \frac{AC}{BF};$$

(2) 如图, 连接  $AF$ ,



$$\because \triangle AEC \sim \triangle FEB,$$

$$\therefore \frac{AE}{EF} = \frac{EC}{BE},$$

$$\therefore \frac{AE}{EC} = \frac{EF}{BE},$$

又 $\because \angle AEC = \angle FEB = 90^\circ$ ,

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle CEB,$$

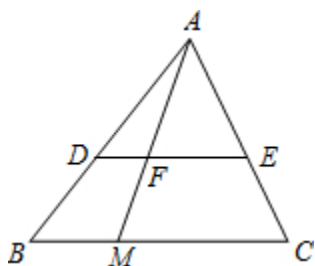
$$\therefore \frac{AF}{BC} = \frac{EF}{BE},$$

$$\therefore AF \cdot BE = BC \cdot EF.$$

**【点评】** 本题考查了相似三角形的判定和性质，掌握相似三角形的判定方法是解题的关键。

34. (2022 秋·静安区校级期中) 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ 交 $AB$ 于点 $D$ ，交 $AC$ 于点 $E$ ，点 $M$ 在 $BC$ 边上， $AM$ 交 $DE$ 于点 $F$ 。

求证： $\frac{DF}{FE} = \frac{BM}{MC}$ 。



**【分析】** 由 $DE \parallel BC$ ，将问题分解为 $DF \parallel BM$ ， $FE \parallel MC$ ，分别利用平行线分线段成比例定理，利用“中间比”过渡，得出新的比例式，再变形即可。

**【解答】** 证明： $\because DE \parallel BC$ ，

$$\therefore \triangle ADF \sim \triangle ABM, \triangle AFE \sim \triangle AMC,$$

$$\therefore \frac{DF}{BM} = \frac{AF}{AM}, \frac{FE}{MC} = \frac{AF}{AM}$$

$$\therefore \frac{DF}{BM} = \frac{FE}{MC},$$

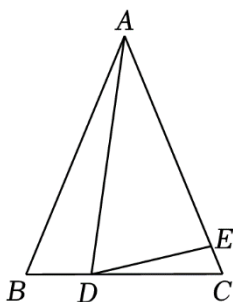
$$\therefore \frac{DF}{FE} = \frac{BM}{MC}.$$

**【点评】** 本题考查了相似三角形的判定和性质。关键是利用中间比过渡，得出新的比例。

35. (2022 秋·奉贤区期中) 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 $D$ 、 $E$ 分别在边 $BC$ 、 $AC$ 上， $\angle ADE = \angle B$ 。

(1) 求证： $\triangle ABD \sim \triangle DCE$ ；

(2) 若 $AB = 5$ ， $BC = 6$ ， $BD = 2$ ，求点 $E$ 到 $BC$ 的距离。



**【分析】**(1) 由等腰三角形的性质可得  $\angle B = \angle C$ ，由外角的性质可得  $\angle BAD = \angle CDE$ ，可得结论；

(2) 由相似三角形的性质可求解.

**【解答】**(1) 证明：  $\because AB = AC$ ,

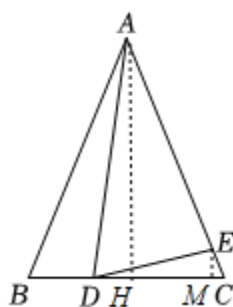
$$\therefore \angle B = \angle C,$$

$$\because \angle ADC = \angle B + \angle BAD = \angle ADE + \angle CDE,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CDE,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle DCE;$$

(2) 如图，过点  $A$  作  $AH \perp BC$  于  $H$ ，过点  $E$  作  $EM \perp BC$  于  $M$ ，



$$\because AB = AC, AH \perp BC,$$

$$\therefore BH = CH = 3,$$

$$\therefore AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{25 - 9} = 4,$$

$$\because BD = 2, BC = 6,$$

$$\therefore DC = 4, S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times BD \cdot AH = 4,$$

$$\because \triangle ABD \sim \triangle DCE,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle DCE}} = \left(\frac{AB}{CD}\right)^2 = \frac{25}{16},$$

$$\therefore S_{\triangle DCE} = \frac{64}{25},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times EM = \frac{64}{25},$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/705233003321011301>