第 08 讲 二次根式

模块导航

模块一　思维导图串知识

模块二　基础知识全梳理（吃透教材）

模块三　核心考点举一反三

模块四　小试牛刀过关测

素养目标

1．了解二次根式的概念；

2．理解二次根式有意义的条件，会求二次根式的被开方数中所含字母的取值范围；

3．掌握二次根式的性质，能利用二次根式的性质进行化简。

模块一 思维导图串知识



模块二 基础知识全梳理

知识点一：二次根式

1.**二次根式的概念**:一般地，我们把形如 $\sqrt{a}(a\geq 0)$ 的式子的式子叫做二次根式，“$\sqrt{\ }$”称为 称为二次根号．如 $\sqrt{3},\sqrt{0.1},\sqrt{\frac{2}{3}}$ 都是二次根式。

2. 二次根式满足条件：（1）必须含有二次根号“$\sqrt{\ }$”；（2）被开方数必须是非负数.

知识点二：二次根式有无意义的条件

1. 二次根式有意义：被开方数为非负数，即 $\sqrt{a}$有意义 $\Leftrightarrow a\geq 0$；

2. 二次根式无意义：被开方数为负数，即 $\sqrt{a}$无意义 $\Leftrightarrow a<0$；

知识点三：二次根式的性质

1. 二次根式 $\sqrt{a}$（$a\geq 0$）的非负性

$\sqrt{a}$（$a\geq 0$）表示 a 的算术平方根，也就是说，$\sqrt{a}$（$a\geq 0$）是一个非负数，即 $\sqrt{a}\geq 0$（$a\geq 0$）.

2. 二次根式 $\left(\sqrt{a}\right)^2$ 的性质：$\left(\sqrt{a}\right)^2=a$（$a\geq 0$）

3. 二次根式$\sqrt{a^2}$的性质：$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a(a\geq 0)\\-a(a<0)\end{cases}$

模块三 核心考点举一反三

考点一：判断二次根式

例 1.（23-24 八年级下·山东泰安·期中）下列各式中，属于二次根式的是（　）

A．$\frac{1}{x}$　　B．$2x+1$　　C．$\sqrt{5}$　　D．$\sqrt[3]{6}$

【变式 1-1】（23-24 八年级下·广东湛江·阶段练习）下列各式中，是二次根式的有（　）

A．$\sqrt{-5}$　　B．5　　C．$\sqrt{5}$　　D．$\sqrt[3]{5}$

【变式 1-2】（22-23 八年级下·广西南宁·期中）下列式子不属于二次根式的是（　）

A．$\sqrt{3}$　　B．$\sqrt[3]{5}$　　C．$\sqrt{a^2}$　　D．$\sqrt{0.5}$

【变式 1-3】（22-23 八年级下·河南驻马店·阶段练习）下列式子，一定是二次根式的共有（　）

$\sqrt{28}$，1，$\sqrt{-1}$，$\sqrt{m}$，$\sqrt{x^2+1}$，$\sqrt[3]{25}$

A．5 个　　B．4 个　　C．3 个　　D．2 个

考点二：根据二次根式的定义求字母的值

例 2.（23-24 八年级下·云南昭通·期中）已知$\sqrt{8-n}$是整数，n是正整数，则n的所有可能的取值的和是（　）

A．11　　B．12　　C．15　　D．19

【变式 2-1】（22-23 七年级下·广东汕头·期末）已知$\sqrt{12-m}$是整数，则自然数 m 的最小值是（　　）

A．2　　B．3　　C．8　　D．11

【变式 2-2】（22-23 八年级上·福建福州·期末）若$\sqrt{3m}$是一个整数，则正整数 m 的最小值是（　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

【变式 2-3】（22-23 八年级下·福建福州·期中）已知 n 是一个正整数，$\sqrt{20n}$是整数，则 n 的最小值是（　）

A．0　　B．4　　C．5　　D．20

考点三：求二次根式的值

例 3.（23-24 八年级下·浙江衢州·期中）当$x=-2$时，二次根式$\sqrt{-3x+10}$的值为（　）

A．2　　B．± 2　　C．4　　D．± 4

【变式 3-1】（23-24 八年级下·浙江杭州·期中）当$a=6$时，二次根式$\sqrt{a-2}$的值为（　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

【变式 3-2】（23-24 九年级上·海南儋州·期末）当 $x=-1$ 时，二次根式 $\sqrt{3x+7}$ 的值为（　）

A．±2　　B．2　　C．-2　　D．$\sqrt{2}$

【变式 3-3】当 $a=5$ 时，二次根式 $\sqrt{4+a}$ 的值是（　）

A．3　　B．2　　C．1　　D．-1

考点四：根据二次根式有意义条件求范围

例 4.（23-24 八年级下·广东江门·期中）若式子 $\sqrt{x+1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是（　）

A．$x\geq0$　　B．$x\geq-1$　　C．$x\leq0$　　D．$x\leq-1$

【变式 4-1】（2024·广西·三模）若二次根式 $\sqrt{2x-1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是（　）

A．$x>\frac{1}{2}$　　B．$x>2$　　C．$x\geq\frac{1}{2}$　　D．$x\geq2$

【变式 4-2】（23-24 八年级下·陕西安康·期中）若二次根式 $\sqrt{3+2x}$ 有意义，则 x 的值可以是（　）

A．-4　　B．-3　　C．0　　D．-2

【变式 4-3】（23-24 八年级下·新疆和田·期中）使 $\sqrt[3]{2-x}+\sqrt{x+4}$ 有意义的字母 x 的取值范围（　）

A．全体实数　　B．$x\leq2$　　C．$x\geq-4$　　D．$-4\leq x\leq2$

考点五：根据二次根式有意义求值

例 5.（23-24 八年级下·吉林松原·期中）若 $y=\sqrt{x-4}+\sqrt{4-x}+5$，则 $\sqrt{2xy}=$_____.

【变式 5-1】（23-24 八年级下·四川绵阳·期中）已知 x、y 为实数，且 $y=\sqrt{x-2}+\sqrt{6-3x}+3$，则 $x+y$ 的值为_____.

【变式 5-2】（23-24 八年级下·湖北荆州·阶段练习）已知实数 x，y 满足 $y=\sqrt{x-2}+\sqrt{2-x}+3$，则 $\sqrt{xy}$ 的小数部分是_____.

【变式 5-3】（23-24 八年级下·山东烟台·期中）已知 $y=\sqrt{x-5}+\sqrt{5-x}+2$，则 $x^y=$_____.

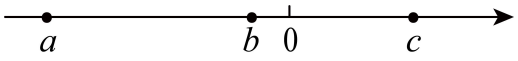
考点六：根据参数范围及二次根式的性质化简二次根式

例 6.（23-24 八年级下·辽宁抚顺·期中）化简：$\sqrt{a^3b^4}=$_____.

【变式 6-1】（23-24 八年级下·黑龙江绥化·阶段练习）已知 $-2<m<3$，化简 $\sqrt{(m-3)^2}+|m+2|$ 的结果是_____.

【变式 6-2】（23-24 八年级下·安徽亳州·期中）若 $3<m<4$，则 $\sqrt{(3-m)^2}+\sqrt{(4-m)^2}$ 的值为_____.

【变式 6-3】（23-24 七年级下·河南许昌·阶段练习）如果实数 a，b，c 在数轴上的对应点的位置如图所示，化简代数式 $\sqrt{a^2}-|a+c|+\sqrt[3]{b^3}=$_____.



考点七：含隐含条件的参数范围化简二次根式

例 7.（23-24 八年级下·浙江嘉兴·期末）二次根式$\sqrt{x^3y}\left(y<0\right)$化简结果正确的为（　）

A．$x\sqrt{x^2y}$　　B．$-x\sqrt{x^2y}$　　C．$x\sqrt{xy}$　　D．$-x\sqrt{xy}$

【变式 7-1】（23-24 八年级下·河南安阳·期中）当$ab<0$时，化简$\sqrt{a^2b}$的结果是（　）

A．$-a\sqrt{-b}$　　B．$a\sqrt{-b}$　　C．$-a\sqrt{b}$　　D．$a\sqrt{b}$

【变式 7-2】（23-24 八年级下·天津·期中）已知，$ab>0$，化简二次根式$a\sqrt{-\frac{b}{a^2}}$的正确结果是（　　）

A．$\sqrt{b}$　　B．$\sqrt{-b}$　　C．$-\sqrt{b}$　　D．$-\sqrt{-b}$

【变式 7-3】（23-24 八年级下·内蒙古巴彦淖尔·期中）化简：$-a\sqrt{-\frac{1}{a}}=$ _____.

考点八：复杂的复合二次根式化简

例 8.（23-24 九年级上·四川眉山·阶段练习）有这样一类题目，例如：$5+2\sqrt{6}=3+2+2\sqrt{6}$

$=\left(\sqrt{3}\right)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2+2\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}$

$=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2$

$\therefore\sqrt{5+2\sqrt{6}}=\sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$.

请仿照上例化简下列各式：

(1)$\sqrt{5-2\sqrt{6}}$；

(2)$\sqrt{4+2\sqrt{3}}$.

【变式 8-1】（22-23 九年级上·湖南衡阳·阶段练习）像$\sqrt{4-2\sqrt{3}}$，$\sqrt{\sqrt{48}-\sqrt{45}}$…这样的根式叫做复合二次根式．有一些复合二次根式可以借助构造完全平方式进行化简，如：

$\sqrt{4-2\sqrt{3}}=\sqrt{3-2\sqrt{3}+1}=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2-2\times\sqrt{3}\times1+1^2}=\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}=\sqrt{3}-1$，再如：

$\sqrt{5+2\sqrt{6}}=\sqrt{3+2\sqrt{6}+2}=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+2\sqrt{3}\times\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$．请用上述方法探索并解决下列问题：

(1)化简：$\sqrt{12+2\sqrt{35}}$

(2)化简：$\sqrt{16-4\sqrt{15}}$

(3)若$a+6\sqrt{5}=\left(m+\sqrt{5}n\right)^2$，且$a$，$m$，$n$为正整数，求$a$的值.

【变式 8-2】（23-24 八年级上·甘肃兰州·期中）先阅读材料，然后回答问题.

(1)小张同学在研究二次根式的化简时，遇到了一个问题：化简$\sqrt{5-2\sqrt{6}}$．经过思考

$\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{2-2\sqrt{2\times3}+3}$①，

$=\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2-2\sqrt{2}\times\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2}$ ②，

$=\sqrt{\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2}$ ③，

$=\sqrt{2}-\sqrt{3}$ ④，

在上述化简过程中，第_步出现了错误，化简的正确结果为_；

(2)请根据你从上述材料中得到的启发，化简：

①$\sqrt{6-2\sqrt{5}}$

②$\sqrt{8+4\sqrt{3}}$

【变式 8-2】（23-24 七年级下·上海浦东新·期中）先阅读下列的解答过程，然后再解答：

形如$\sqrt{m\pm2\sqrt{n}}$的化简，只要我们找到两个正数a、b，使$a+b=m,ab=n$，使得$(\sqrt{a})^2+(\sqrt{b})^2=m$，

$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{n}$那么便有：

$\sqrt{m\pm2\sqrt{n}}=\sqrt{(\sqrt{a}\pm\sqrt{b})^2}=\sqrt{a}\pm\sqrt{b}(a>b)$

例如：化简$\sqrt{7+4\sqrt{3}}$

解：首先把$\sqrt{7+4\sqrt{3}}$化为$\sqrt{7+2\sqrt{12}}$，这里$m=7$，$n=12$由于，$4\times3=12$ $4+3=7$

即$(\sqrt{4})^2+(\sqrt{3})^2=7$，$\sqrt{4}\times\sqrt{3}=\sqrt{12}$

$\therefore\sqrt{7+4\sqrt{3}}=\sqrt{7+2\sqrt{12}}=\sqrt{(\sqrt{4}+\sqrt{3})^2}=2+\sqrt{3}$

(1)填空：$\sqrt{5-2\sqrt{6}}=$_____，$\sqrt{17+12\sqrt{2}}=$_____；

(2)化简求值$\sqrt{4-\sqrt{15}}$.

模块四 小试牛刀过关测

一、单选题

1.（23-24 八年级下·新疆阿克苏·期中）如果二次根式$\sqrt{a}$有意义，那么 a 的值不能是（　）

A．–4　　B．0　　C．0.3　　D．9

2.（22-23 八年级下·河北唐山·阶段练习）下列各式中，一定是二次根式的是（　）

A．$\sqrt{-3}$　　B．$\sqrt{x^2+0.1}$　　C．$\sqrt[3]{1-a}$　　D．$\sqrt{x+1}$

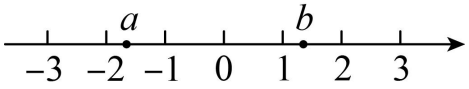
3.（23-24 八年级下·湖北省直辖县级单位·阶段练习）已知n是正整数，$\sqrt{18n}$是整数，则n的最小值为（　　）

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

4.（2024 八年级下·全国·专题练习）已知 a、b 为有理数，且满足$a+b\sqrt{3}=\sqrt{12-6\sqrt{3}}$，则$a-b$等于（　　）

A．–2　　B．–4　　C．2　　D．4

5.（23-24 八年级下·山东德州·期中）如图，实数 a，b 在数轴上，化简$\sqrt{(a+1)^2}+\sqrt{(b-1)^2}$的结果是（　）



A．$a+b$　　B．$b-a-2$　　C．$a-b$　　D．$a+b-2$

二、填空题

6.（23-24 八年级下·浙江杭州·阶段练习）若二次根式$\sqrt{3a-6}$有意义，则 a 的取值范围是_____，当$a=5$时，二次根式的值是_____.

7.（23-24 八年级下·贵州遵义·阶段练习）已知$m<0$，$n>0$，则化简$\sqrt{m^2n}$的结果是_____.

8.（23-24 八年级下·甘肃定西·期中）若$x<3$，化简二次根式$\sqrt{x^2-6x+9}=$_____.

9.（22-23 八年级下·全国·假期作业）把$-\frac{1}{a}\sqrt{-a^{11}}$中根号外因式适当变形后移至根号内得_____.

10.（23-24 八年级下·湖北荆州·期中）已知x，y是有理数，且$y=\sqrt{x-2}+\sqrt{2-x}+6$，则$\sqrt{xy}$化简的结果为_____.

三、解答题

11.（22-23 八年级上·广东佛山·期中）先阅读材料，然后回答问题

(1)肖战同学在研究二次根式的化简时，遇到了一个问题，化简$\sqrt{7-2\sqrt{10}}$经过思考，肖战解决这个问题的过程如下，

$\sqrt{7-2\sqrt{10}}=\sqrt{2-2\sqrt{2\times5}+5}$ ①

$=\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2-2\times\sqrt{2}\times\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2}$ ②

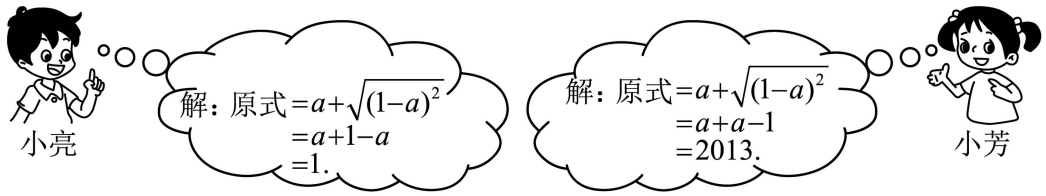
$=\sqrt{\left(\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)^2}$ ③

$=\sqrt{2}-\sqrt{5}$ ④

在上述化简过程中，第_____步出现了错误，化简的正确结果为_____

(2)根据上述材料中得到的启发，化简 $\sqrt{8+4\sqrt{3}}$.

12.（23-24 八年级下·山东淄博·期中）先化简，再求值：$a+\sqrt{1-2a+a^2}$，其中 $a=1007$. 如图是小亮和小芳的解答过程.



(1)_____的解答过程是错误的（填“小亮”或“小芳”）；

(2)错误的解答过程原因在于未能正确地运用二次根式的性质：_____（请用符号语言表达）；

(3)先化简，再求值：$m+2\sqrt{m^2-6m+9}$，其中 $m=-2024$.

13.（22-23 八年级上·福建宁德·阶段练习）有这样一类题目：将 $\sqrt{a+2\sqrt{b}}$ 化简，如果你能找到两个数 m，n，使 $m^2+n^2=a$ 并且 $mn=\sqrt{b}$，则将 $a+2\sqrt{b}$ 变成 $m^2+n^2\pm2mn=\left(m\pm n\right)^2$，开方，从而使得 $\sqrt{a+2\sqrt{b}}$ 化简.

例如：化简：$\sqrt{3+2\sqrt{2}}$

$\because 3+2\sqrt{2}=1+2+2\sqrt{2}=1^2+\left(\sqrt{2}\right)^2+2\sqrt{2}=\left(1+\sqrt{2}\right)^2$

$\therefore\sqrt{3+2\sqrt{2}}=\sqrt{\left(1+\sqrt{2}\right)^2}=1+\sqrt{2}$

仿照上例化简下列各式：

(1) $\sqrt{6+2\sqrt{5}}$

(2) $\sqrt{11-4\sqrt{7}}$

14．（23-24 八年级下·广西梧州·期中）阅读下面的解题过程体会如何发现隐含条件并回答下面的问题：

化简：$\left(\sqrt{1-3x}\right)^2-|1-x|$

解：隐含条件$1-3x\geq 0$，解得：$x\leq\frac{1}{3}$

$\therefore 1-x>0$，

$\therefore$原式$=(1-3x)-(1-x)=1-3x-1+x=-2x$

【启发应用】

（1）按照上面的解法，$\sqrt{(x-3)^2}-\left(\sqrt{2-x}\right)^2$隐含的条件是：$x$_____.

（2）按照上面的解法，试化简$\sqrt{(x-3)^2}-\left(\sqrt{2-x}\right)^2$.

【类比迁移】

（3）已知a，b，c为$\triangle ABC$的三边长.

化简：$\sqrt{(a+b+c)^2}+\sqrt{(a-b-c)^2}+\sqrt{(b-a-c)^2}+\sqrt{(c-b-a)^2}$.

15．（22-23 八年级上·广东深圳·期中）阅读材料：若想化简$\sqrt{m\pm 2\sqrt{n}}$，只要我们找到两个正数a，b，使$a+b=m$，$ab=n$，即$(\sqrt{a})^2+(\sqrt{b})^2=m,\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{n}$，那么便有：$\sqrt{m\pm 2\sqrt{n}}=\sqrt{(\sqrt{a}\pm\sqrt{b})^2}=\sqrt{a}\pm\sqrt{b}(a>b)$.

例：化简$\sqrt{7+4\sqrt{3}}$.

解：首先把$\sqrt{7+4\sqrt{3}}$化为$\sqrt{7+2\sqrt{12}}$，这里$m=7$，$n=12$，由于$4+3=7,4\times 3=12$.

即$(\sqrt{4})^2+(\sqrt{3})^2=7,\sqrt{4}\times\sqrt{3}=\sqrt{12}$.

$\therefore\sqrt{7+4\sqrt{3}}=\sqrt{7+2\sqrt{12}}=\sqrt{(\sqrt{4}+\sqrt{3})^2}=2+\sqrt{3}$.

请你仿照阅读材料的方法解决下列问题：

(1)填空：$\sqrt{4-2\sqrt{3}}=$_____，$\sqrt{5-2\sqrt{6}}=$_____；

(2)化简：$\sqrt{19-4\sqrt{15}}$;写出计算过程

(3)化简：$\sqrt{3-2\sqrt{2}}+\sqrt{5-2\sqrt{6}}+\sqrt{7-2\sqrt{12}}+\ldots+\sqrt{2n+1-2\sqrt{nn+1}}$. n为正整数

第 08 讲 二次根式

模块导航

模块一　思维导图串知识

模块二　基础知识全梳理（吃透教材）

模块三　核心考点举一反三

模块四　小试牛刀过关测

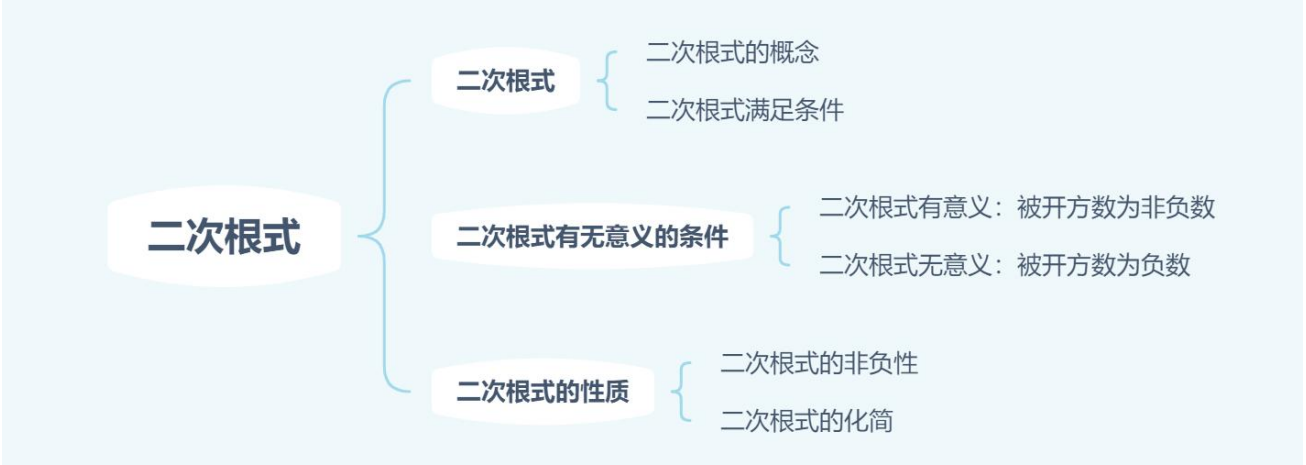
素养目标

1．了解二次根式的概念；

2．理解二次根式有意义的条件，会求二次根式的被开方数中所含字母的取值范围；

3．掌握二次根式的性质，能利用二次根式的性质进行化简。

模块一 思维导图串知识



模块二 基础知识全梳理

知识点一：二次根式

1.**二次根式的概念**:一般地，我们把形如 $\sqrt{a}(a\geq 0)$ 的式子的式子叫做二次根式，“$\sqrt{\ }$”称为 称为二次根号．如 $\sqrt{3},\sqrt{0.1},\sqrt{\frac{2}{3}}$ 都是二次根式。

2. 二次根式满足条件：（1）必须含有二次根号“$\sqrt{\ }$”；（2）被开方数必须是非负数.

知识点二：二次根式有无意义的条件

1. 二次根式有意义：被开方数为非负数，即 $\sqrt{a}$有意义 $\Leftrightarrow a\geq 0$；

2. 二次根式无意义：被开方数为负数，即 $\sqrt{a}$无意义 $\Leftrightarrow a<0$；

知识点三：二次根式的性质

1. 二次根式 $\sqrt{a}$ （$a\geq 0$）的非负性

$\sqrt{a}$ （$a\geq 0$）表示 a 的算术平方根，也就是说，$\sqrt{a}$ （$a\geq 0$）是一个非负数，即 $\sqrt{a}\geq 0$（$a\geq 0$）.

2. 二次根式$\left(\sqrt{a}\right)^2$的性质：$\left(\sqrt{a}\right)^2=a$（$a\geq 0$）

3. 二次根式$\sqrt{a^2}$的性质：$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a(a\geq 0)\\-a(a<0)\end{cases}$

模块三 核心考点举一反三

考点一：判断二次根式

例 1.（23-24 八年级下·山东泰安·期中）下列各式中，属于二次根式的是（　）

A．$\frac{1}{x}$　　B．$2x+1$　　C．$\sqrt{5}$　　D．$\sqrt[3]{6}$

【答案】C

【分析】本题考查了二次根式的定义，理解定义是解题的关键.

根据二次根式的定义逐项分析判断即可，

【详解】A．　$\frac{1}{x}$是分式，不是二次根式，故该选项不符合题意；

B．　$2x+1$，是整式，不是二次根式，故该选项不符合题意；

C．　$\sqrt{5}$是二次根式，故该选项符合题意；

D．　$\sqrt[3]{6}$是三次根式，故该选项不符合题意；

故选：C.

【变式 1-1】（23-24 八年级下·广东湛江·阶段练习）下列各式中，是二次根式的有（　）

A．$\sqrt{-5}$　　B．5　　C．$\sqrt{5}$　　D．$\sqrt[3]{5}$

【答案】C

【分析】本题考查二次根式的定义，解答的关键是熟知形如$\sqrt{a}\left(a\geq 0\right)$的式子叫做二次根式.

【详解】解：A．$\sqrt{-5}$中被开方数小于0，不是二次根式；

B. 5 是整数，不是二次根式；

C．$\sqrt{5}$是二次根式；

D．$\sqrt[3]{5}$是三次根式，不是二次根式；

故选 C.

【变式 1-2】（22-23 八年级下·广西南宁·期中）下列式子不属于二次根式的是（　）

A．$\sqrt{3}$　　B．$\sqrt[3]{5}$　　C．$\sqrt{a^2}$　　D．$\sqrt{0.5}$

【答案】B

【分析】根据二次根式的定义进行判断即可.

【详解】一般的，形如$\sqrt{a}$（$a\geq 0$）的式子叫做二次根式，因此$\sqrt[3]{5}$不是二次根式.

故选：B

【点睛】本题考查了二次根式的定义，掌握知识点是解题关键.

【变式 1-3】（22-23 八年级下·河南驻马店·阶段练习）下列式子，一定是二次根式的共有（　）

$\sqrt{28}$，1，$\sqrt{-1}$，$\sqrt{m}$，$\sqrt{x^2+1}$，$\sqrt[3]{25}$

A．5 个　　B．4 个　　C．3 个　　D．2 个

【答案】D

【分析】根据二次根式的定义进行解答即可.

【详解】解：$\sqrt{28}$，1，$\sqrt{-1}$，$\sqrt{m}$，x^2+1，$\sqrt[3]{25}$ 中一定是二次根式的有$\sqrt{28}$、$\sqrt{x^2+1}$，共 2 个，故 D 正确.

故选：D.

【点睛】本题主要考查了二次根式的定义，解题的关键是熟练掌握定义，一般地，形如$\sqrt{a}\left(a\geq 0\right)$的代数式叫做二次根式.

考点二：根据二次根式的定义求字母的值

例 2.（23-24 八年级下·云南昭通·期中）已知$\sqrt{8-n}$是整数，n是正整数，则n的所有可能的取值的和是（　）

A．11　　B．12　　C．15　　D．19

【答案】D

【分析】本题考查了二次根式的定义，解题的关键是熟练掌握二次根式的定义.

根据二次根式的定义即可求出答案.

【详解】由题意可知：$8-n\geq 0$，

$\therefore n\leq 8$，

$\because \sqrt{8-n}$是整数，n是正整数，

$\therefore n=4$或 7 或 8，

$\therefore 4+7+8=19$，

故选：D.

【变式 2-1】（22-23 七年级下·广东汕头·期末）已知$\sqrt{12-m}$是整数，则自然数 m 的最小值是（　　）

A．2　　B．3　　C．8　　D．11

【答案】B

【分析】先根据二次根式求出 m 的取值范围，再根据$\sqrt{12-m}$是整数对 m 的值进行分析讨论.

【详解】解：由题意得：$12-m\geq 0$，解得$m\leq 12$，

又因为$\sqrt{12-m}$是整数，

$\therefore 12-m$是完全平方数，

当$12-m=0$时，即$m=12$，

当$12-m=1$时，即$m=11$，

当$12-m=4$时，即$m=8$，

当$12-m=9$时，即$m=3$，

综上所述，自然数m的值可以是3、8、11、12，所以m的最小值是3，

故答案选：B.

【点睛】本题考查了二次根式的化简及自然数的定义，掌握二次根式的化简法则及自然数是指大于等于0的整数是解答本题的关键.

【变式2-2】（22-23八年级上·福建福州·期末）若$\sqrt{3m}$是一个整数，则正整数m的最小值是（　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

【答案】C

【分析】结合正整数与最简二次根式的性质即可求出m的值.

【详解】∵$\sqrt{3m}$是一个整数,且m是正整数，$\sqrt{3m}\geq 0$，

∴m的最小值为3，此时$\sqrt{3m}$的值是整数3.

故选C.

【点睛】本题考查二次根式的性质，解题的关键是熟练运用二次根式的性质，本题属于基础题型.

【变式2-3】（22-23八年级下·福建福州·期中）已知n是一个正整数，$\sqrt{20n}$是整数，则n的最小值是（　）

A．0　　B．4　　C．5　　D．20

【答案】C

【分析】首先把被开方数分解质因数，然后再确定n的值.

【详解】解：$\sqrt{20n}=\sqrt{4\times 5\times n}=2\sqrt{5n}$，

∵$\sqrt{20n}$是整数，n是一个正整数，

∴n的最小值是5.

故选C.

【点睛】本题考查了二次根式的定义和性质，能正确根据二次根式的性质进行化简是解此题的关键.

考点三：求二次根式的值

例3.（23-24八年级下·浙江衢州·期中）当$x=-2$时，二次根式$\sqrt{-3x+10}$的值为（　）

A．2　　B．± 2　　C．4　　D．± 4

【答案】C

【分析】本题考查求二次根式的值，先将$x=-2$代入，再利用二次根式的性质化简求解即可.

【详解】当$x=-2$时，

$\sqrt{-3x+10}=\sqrt{-3\times(-2)+10}=\sqrt{16}=4$.

故选：C.

【变式 3-1】（23-24 八年级下·浙江杭州·期中）当$a=6$时，二次根式$\sqrt{a-2}$的值为（　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

【答案】B

【分析】本题主要考查二次根式求值，将$a=6$代入二次根式，直接求解即可.

【详解】解：当$a=6$时，$\sqrt{a-2}=\sqrt{6-2}=\sqrt{4}=2$

故选：B.

【变式 3-2】（23-24 九年级上·海南儋州·期末）当$x=-1$时，二次根式$\sqrt{3x+7}$的值为（　）

A．±2　　B．2　　C．-2　　D．$\sqrt{2}$

【答案】B

【分析】本题主要考查了二次根式的基本性质及化简，二次根式的定义，把$x=-1$代入原式化简即可.

【详解】解：当$x=-1$时，原式$=\sqrt{3\times(-1)+7}=\sqrt{4}=2$，

故选：B.

【变式 3-3】当$a=5$时，二次根式$\sqrt{4+a}$的值是（　）

A．3　　B．2　　C．1　　D．-1

【答案】A

【分析】将$a=5$代入计算即可得.

【详解】解：当$a=5$时，$\sqrt{4+a}=\sqrt{4+5}=\sqrt{9}=3$，

故选：A

【点睛】本题考查了求二次根式的值，熟练掌握二次根式的运算是解题关键.

考点四：根据二次根式有意义条件求范围

例 4.（23-24 八年级下·广东江门·期中）若式子$\sqrt{x+1}$在实数范围内有意义，则x的取值范围是（　）

A．$x\geq0$　　B．$x\geq-1$　　C．$x\leq0$　　D．$x\leq-1$

【答案】B

【分析】本题考查了二次根式有意义的条件：被开方数非负；根据被开方数非负得$x+1\geq0$，解不等式即可.

【详解】解：由题意得：$x+1\geq0$，

解得：$x\geq-1$；

故答案为：B.

【变式 4-1】（2024·广西·三模）若二次根式$\sqrt{2x-1}$在实数范围内有意义，则x的取值范围是（　）

A．$x>\frac{1}{2}$　　B．$x>2$　　C．$x\geq\frac{1}{2}$　　D．$x\geq2$

【答案】C

【分析】本题主要考查了二次根式有意义的条件，熟练掌握二次根式有意义的条件：二次根式的被开方数为非负数是解题的关键．

根据二次根式有意义的条件即可求解．

【详解】∵二次根式$\sqrt{2x-1}$在实数范围内有意义，

∴$2x-1\geq0$

∴$x\geq\frac{1}{2}$．

故选：C．

【变式 4-2】（23-24 八年级下·陕西安康·期中）若二次根式$\sqrt{3+2x}$有意义，则x的值可以是（　）

A．-4　　B．-3　　C．0　　D．-2

【答案】C

【分析】本题考查了二次根式有意义的条件，熟悉掌握二次根式的概念是解题的关键．

利用二次根式有意义的性质得到$3+2x\geq0$，运算后判断即可．

【详解】解：∵二次根式有$\sqrt{3+2x}$意义，

∴$3+2x\geq0$，

解得：$x\geq-\frac{3}{2}$，C 符合

故选：C．

【变式 4-3】（23-24 八年级下·新疆和田·期中）使$\sqrt[3]{2-x}+\sqrt{x+4}$有意义的字母x的取值范围（　）

A．全体实数　　B．$x\leq2$　　C．$x\geq-4$　　D．$-4\leq x\leq2$

【答案】C

【分析】本题考查二次根式有意义的条件，根据二次根式的被开方数为非负数，进行求解即可．

【详解】解：由题意，得：$x+4\geq0$，解得：$x\geq-4$；

故选 C．

考点五：根据二次根式有意义求值

例 5.（23-24 八年级下·吉林松原·期中）若$y=\sqrt{x-4}+\sqrt{4-x}+5$，则$\sqrt{2xy}=$_____．

【答案】$2\sqrt{10}$

【分析】本题主要考查了二次根式的非负性、代数式求值等知识点，根据二次根式的非负性求得 x、y 的值成为解题的关键．

先根据二次根式的非负性求得x，进而求得y，然后代入计算即可．

【详解】解：∵ $y=\sqrt{x-4}+\sqrt{4-x}+5$，

∴ $\begin{cases}x-4\geq 0\\4-x\geq 0\end{cases}$，解得：$x=4$，

∴ $y=5$，

∴ $\sqrt{2xy}=\sqrt{2\times 4\times 5}=2\sqrt{10}$．

故答案为：$2\sqrt{10}$．

【变式 5-1】（23-24 八年级下·四川绵阳·期中）已知 x、y 为实数，且 $y=\sqrt{x-2}+\sqrt{6-3x}+3$，则 $x+y$ 的值为_____．

【答案】5

【分析】此题主要考查了二次根式有意义的条件，直接利用二次根式有意义的条件得出 x 的值，进而得出 y 的值，进而得出答案．

【详解】解：∵ $y=\sqrt{x-2}+\sqrt{6-3x}+3$，

∴ $\begin{cases}x-2\geq 0\\6-3x\geq 0\end{cases}$，

∴ $x=2$，

∴ $y=3$，

∴ $x+y=5$，

故答案为：5．

【变式 5-2】（23-24 八年级下·湖北荆州·阶段练习）已知实数 x，y 满足 $y=\sqrt{x-2}+\sqrt{2-x}+3$，则 $\sqrt{xy}$ 的小数部分是_____．

【答案】$\sqrt{6}-2$ / $-2+\sqrt{6}$

【分析】本题考查二次根式有意义的条件及无理数的估算，结合已知条件求得 x,y 的值是解题的关键．

根据二次根式有意义的条件求得 x,y 的值，然后求出 $\sqrt{xy}$，利用无理数的估算求得小数部分．

【详解】解：由题意可得：$x-2\geq 0,2-x\geq 0$，

则 $x=2,y=0+0+3=3$，

则 $\sqrt{xy}=\sqrt{2\times 3}=\sqrt{6}$，

∵ $4<6<9$，

∴ $2<\sqrt{6}<3$，

则 $\sqrt{xy}$ 的小整数部分是 2，小数部分是 $\sqrt{6}-2$，

故答案为：$\sqrt{6}-2$．

【变式 5-3】（23-24 八年级下·山东烟台·期中）已知 $y=\sqrt{x-5}+\sqrt{5-x}+2$，则 $x^y=$_____．

【答案】25

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/705300011031011243