

2024 届重庆市中山外国语学校高考数学押题试卷

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 一个频率分布表 (样本容量为 30) 不小心被损坏了一部分, 只记得样本中数据在 $[20, 60)$ 上的频率为 0.8, 则估计样本在 $[40, 50)$ 、 $[50, 60)$ 内的数据个数共有 ()

分组	$[10, 20)$	$[20, 30)$	$[30, 40)$	
频数	3	4	5	

- A. 14 B. 15 C. 16 D. 17
2. 已知复数 z , 满足 $z(3-4i)=5i$, 则 $|z| = ()$
- A. 1 B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{3}$ D. 5
3. 设集合 $A = \{4, 5, 7, 9\}$, $B = \{3, 4, 7, 8, 9\}$, 全集 $U = A \cup B$, 则集合 $C_U(A \cap B)$ 中的元素共有 ()
- A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个
4. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 则 ()
- A. $f(-3) < f(-\log_3 13) < f(2^{0.6})$ B. $f(-3) < f(2^{0.6}) < f(-\log_3 13)$
- C. $f(2^{0.6}) < f(-\log_3 13) < f(-3)$ D. $f(2^{0.6}) < f(-3) < f(-\log_3 13)$
5. 已知双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 满足以下条件: ①双曲线 E 的右焦点与抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点 F 重合; ②双曲线 E 与过点 $P(4, 2)$ 的幂函数 $f(x) = x^\alpha$ 的图象交于点 Q , 且该幂函数在点 Q 处的切线过点 F 关于原点的对称点。则双曲线的离心率是 ()
- A. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\sqrt{5}+1$
6. 若集合 $A = \{x | |x| \leq 2, x \in R\}$, $B = \{y | y = -x^2, x \in R\}$, 则 $A \cap B = ()$
- A. $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$ B. $\{x | x \leq 2\}$ C. $\{x | -2 \leq x \leq 0\}$ D. $\emptyset$
7. 已知函数 $f(x) = -a \sin 3x + a + b (a > 0, x \in R)$ 的值域为 $[-5, 3]$, 函数 $g(x) = b - \cos ax$, 则 $g(x)$

的图象的对称中心为 ()

A. $\left(\frac{k\pi}{4}, -5\right) (k \in \mathbf{Z})$

B. $\left(\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}, -5\right) (k \in \mathbf{Z})$

C. $\left(\frac{k\pi}{5}, -4\right) (k \in \mathbf{Z})$

D. $\left(\frac{k\pi}{5} + \frac{\pi}{10}, -4\right) (k \in \mathbf{Z})$

8. 已知 $\sin(\pi + \alpha) = \frac{4}{5}$, 且 $\sin 2\alpha < 0$, 则 $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$ 的值为 ()

A. 7

B. -7

C. $\frac{1}{7}$

D. $-\frac{1}{7}$

9. 已知复数 z 满足 $z \cdot i = z + i$, 则 $\bar{z}$ 在复平面上对应的点在 ()

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

10. 已知 $\alpha, \beta \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, $\alpha \neq \beta$, 则下列是等式 $\sin \alpha - \sin \beta = \alpha - 2\beta$ 成立的必要不充分条件的是 ()

A. $\sin \alpha > \sin \beta$

B. $\sin \alpha < \sin \beta$

C. $\cos \alpha > \cos \beta$

D. $\cos \alpha < \cos \beta$

11. 记单调递增的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_2 + a_4 = 10$, $a_2 a_3 a_4 = 64$, 则 ()

A. $S_{n+1} - S_n = 2^{n+1}$

B. $a_n = 2^n$

C. $S_n = 2^n - 1$

D. $S_n = 2^{n-1} - 1$

12. 2019 年 10 月 1 日, 中华人民共和国成立 70 周年, 举国同庆. 将 2,0,1,9,10 这 5 个数字按照任意次序排成一行, 拼成一个 6 位数, 则产生的不同的 6 位数的个数为

A. 96

B. 84

C. 120

D. 360

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 关于函数 $f(x) = \ln(2+x) - \ln(4-x)$ 有下列四个命题:

①函数 $y = f(x)$ 在 $(-2, 4)$ 上是增函数;

②函数 $y = f(x)$ 的图象关于 $(1, 0)$ 中心对称;

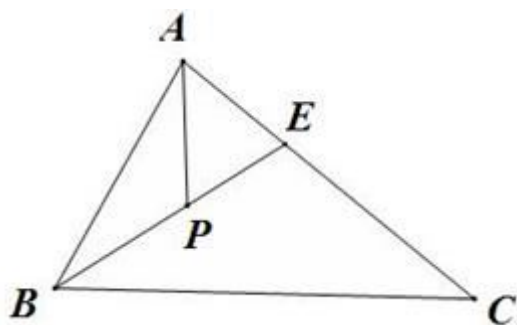
③不存在斜率小于 $\frac{2}{3}$ 且与函数 $y = f(x)$ 的图象相切的直线;

④函数 $y = f(x)$ 的导函数 $y = f'(x)$ 不存在极小值.

其中正确的命题有 _____. (写出所有正确命题的序号)

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, E 为边 AC 上一点, 且 $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AE}$, P 为 BE 上一点, 且满足

$\vec{AP} = m\vec{AB} + n\vec{AC} (m > 0, n > 0)$, 则 $\frac{1}{n} + \frac{3}{m} + 3$ 的最小值为_____.



15. 设随机变量 ξ 服从正态分布 $N(2, 9)$, 若 $P(\xi > c) = P(\xi < c + 2)$, 则 c 的值是_____.

16. 袋中装有两个红球、三个白球、四个黄球, 从中任取四个球, 则其中三种颜色的球均有的概率为_____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知向量 $\vec{m} = (\cos B, 2\cos^2 \frac{C}{2} - 1)$,

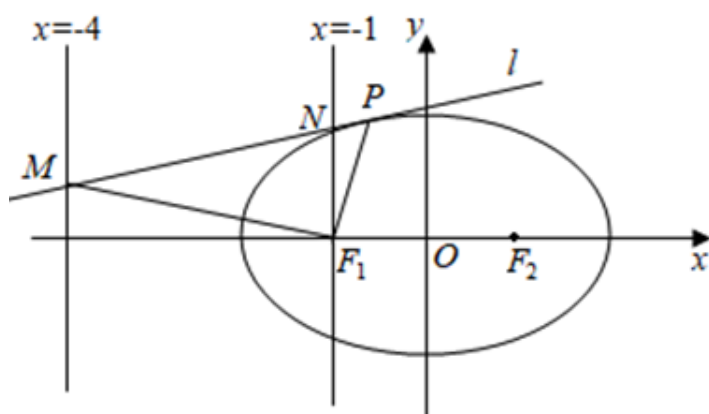
$\vec{n} = (c, b - 2a)$ 且 $\vec{m} \cdot \vec{n} = 0$.

(1) 求角 C 的大小;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{3}$, $a + b = 6$, 求 c .

18. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 且点

F_1, F_2 与椭圆 C 的上顶点构成边长为 2 的等边三角形.



(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 已知直线 l 与椭圆 C 相切于点 P , 且分别与直线 $x = -4$ 和直线 $x = -1$ 相交于点 M, N . 试判断 $\frac{|MF_1|}{|MF_2|}$ 是否为定值, 并说明理由.

19. (12 分) 已知函数 $f(x) = x \ln x - 2 \ln x + 3x - 5$, $g(x) = \ln x + \frac{2x - a}{x} + \frac{a}{x^2}$.

(1) 求证: $f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上有且仅有一个零点 x_0 , 且 $x_0 \in \left(\frac{3}{2}, \frac{7}{4}\right)$;

(2) 若当 $x \geq 1$ 时, 不等式 $g(x) \geq 0$ 恒成立, 求证: $a < \frac{49}{4}$.

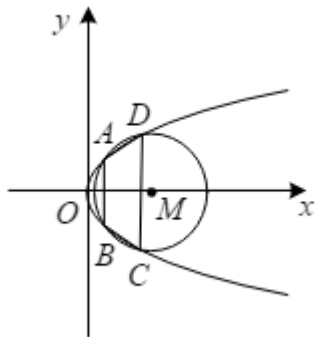
20. (12 分) 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \cos \varphi \\ y = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin \varphi \end{cases}$ (φ 为参数), 以原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴的极坐标系

中, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho \cos^2 \theta = 3 \sin \theta$.

(1) 求曲线 C_1 的极坐标方程和曲线 C_2 的直角坐标方程;

(2) 若直线 $l: y = kx$ 与曲线 C_1, C_2 的交点分别为 A, B (A, B 异于原点), 当斜率 $k \in \left[\frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}\right]$ 时, 求 $|OA| + \frac{1}{|OB|}$ 的最小值.

21. (12 分) 如图, 已知抛物线 $E: y^2 = 4x$ 与圆 $M: (x-3)^2 + y^2 = r^2$ ($r > 0$) 相交于 A, B, C, D 四个点,



(1) 求 r 的取值范围;

(2) 设四边形 $ABCD$ 的面积为 S , 当 S 最大时, 求直线 AD 与直线 BC 的交点 P 的坐标.

22. (10 分) 已知 $f(x) = |x+1| - |ax-1|$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x) > 1$ 的解集;

(2) 若 $x \in (0, 1)$ 时不等式 $f(x) > x$ 成立, 求 a 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

计算出样本在 $[20, 60)$ 的数据个数，再减去样本在 $[20, 40)$ 的数据个数即可得出结果。

【详解】

由题意可知，样本在 $[20, 60)$ 的数据个数为 $30 \times 0.8 = 24$ ，

样本在 $[20, 40)$ 的数据个数为 $4 + 5 = 9$ ，

因此，样本在 $[40, 50)$ 、 $[50, 60)$ 内的数据个数为 $24 - 9 = 15$ 。

故选：B.

【点睛】

本题考查利用频数分布表计算频数，要理解频数、样本容量与频率三者之间的关系，考查计算能力，属于基础题。

2、A

【解析】

首先根据复数代数形式的除法运算求出 z ，求出 z 的模即可。

【详解】

$$\text{解： } z = \frac{5i}{3-4i} = \frac{5i(3+4i)}{25} = \frac{-4+3i}{5},$$

$$\therefore |z| = \sqrt{\left(-\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2} = 1,$$

故选：A

【点睛】

本题考查了复数求模问题，考查复数的除法运算，属于基础题。

3、A

【解析】

试题分析: $U = A \cup B = \{3, 4, 5, 7, 8, 9\}$, $A \cap B = \{4, 7, 9\}$, 所以 $C_U(A \cap B) = \{3, 5, 8\}$, 即集合 $C_U(A \cap B)$ 中共有 3 个元素, 故选 A.

考点: 集合的运算.

4、C

【解析】

根据题意,由函数的奇偶性可得 $f(-3)=f(3)$, $f(-\log_3 13)=f(\log_3 13)$, 又由 $2^{0.6} < 2 < \log_3 13 < \log_3 27 = 3$, 结合函数的单调性分析可得答案.

【详解】

根据题意,函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数,则 $f(-3)=f(3)$, $f(-\log_3 13)=f(\log_3 13)$,

有 $2^{0.6} < 2 < \log_3 13 < \log_3 27 = 3$,

又由 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增,则有 $f(2^{0.6}) < f(-\log_3 13) < f(-3)$, 故选 C.

【点睛】

本题主要考查函数的奇偶性与单调性的综合应用,注意函数奇偶性的应用,属于基础题.

5、B

【解析】

由已知可求出焦点坐标为 $(1, 0), (-1, 0)$, 可求得幂函数为 $f(x) = \sqrt{x}$, 设出切点通过导数求出切线方程的斜率, 利用斜率相等列出方程, 即可求出切点坐标, 然后求解双曲线的离心率.

【详解】

依题意可得, 抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 $F(1, 0)$, F 关于原点的对称点 $(-1, 0)$; $2 = 4^\alpha$, $\alpha = \frac{1}{2}$, 所以

$f(x) = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$, $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, 设 $Q(x_0, \sqrt{x_0})$, 则 $\frac{1}{2\sqrt{x_0}} = \frac{\sqrt{x_0}}{x_0 + 1}$, 解得 $x_0 = 1$, $\therefore Q(1, 1)$, 可得 $\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} = 1$,

又 $c = 1$, $c^2 = a^2 + b^2$, 可解得 $a = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, 故双曲线的离心率是 $e = \frac{c}{a} = \frac{1}{\frac{\sqrt{5}-1}{2}} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

故选 B.

【点睛】

本题考查双曲线的性质, 已知抛物线方程求焦点坐标, 求幂函数解析式, 直线的斜率公式及导数的几何意义, 考查了学生分析问题和解决问题的能力, 难度一般.

6、C

【解析】

试题分析: 化简集合 $A = [-2, 2]$, $B = (-\infty, 0]$, $\therefore A \cap B = [-2, 0]$

故选 C.

考点: 集合的运算.

7、B

【解析】

由值域为 $[-5, 3]$ 确定 a, b 的值, 得 $g(x) = -5 - \cos 4x$, 利用对称中心列方程求解即可

【详解】

因为 $f(x) \in [b, 2a + b]$, 又依题意知 $f(x)$ 的值域为 $[-5, 3]$, 所以 $2a + b = 3$ 得 $a = 4$, $b = -5$,

所以 $g(x) = -5 - \cos 4x$, 令 $4x = k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$, 得 $x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8} (k \in \mathbf{Z})$, 则 $g(x)$ 的图象的对称中心为

$$\left(\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}, -5\right) (k \in \mathbf{Z}).$$

故选: B

【点睛】

本题考查三角函数 的图像及性质, 考查函数的对称中心, 重点考查值域的求解, 易错点是对称中心纵坐标错写为 0

8、A

【解析】

由 $\sin(\pi + \alpha) = \frac{4}{5}$ 及 $\sin 2\alpha < 0$ 得到 $\sin \alpha$ 、 $\cos \alpha$, 进一步得到 $\tan \alpha$, 再利用两角差的正切公式计算即可.

【详解】

因为 $\sin(\pi + \alpha) = \frac{4}{5}$, 所以 $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$, 又 $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha < 0$, 所以 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$,

$$\tan \alpha = -\frac{4}{3}, \text{ 所以 } \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha - 1}{1 + \tan \alpha} = \frac{-1 - \frac{4}{3}}{1 - \frac{4}{3}} = 7.$$

故选: A.

【点睛】

本题考查三角函数诱导公式、二倍角公式以及两角差的正切公式的应用, 考查学生的基本计算能力, 是一道基础题.

9、A

【解析】

设 $z = a + bi (a, b \in \mathbf{R})$, 由 $z \cdot i = z + i$ 得: $(a + bi)i = a + (b + 1)i$, 由复数相等可得 a, b 的值, 进而求出 $\bar{z}$, 即可得解.

【详解】

设 $z = a + bi (a, b \in \mathbf{R})$, 由 $z \cdot i = z + i$ 得: $(a + bi)i = a + (b + 1)i$, 即 $ai - b = a + (b + 1)i$,

由复数相等可得: $\begin{cases} -b=a \\ a=b+1 \end{cases}$, 解之得: $\begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-\frac{1}{2} \end{cases}$, 则 $z=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$, 所以 $\bar{z}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$, 在复平面对应的点的坐标为

$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, 在第一象限.

故选: A.

【点睛】

本题考查共轭复数的求法, 考查对复数相等的理解, 考查复数在复平面对应的点, 考查运算能力, 属于常考题.

10、D

【解析】

构造函数 $h(x)=\sin x-x$, $f(x)=\sin x-2x$, 利用导数分析出这两个函数在区间 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上均为减函数, 由 $\sin \alpha - \sin \beta = \alpha - 2\beta$ 得出 $\sin \alpha - \alpha = \sin \beta - 2\beta$, 分 $\alpha=0$ 、 $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ 、 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ 三种情况讨论, 利用放缩法结合函数 $y=h(x)$ 的单调性推导出 $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \beta < 0$ 或 $0 < \beta < \alpha < \frac{\pi}{2}$, 再利用余弦函数的单调性可得出结论.

【详解】

构造函数 $h(x)=\sin x-x$, $f(x)=\sin x-2x$,

则 $h'(x)=\cos x-1 < 0$, $f'(x)=\cos x-2 < 0$,

所以, 函数 $y=f(x)$ 、 $y=h(x)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上均为减函数,

当 $-\frac{\pi}{2} < x < 0$ 时, 则 $h(x) > h(0)=0$, $f(x) > f(0)=0$; 当 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 时, $h(x) < 0$, $f(x) < 0$.

由 $\sin \alpha - \sin \beta = \alpha - 2\beta$ 得 $\sin \alpha - \alpha = \sin \beta - 2\beta$.

①若 $\alpha=0$, 则 $\sin \beta - 2\beta = 0$, 即 $f(\beta)=0 \Rightarrow \beta=0$, 不合乎题意;

②若 $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$, 则 $-\frac{\pi}{2} < \beta < 0$, 则 $h(\alpha)=\sin \alpha - \alpha = \sin \beta - 2\beta > \sin \beta - \beta = h(\beta)$,

此时, $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \beta < 0$,

由于函数 $y=\cos x$ 在区间 $(-\frac{\pi}{2}, 0)$ 上单调递增, 函数 $y=\sin x$ 在区间 $(-\frac{\pi}{2}, 0)$ 上单调递增, 则 $\sin \alpha < \sin \beta$,

$\cos \alpha < \cos \beta$;

③若 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, 则 $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$, 则 $h(\alpha)=\sin \alpha - \alpha = \sin \beta - 2\beta < \sin \beta - \beta = h(\beta)$,

此时 $0 < \beta < \alpha < \frac{\pi}{2}$,

由于函数 $y = \cos x$ 在区间 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递减, 函数 $y = \sin x$ 在区间 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增, 则 $\sin \alpha > \sin \beta$,

$$\cos \alpha < \cos \beta.$$

综上所述, $\cos \alpha < \cos \beta$.

故选: D.

【点睛】

本题考查函数单调性的应用, 构造新函数是解本题的关键, 解题时要注意对 α 的取值范围进行分类讨论, 考查推理能力, 属于中等题.

11、C

【解析】

先利用等比数列的性质得到 a_3 的值, 再根据 a_2, a_4 的方程组可得 a_2, a_4 的值, 从而得到数列的公比, 进而得到数列的通项和前 n 项和, 根据后两个公式可得正确的选项.

【详解】

因为 $\{a_n\}$ 为等比数列, 所以 $a_3^2 = a_2 a_4$, 故 $a_3^3 = 64$ 即 $a_3 = 4$,

由 $\begin{cases} a_2 + a_4 = 10 \\ a_2 a_4 = 16 \end{cases}$ 可得 $\begin{cases} a_2 = 2 \\ a_4 = 8 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a_2 = 8 \\ a_4 = 2 \end{cases}$, 因为 $\{a_n\}$ 为递增数列, 故 $\begin{cases} a_2 = 2 \\ a_4 = 8 \end{cases}$ 符合.

此时 $q^2 = 4$, 所以 $q = 2$ 或 $q = -2$ (舍, 因为 $\{a_n\}$ 为递增数列).

$$\text{故 } a_n = a_3 q^{n-3} = 4 \times 2^{n-3} = 2^{n-1}, \quad S_n = \frac{1 \times (1 - 2^n)}{1 - 2} = 2^n - 1.$$

故选 C.

【点睛】

一般地, 如果 $\{a_n\}$ 为等比数列, S_n 为其前 n 项和, 则有性质:

(1) 若 $m, n, p, q \in N^*, m + n = p + q$, 则 $a_m a_n = a_p a_q$;

(2) 公比 $q \neq 1$ 时, 则有 $S_n = A + Bq^n$, 其中 A, B 为常数且 $A + B = 0$;

(3) $S_n, S_{2n} - S_n, S_{3n} - S_{2n}, \dots$ 为等比数列 ($S_n \neq 0$) 且公比为 q^n .

12、B

【解析】

2, 0, 1, 9, 10 按照任意次序排成一行, 得所有不以 0 开头的排列数共 $4A_4^4 = 96$ 个, 其中含有 2 个 10 的排列数共 $A_4^2 = 12$

个, 所以产生的不同的 6 位数的个数为 $96 - 12 = 84$. 故选 B.

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13、①②③

【解析】

由单调性、对称性概念、导数的几何意义、导数与极值的关系进行判断.

【详解】

函数 $f(x) = \ln(2+x) - \ln(4-x)$ 的定义域是 $(-2, 4)$,

由于 $f(x) = \ln(2+x) - \ln(4-x) = \ln \frac{2+x}{4-x} = \ln(-1 + \frac{6}{4-x})$,

$u = -1 + \frac{6}{4-x}$ 在 $(-2, 4)$ 上递增, $\therefore$ 函数 $y = f(x)$ 在 $(-2, 4)$ 上是递增, ①正确;

$f(2-x) = \ln(4-x) - \ln(2+x) = -f(x)$, $\therefore$ 函数 $y = f(x)$ 的图象关于 $(1, 0)$ 中心对称, ②正确;

$f'(x) = \frac{1}{2+x} + \frac{1}{4-x} = \frac{6}{8+2x-x^2} = \frac{6}{-(x-1)^2+9} \geq \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$, $x=1$ 时取等号, $\therefore$ ③正确;

$f'(x) = \frac{1}{2+x} + \frac{1}{4-x} = \frac{6}{-x^2+2x+8}$, 设 $g(x) = f'(x)$, 则 $g'(x) = \frac{12(x-1)}{(-x^2+2x+8)^2}$, 显然 $x=1$ 是 $g(x)$ 即 $f'(x)$ 的

极小值点, ④错误.

故答案为: ①②③.

【点睛】

本题考查函数的单调性、对称性, 考查导数的几何意义、导数与极值, 解题时按照相关概念判断即可, 属于中档题.

14、15

【解析】

试题分析: 根据题意有 $\overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC} = m\overrightarrow{AB} + 3n\overrightarrow{AE}$, 因为 B, P, E 三点共线, 所以有 $m + 3n = 1$, 从而有

$\frac{1}{n} + \frac{3}{m} = (m + 3n)(\frac{1}{n} + \frac{3}{m}) = 3 + 3 + \frac{m}{n} + \frac{9n}{m} \geq 6 + 2\sqrt{9} = 12$, 所以 $\frac{1}{n} + \frac{3}{m} + 3$ 的最小值是 $12 + 3 = 15$.

考点: 向量的运算, 基本不等式.

【方法点睛】该题考查的是有关应用基本不等式求最值的问题, 属于中档题目, 在解题的过程中, 关键步骤在于对题中条件的转化 $\overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC} = m\overrightarrow{AB} + 3n\overrightarrow{AE}$, 根据 B, P, E 三点共线, 结合向量的性质可知 $m + 3n = 1$, 从而等价于已知两个正数的整式形式和为定值, 求分式形式和的最值的问题, 两式乘积, 最后应用基本不等式求得结果, 最后再加 3, 得出最后的答案.

15、1

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/706233151221011042>