某某省某某市某某中学、某某市姜堰中学2019-2020学年高二数学下学期期中试题（含解析）

（考试时间：120分钟　本卷满分：150分）

注意事项：考生在答题前请认真阅读本注意事项及各题答题要求

1．答题前，请您务必将自己的某某、考试证号等用书写黑色字迹的0.5毫米签字笔填写在答题卡上．

2．作答试题必须用书写黑色字迹的0.5毫米签字笔写在答题卡上的指定位置，在其它位置作答一律无效．如有作图需要，可用2B铅笔作答，并请加黑、加粗，描写清楚．

一、单项选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1.已知复数$z=1-\sqrt{3}i$，则复数z的模为（　　）

A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2D. 4

【答案】C

【解析】

【分析】

直接求复数的模.

【详解】$|z|=\sqrt{1^2+\left(-\sqrt{3}\right)^2}=2$.

故选：C

【点睛】本题考查复数的模，属于基础题.

2.一物体做直线运动，其位移s（单位: m)与时间t（单位: s)的关系是$s=5t-t^2$，则该物体在$t=3s$时的瞬时速度是

A. $-1\mathrm{m/s}$ B. $1\mathrm{m/s}$ C. $2\mathrm{m/s}$ D. $6\mathrm{m/s}$

【答案】A

【解析】

【分析】

先对 s 求导，然后将 $t=3$ 代入导数式，可得出该物体在 $t=3s$ 时的瞬时速度．

【详解】对 $s=5t-t^2$ 求导，得 $s'=5-2t$ ，$\therefore s'|_{t=3}=5-2\times3=-1m/s$ ，

因此，该物体在 $t=3s$ 时的瞬时速度为 $-1m/s$ ，故选 A．

【点睛】本题考查瞬时速度的概念，考查导数与瞬时变化率之间的关系，考查计算能力，属于基础题．

3. $\sin15°+\cos15°$ 的值为（　　）

A. $\frac{1}{2}$ B. 1C[redacted]

【答案】C

【解析】

【分析】

直接利用辅[redacted]及两角和与差的正弦公式进行化简，即可求得答案.

详解】解[redacted]s15°

$=\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}s\right.$[redacted]

$=\sqrt{2}(\sin15^\circ\cos45^\circ+\cos15^\circ\sin45^\circ)$

$=\sqrt{2}\sin(15^\circ+45^\circ)$

$=\sqrt{2}\sin60^\circ$

$=\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

故选：C.

【点睛】本题考查利用辅助角公式以及两角和与差的正弦公式进行化简求值，考查运算能力.

4.双曲线$\frac{x^2}{4}-y^2=1$的渐近线方程是（　　）

A. $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$ B. $y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$ C. $y=\pm x$ D. $y=\pm\frac{1}{2}x$

【答案】D

【解析】

【分析】

双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的渐近线方程为$y=\pm\frac{b}{a}x$.

【详解】双曲线$\frac{x^2}{4}-y^2=1$的渐近线方程是$y=\pm\frac{1}{2}x$.

故选：D

【点睛】本题考查双曲线的渐近线，属于基础题.

5.若 a,b∈R，则 a＞b＞0 是 $a^2>b^2$的（　）

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】

【详解】根据不等式的性质，

由 a＞b＞0 可推出 $a^2>b^2$；

但，由 $a^2>b^2$无法推出 a＞b＞0，如 a=-2,b=1，

即 $a>b>0$ 是 $a^2>b^2$ 的充分不必要条件，

故选 A.

6.中国古代词中，有一道“八子分绵”的数学名题：“九百九十六斤绵，赠分八子做盘缠，次第每人多十七，要将第八数来言”．即：把 996 斤绵分给 8 个儿子作盘缠，按照年龄从大到小的顺序依次分绵，年龄小的比年龄大的多 17 斤绵，那么第 8 个儿子分到的绵是（　　）.

A　148 斤 B. 152 斤 C. 176 斤 D. 184 斤．

【答案】D

【解析】

【分析】

设第一个孩子分配到 a_1 斤棉，利用等差数列前 n 项和公式得 $S_8=996$，从而得到 a_1，根据等数列的通项公式，即可求出第八个孩子分得斤数．

【详解】设第一个孩子分配到 a_1 斤棉花，

则由题意得：$S_8=8a_1+\dfrac{8\times7}{2}\times17=996$，

解得 $a_1=65$，

所以第八个孩子分得斤数为 $a_8=65+7\times17=184$．

故选：D．

【点睛】本题考查了等差数列的通项公式和前 n 项和公式的应用，属于基础题．

7.已知椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的上顶点为 B，右顶点为 A，若过原点 O 作 AB 的垂线交椭圆的右准线于点 P，点 P 到 x 轴的距离为 $\dfrac{2a^2}{c}$，则此椭圆的离心率为（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\dfrac{1}{2}$ C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

【答案】C

【解析】

【分析】

根据题意，由椭圆的方程和性质可得出$A\left(a,0\right)$，$B\left(0,b\right)$，根据斜率的公式可求出$k_{AB}=-\frac{b}{a}$，由椭圆的右准线得出点P的坐标，进而得出k_{OP}，再根据两直线垂直的斜率关系，得出a和b的关系，再结合$b^2=a^2-c^2$和离心率的公式，即可得出椭圆的离心率.

【详解】解：由题可知，椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的焦点在$x$轴上，

则$A\left(a,0\right)$，$B\left(0,b\right)$，所以$k_{AB}=-\frac{b}{a}$，

由于点P在椭圆的右准线$x=\frac{a^2}{c}$上，且P到x轴的距离为$\frac{2a^2}{c}$，

则$P\left(\frac{a^2}{c},\frac{2a^2}{c}\right)$，所以$k_{OP}=2$，

由题得，$OP\perp AB$，则$k_{AB}\cdot k_{OP}=-1$，

即$2\times\left(-\frac{b}{a}\right)=-1$，则有$a=2b$，即$a^2=4b^2$，

而$b^2=a^2-c^2$，所以$a^2=4\left(a^2-c^2\right)$，

整理得：$3a^2=4c^2$，则$\frac{c^2}{a^2}=\frac{3}{4}$，即$e^2=\frac{3}{4}$，

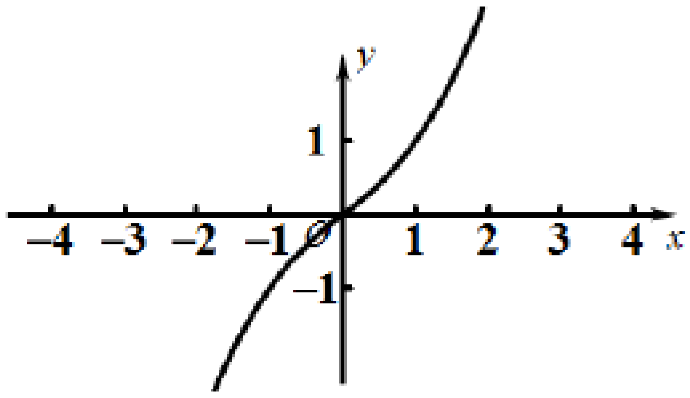
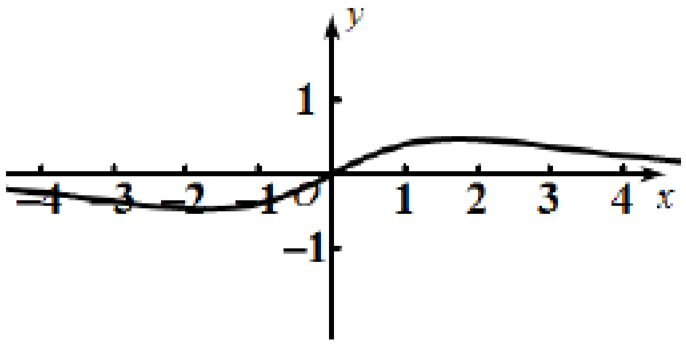
解得：$e=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

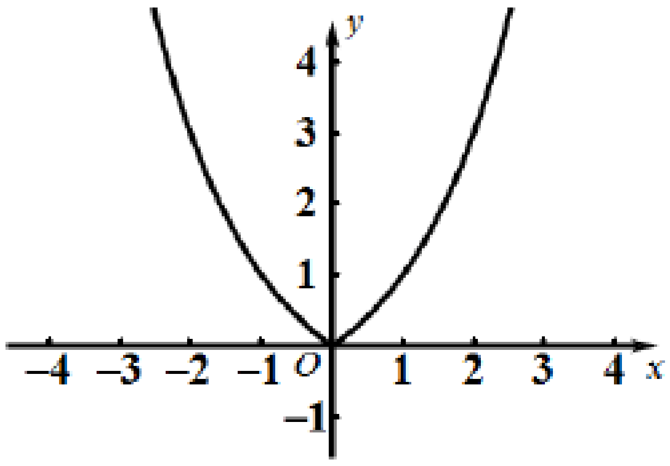
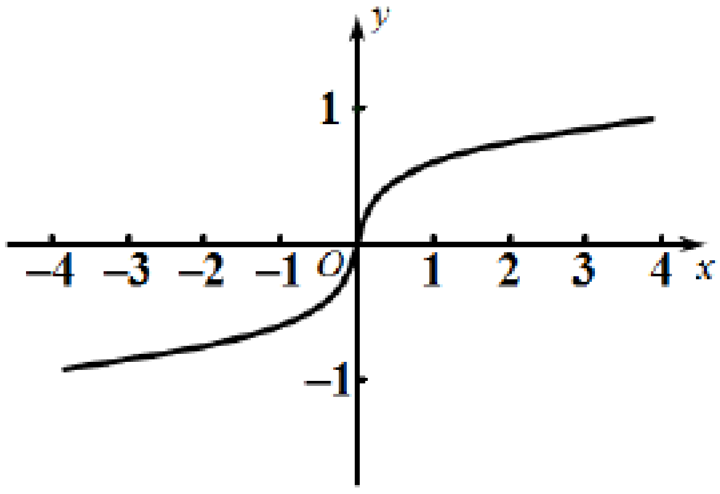
即椭圆的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选：C.

【点睛】本题考查椭圆的离心率的求法，考查椭圆的方程、准线和简单几何性质，以及直线的斜率和两直线垂直的斜率关系，考查运算能力.

8.函数 $f\left(x\right)=\dfrac{x}{2^{x}+2^{-x}}$ 的大致图象为（　　）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】

根据函数为奇函数排除 C，取特殊值排除 AD 得到答案.

【详解】当 $f\left(x\right)=\dfrac{x}{2^{x}+2^{-x}}$，$f\left(-x\right)=\dfrac{-x}{2^{-x}+2^{x}}=-f\left(x\right)$，函数为奇函数，排除 C；

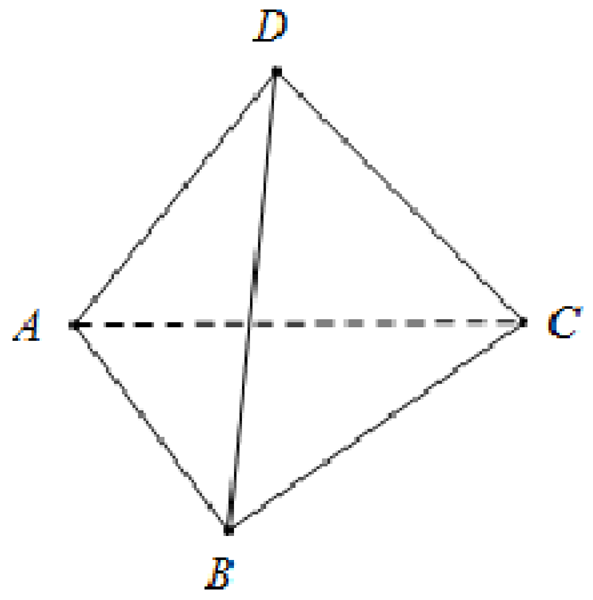
$f(2)=\dfrac{2}{2^{2}+2^{-2}}<\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$，排除 A；

$f(3)=\dfrac{3}{2^{3}+2^{-3}}=\dfrac{24}{65}$，$f(4)=\dfrac{4}{2^{4}+2^{-4}}=\dfrac{64}{257}$，故 $f\left(3\right)>f\left(4\right)$，排除 D.

故选：B.

【点睛】本题考查了函数图象的识别，意在考查学生的计算能力和识图能力，取特殊值排除是解题的关键.

9.边长为 2 的正方形 $ABCD$ 沿对角线 AC 折叠使得 $\triangle ACD$ 垂直于底面 ABC，则点 C 到平面 ABD 的距离为（　　）



A. $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$ B. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ D. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

【答案】A

【解析】

【分析】

取AC的中点O，连接DO和BO，由等腰三角形的性质得出$DO \perp AC$，可求出DO和BO的长，再由平面$ACD \perp$平面ABC，根据面面垂直的性质可得$DO \perp$平面ABC，进而得到$DO \perp OB$，利用勾股定理即可求出BD，最后利用等体积法得出$V_{C-ABD} = V_{D-ABC}$，进而求出点C到平面ABD的距离.

【详解】解：取AC的中点O，连接DO和BO，

则$DO \perp AC$，$BO \perp AC$，

由于四边形$ABCD$是边长为 2 的正方形，

$\therefore AD = CD = AB = BC = 2$，

则$AC = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$，$DO = BO = \sqrt{2^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{2}$，

由题知，平面$ACD \perp$平面ABC，且交线为AC，而$DO \subset$平面ACD，

则$DO \perp$平面ABC，

又$BO \subset$平面ABC，所以$DO \perp BO$，

$\therefore$在$Rt\triangle BOD$中，$BD=\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2}=2$，

$\therefore\triangle ABD$是等边三角形，则$S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}\times2\times2\times\sin60^\circ=\sqrt{3}$，

则在$Rt\triangle ABC$中，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times2\times2=2$，

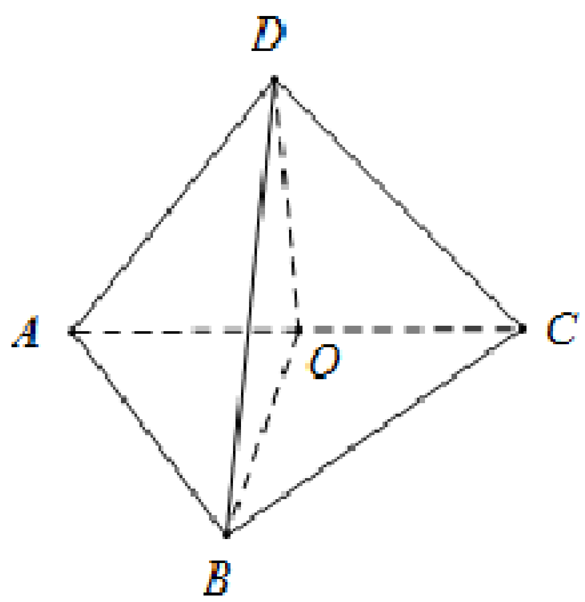
设点C到平面ABD的距离为d，

则$V_{C-ABD}=V_{D-ABC}$，即$\frac{1}{3}S_{\triangle ABD}\cdot d=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot DO$，

即：$\frac{1}{3}\times\sqrt{3}d=\frac{1}{3}\times2\times\sqrt{2}$，解得：$d=\frac{2\sqrt{6}}{3}$，

即点C到平面ABD的距离为$\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

故选：A.



【点睛】本题考查利用等体积法求点到面的距离，还涉及面面垂直的性质和棱锥的体积公式，考查推理证明和运算能力.

10.已知$0<a<1$，$0<b<1$，且$4\left(a+b\right)=4ab+3$，则$\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$的最大值为（　　）

A. 2B. $2\sqrt{2}$ C. $3-\sqrt{2}$ D. $3-2\sqrt{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】

由已知条件可得$(1-a)(1-b)=\frac{1}{4}$,令$x=1-a>0$，$y=1-b>0$,可得$a=1-x$,$b=1-y$，$y=\frac{1}{4x}$，进一步可得$a+2b=-x-\frac{1}{2x}+3$，最后利用基本不等式求出最大值即可.

【详解】$\because 4\left(a+b\right)=4ab+3$，$\therefore 4ab-4a-4b+3=0$，配凑得：$4ab-4a-4b+4=1$，

两边同时除以 4 得：$ab-a-b+1=\frac{1}{4}$，即$(1-a)(1-b)=\frac{1}{4}$，

令$x=1-a>0$，$y=1-b>0$，则$a=1-x$，$b=1-y$，$y=\frac{1}{4x}$，

所以$a+2b=1-x+2(1-y)=-x-2y+3=-x-\frac{1}{2x}+3$

$=-\left(x+\frac{1}{2x}\right)+3\le -2\sqrt{x\cdot\frac{1}{2x}}+3=3-\sqrt{2}$（当且仅当$x=\frac{1}{2x}$即$x=\frac{\sqrt{2}}{2}$时，等号成立）.

故选：C.

【点睛】本题考查利用基本不等式求最值，考查逻辑思维能力和运算求解能力，考查转化和划归思想，属于难题.

二、多项选择题：本题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分，在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 3 分，有选错的得 0 分．

11.下列命题正确的是（　　）

A. 已知直线$a//$平面α，直线$b\subset\alpha$，则直线$a//b$；

B. 已知直线 a 垂直于平面α内的任意一条直线，则直线 a 垂直于平面α；

C. 平行于同一直线的两条直线平行；

D. 已知 a 为直线，α，β为平面，若$a//\alpha$且$a\perp\beta$，则$\alpha\perp\beta$

【答案】BCD

【解析】

【分析】

根据直线与平面、平面与平面之间的位置关系逐项判断.

【详解】A 选项，若直线$a//$平面α，直线$b\subset\alpha$，则直线 a 与直线 b 平行或异面；

B 选项，由直线与平面垂直的概念可知 B 正确；

C 选项，平行于同一直线的两条直线平行，C 正确；

D 选项，若 $a//\alpha$，则在平面 α 内必存在一条直线 b 使得 $a//b$，因为 $a\perp\beta$，所以 $b\perp\beta$，

又因为 $b\subset$ 平面 α，所以 $\alpha\perp\beta$，D 正确.

故选：BCD

【点睛】本题考查直线与平面之间的位置关系、线面平行的性质、面面垂直的判定，属于基础题.

12. $\triangle ABC$ 中，$BC=2$，BC 边上的中线 $AD=2$，则下列说法正确的有（　　）

A. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ 为定值 B. $AC^2+AB^2=10$

C. $\frac{4}{5}<\cos A<1$ D. $\angle BAD$ 的最大值为 $30°$

【答案】ABD

【解析】

【分析】

A 利用向量的加减法及向量的数量积公式运算即可，B 根据余弦定理及角的互补运算即可求值，C 利用余弦定理及基本不等式求出 $\cos A$ 范围即可，D 根据余弦定理及基本不等式求出 $\cos\angle BAD$ 的最小值即可.

【详解】对于 A，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}\right)\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DB}\right)=\overrightarrow{AD}^2-\overrightarrow{DB}^2=4-1=3$，$\therefore\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ 为定值，A 正确；$\because$

对于 B，

$\cos\angle ADC=-\cos\angle ADB$

$\therefore AC^2+AB^2=AD^2+DC^2-2AD\cdot DC\cdot\cos\angle ADC+AD^2+DB^2-2AD\cdot DB\cdot\cos\angle ADB$ $\because$

$= 2AD^2 + DB^2 + DC^2$

$= 2\times 2^2 + 1 + 1 = 10$，故 B 正确；

对于 C，由余弦定理及基本不等式得$cosA = \dfrac{b^2 + c^2 - 4}{2bc} \geq \dfrac{2bc - 4}{2bc} = 1 - \dfrac{2}{bc}$（当且仅当$b = c$时，等号成立）,由 A 选项知$bc\cos A = 3$，$\therefore \cos A \geq 1 - \dfrac{2}{\dfrac{3}{\cos A}} = 1 - \dfrac{2\cos A}{3}$，

解得$\cos A \geq \dfrac{3}{5}$，故 C 错误；

对于 D，$\cos\angle BAD = \dfrac{c^2 + 2^2 - 1^2}{4c} = \dfrac{c^2 + 3}{4c} \geq \dfrac{2\sqrt{3}c}{4c} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$（当且仅当$c = \sqrt{3}$时，等号成立），

因为$\angle BAD < \angle ABD$，

所以$\angle BAD \in (0, \dfrac{\pi}{2})$，又$\cos\angle BAD \geq \dfrac{\sqrt{3}}{2}$，所以$\angle BAD$的最大值$30^\circ$，D 选项正确.

故选：ABD

【点睛】本题主要考查了向量的数量积运算，余弦定理，基本不等式，考查了推理能力，属于难题.

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13.计算：$(0.64)^{-\frac{1}{2}} + \lg 5 + \lg 2 =$__________.

【答案】$\dfrac{9}{4}$

【解析】

【分析】

根据对数和指数幂的运算法则，直接求解即可．

【详解】解：$(0.64)^{-\frac{1}{2}} + \lg 5 + \lg 2$

$= \left[(0.8)^2\right]^{-\frac{1}{2}} + \lg 10$

$=(0.8)^{-1}+1$

$=\frac{1}{0.8}+1$

$=\frac{10}{8}+1$

$=\frac{5}{4}+1$

$=\frac{9}{4}$.

故答案为：$\frac{9}{4}$.

【点睛】本题考查指数式和对数式化简求值，涉及指数幂和对数的运算，考查运算求解能力，是基础题.

14.为了进一步做好社区抗疫服务工作，从 6 名医护人员中任意选出 2 人分别担任组长和副组长，则有_________种不同选法 .（用数字作答）

【答案】30

【解析】

【分析】

根据分步计数原理进行计算.

【详解】首先从 6 人中选 1 人担任组长，共有 6 种选法；然后从剩余 5 人中选 1 人担任副组长，共有 5 种选法.所以从 6 名医护人员中任意选出 2 人分别担任组长和副组长共有$6\times5=30$种选法.

故答案为：30

【点睛】本题考查分步计数原理，属于基础题.

15.已知圆$C:(x+1)^2+(y-2)^2=10$，直线$l:kx-y-2k+5=0$.

（1）当$k=2$时，直线l被圆C截得的弦长为_________；

（2）若在圆C上存在一点P，在直线l上存在一点Q，使得PQ的中点恰为坐标原点O，则

实数k的取值X围是_________ .

【答案】 (1). $\sqrt{\quad}$ ； (2). $\left(-\infty,-3\right]\cup\left[\frac{13}{9},+\infty\right)$.

【解析】

【分析】

（1）由题可知，写出圆C的圆心和半径以及$k=2$时的直线方程，利用点到直线的距离公式求出圆心到直线l的距离d，再根据圆的弦长公式$2\sqrt{r^2-d^2}$，求出直线l被圆C截得的弦长；

（2）设直线$l:kx-y-2k+5=0$关于原点$(0,0)$对称的直线为l'，根据对称的性质求出直线l'的方程，由直线l'与圆C的位置关系，利用点到直线的距离公式求出圆心到直线l'的距离小于等于$\sqrt{10}$，进而可得出实数k的取值X围.

【详解】解：（1）圆$C:(x+1)^2+(y-2)^2=10$，可知圆心为$\left(-1,2\right)$，半径为$\sqrt{10}$，

当$k=2$时，直线$l:2x-y+1=0$，

则圆心到直线l的距离为：$d=\dfrac{\left|-2-2+1\right|}{\sqrt{2^2+\left(-1\right)^2}}=\dfrac{3}{\sqrt{5}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$，

所以直线l被圆C截得的弦长为：$2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{10-\left(\dfrac{3\sqrt{5}}{5}\right)^2}=\dfrac{2\sqrt{205}}{5}$；

（2）设直线$l:kx-y-2k+5=0$关于原点$(0,0)$对称的直线为l'，

设直线l'上任意一点(x,y)，则$(-x,-y)$在直线l上，

即$-kx+y-2k+5=0$，即直线l'的方程为：$kx-y+2k-5=0$，

依题意，直线l'与圆$(x+1)^2+(y-2)^2=10$有交点，

则$\dfrac{|-k-2+2k-5|}{\sqrt{k^2+1}}\le\sqrt{10}$，解得：$k\le-3$或$k\ge\dfrac{13}{9}$，

所以实数k的取值X围是：$\left(-\infty,-3\right]\cup\left[\frac{13}{9},+\infty\right)$.

故答案为：$\sqrt{\quad}$ ；$\left(-\infty,-3\right]\cup\left[\frac{13}{9},+\infty\right)$.

【点睛】本题考查直线与圆的位置关系，考查点到直线的距离公式和圆的弦长公式，以及直线关于点对称问题，考查转化思想和运算能力.

16. $\triangle ABC$ 中，$AC=CB=2$，$\angle ACB=120^{\circ}$，E 为 AB 中点，点 D 在边 BC 上，且 $CD=2DB$，CE 与 AD 交于点 O．设 $\overrightarrow{OB}=x\overrightarrow{CA}+y\overrightarrow{CB}$，则 $x+y=$________．

【答案】$\frac{1}{5}$

【解析】

【分析】

过 D 作 $DF\perp AB$ 于点 F，通过比例关系可得 $\overrightarrow{OD}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AD}$，结合平面向量的线性运算可得 $\overrightarrow{OB}=\frac{3}{5}\overrightarrow{CB}-\frac{2}{5}\overrightarrow{CA}$，进而可求出 x,y 的值，即可求出 $x+y$ 的值.

【详解】解：因为 $CD=2DB$，所以 $BD=\frac{2}{3},CD=\frac{4}{3}$，过 D 作 $DF\perp AB$ 于点 F，

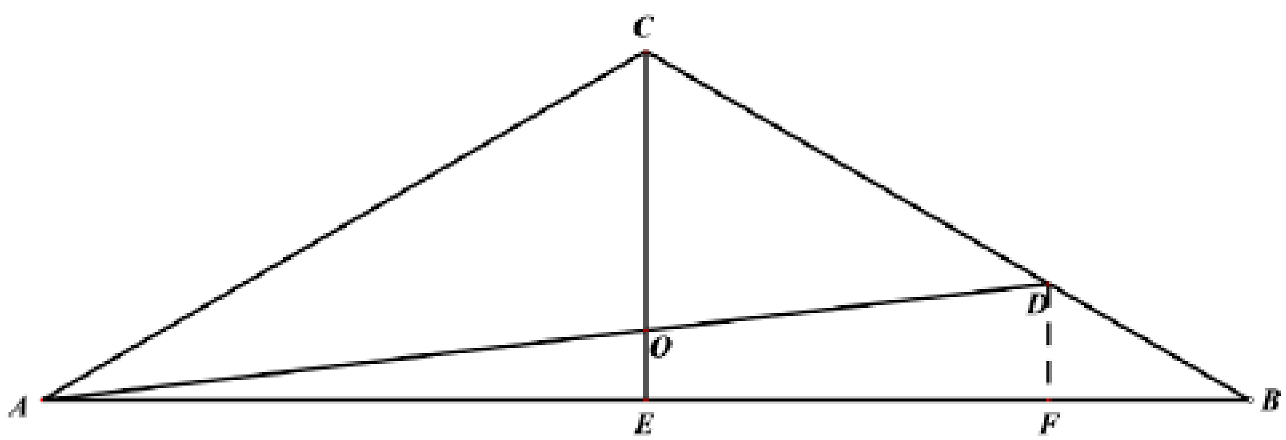
则 $\overrightarrow{EF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AE}$，设 $BF=x$，则 $EF=2x,AE=3x$，所以 $\frac{AO}{AD}=\frac{AD-OD}{AD}=\frac{AE}{AF}$，

所以 $\overrightarrow{OD}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AD}$，则 $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{DB}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}+\frac{2}{5}\overrightarrow{CD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$

$=-\frac{2}{5}\overrightarrow{CA}+\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}=\frac{3}{5}\overrightarrow{CB}-\frac{2}{5}\overrightarrow{CA}=x\overrightarrow{CA}+y\overrightarrow{CB}$，所以 $x=-\frac{2}{5},y=\frac{3}{5}$，

则 $x+y=\frac{1}{5}$.

故答案为: $\frac{1}{5}$.



【点睛】本题考查了平面向量的线性运算.本题的关键是用 $\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CA}$ 表示出 $\overrightarrow{OB}$.

四、解答题：本大题共 6 小题．请在答题卡指定的区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．