# 第一章  三角形的证明

## 专题1  等腰三角形中的分类讨论问题

温馨提示：点击 进入讲评

## 答案呈现

1 C

2

3

4 12或8

5

6

7 70°或20°

8

9

10

## 类型1 底角（或顶角）不确定

1.[2024成都七中月考] 已知等腰三角形$ABC$中，$AD\perp BC$交线段$BC$于点$D$，且$AD=\frac{1}{2}BC$，则等腰三角形$ABC$的底角的度数为( C )

A.45°　　B.75°　　C.45° 或75°　　D.60°

点方法 根据题意画出图形，注意分别从$\angle BAC$是顶角与$\angle BAC$是底角进行分类讨论.

返回

2.已知等腰三角形中，有一个角比另一个角的2倍少20°,求顶角的度数.

**【解】**设另一个角的度数是$x$,则原来那个角的度数是$2x-20°$.分三种情况讨论:

①当$x$是顶角，$2x-20°$是底角时，

$x+2(2x-20°)=180°$,解得$x=44°$,所以顶角是44°;

②当$x$是底角，$2x-20°$ 是顶角时，

$2x+(2x-20°)=180°$ ，解得$x=50°$ ，所以顶角是

$2\times50°-20°=80°$ ；

③当$x$与$2x-20°$ 都是底角时，$x=2x-20°$ ，解得

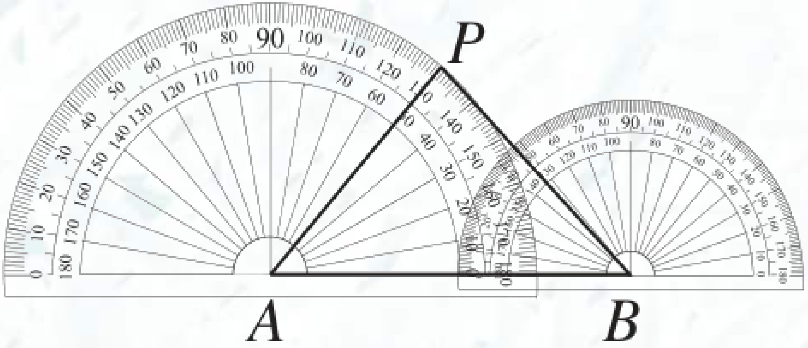
$x=20°$ ，

所以顶角是$180°-20°\times2=140°$ .

综上所述，这个等腰三角形顶角的度数是$44°$ 或$80°$ 或$140°$

返回

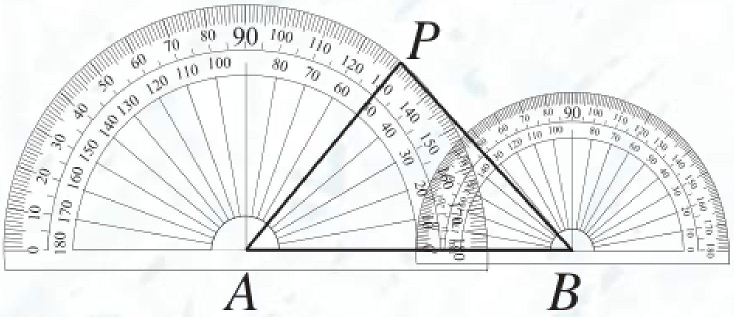
## 类型2 底边（或腰）不确定




3.如图，大小两个量角器的零刻度线在同一条直线上，点$P$是大量角器上一点，对应的度数是130°，若$\triangle APB$是等腰三角形，则$PB$与小量角器的交点在小量角器上对应的度数为<u>50°或65°或80°</u>.

【点拨】$\because$ 点$P$是大量角器上一点，对应的度数是130°，

$\therefore \angle PAB = 180° - 130° = 50°$.




$\because \triangle APB$是等腰三角形，

$\therefore$ 当$PA = PB$时，$\angle ABP = \angle PAB = 50°$；当$AP = AB$时，$\angle ABP = \angle APB = \frac{1}{2} \times (180° - \angle PAB) = 65°$；当$BA = BP$时，$\angle APB = \angle PAB = 50°$，

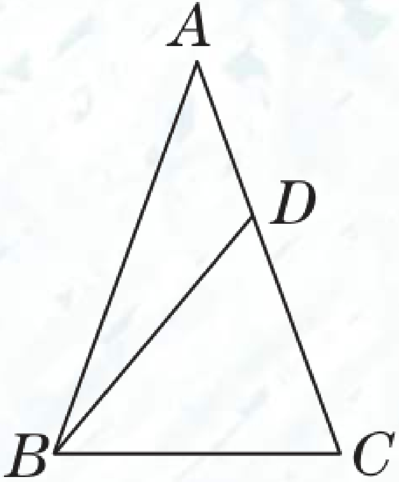
$\therefore \angle ABP = 180° - \angle PAB - \angle APB = 80°$．综上所述，$PB$与小量角器的交点在小量角器上对应的度数为50°或65°或80°．

返回

4. 新视角 新定义题 定义：若三角形满足其中两边长之和等于第三边长的三倍，则称该三角形为“三倍三角形”.若等腰三角形 $ABC$ 是三倍三角形，且其中一边长为3，则 $\triangle ABC$ 的周长为__12或8__.

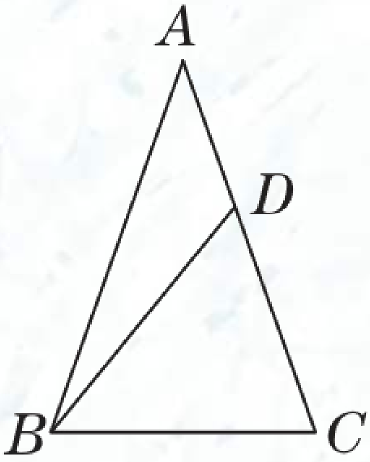
**【点拨】**当底边长是3时，若两腰长的和是底边长的三倍，则两腰长的和为9，满足三角形三边关系，所以此时$\triangle ABC$的周长是$9+3=12$；若腰长与底边长的和是腰长的三倍，设腰长为$x$，则$x+3=3x$，解得$x=1.5$，不满足三角形三边关系；当腰长是3时，若两腰长的和是底边长的三倍，则底边长是2，满足三角形三边关系，所以此时$\triangle ABC$的周长是$3+3+2=8$；若腰长与底边长的和是腰长的三倍，设底边长为$y$，则$3+y=3\times 3$，解得$y=6$，不满足三角形三边关系.综上,$\triangle ABC$的周长为12或8.

5.如图，在$\triangle ABC$中，$\angle A=40^\circ$ ,$AB=AC$,点$D$为$AC$上任意一点，若$\triangle BCD$是以$BC$为腰的等腰三角形，求$\angle BDC$的度数.



【解】在$\triangle ABC$中，$\angle A=40°$，$AB=AC$，

$\therefore \angle ABC=\angle C=\frac{1}{2}(180°-\angle A)=70°$．




分两种情况：

①当$BC=BD$时，$\angle BDC=\angle C=70°$；

②当$BC=CD$时，

$\angle BDC=\angle DBC=\frac{1}{2}(180°-\angle C)=55°$．

综上所述，$\angle BDC$的度数为$70°$或$55°$．

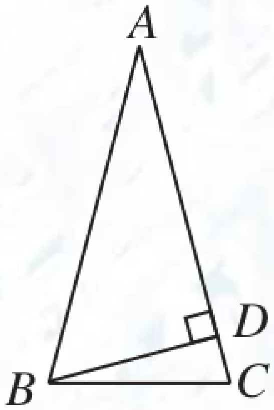
返回

## 类型3 高线的位置不确定

6.等腰三角形一腰上的高与另一腰的夹角为60°，求等腰三角形的底角度数.

【解】设在等腰三角形$ABC$中，$AB=AC$，$BD$为腰$AC$上的高，$\angle ABD=60°$.

当$BD$在$\triangle ABC$内部时，如图①.

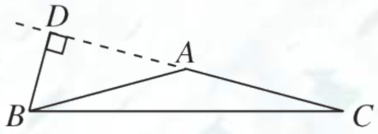



①

$\because BD$为高，$\therefore \angle ADB=90°$，$\therefore \angle BAD=90°-60°=30°$.

$\because AB=AC$，$\therefore \angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180°-30°)=75°$；

当$BD$在$\triangle ABC$外部时，如图②.




②

$\because BD$为高，$\therefore \angle ADB=90°$ $\therefore \angle BAD=90°-60°=30°$ .

$\because AB=AC$，$\therefore \angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\angle BAD=15°$ .

综上所述，这个等腰三角形的底角度数为75°或15° .

点易错 当$BD$是在$\triangle ABC$内部还是在$\triangle ABC$外部没有明确指出时，需要分类讨论，学生易忽略分类讨论而漏解.

返回

## 类型4 线段垂直平分线与腰所在直线的交点位置不确定

7.等腰三角形一腰的垂直平分线与另一腰所在直线相交所得的锐角为50°，则这个等腰三角形的底角的度数为__70°或20°__.