电磁感应综合问题

考情分析

1. 掌握应用动量定理处理电磁感应问题的思路。
2. 掌握应用动量守恒定律处理电磁感应问题的方法。
3. 熟练应用楞次定律与法拉第电磁感应定律解决问题。
4. 会分析电磁感应中的图像问题。
5. 会分析电磁感应中的动力学与能量问题。

琢题突破

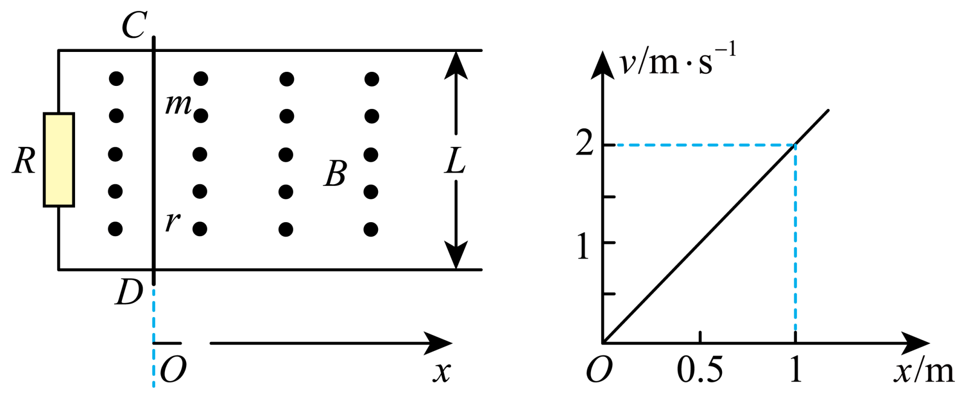
大题典例　电磁感应中的动力学与能量问题

例1 (2024·河北·模拟预测)如图甲所示,水平粗糙导轨左侧接有定值电阻 $R=3\,\Omega$,导轨处于垂直纸面向外的匀强磁场中,磁感应强度 $B=1\,\text{T}$,导轨间距 $L=1\,\text{m}$。一质量 $m=1\,\text{kg}$,阻值 $r=1\,\Omega$ 的金属棒在水平向右拉力 F 作用下由静止开始从 CD 处运动,金属棒与导轨间动摩擦因数 $\mu=0.25$,金属棒的 $v-x$ 图像如图乙所示,取 $g=10\,\text{m/s}^2$,求:

(1) $x=1\,\text{m}$ 时,安培力的大小;

(2) 从起点到发生 $x=1\,\text{m}$ 位移的过程中,金属棒产生的焦耳热;

(3) 从起点到发生 $x=1\,\text{m}$ 位移的过程中,拉力 F 做的功。



甲　　　　乙

【答案】(1) $0.5\,\text{N}$;(2) $\frac{1}{16}\,\text{J}$;(3) $4.75\,\text{J}$

【详解】(1) 由图乙可知,$x=1\,\text{m}$ 时,$v=2\,\text{m/s}$,回路中电流为

$$I=\frac{E}{R+r}=\frac{BLv}{R+r}=0.5\,\text{A}$$

安培力的大小为

$$F_{安}=IBL=0.5\,\text{N}$$

(2) 由图乙可得

$$v=2x$$

金属棒受到的安培力为

$$F_A=IBL=\frac{B^2L^2v}{R+r}=\frac{x}{2}(\text{N})$$

回路中产生的焦耳热等于克服安培力做的功,从起点到发生 $x=1\,\text{m}$ 位移的过程中,回路中产生的焦耳热为

$$Q=W_{安}=\overline{F_A}x=\frac{0+0.5}{2}\times1\,\text{J}=0.25\,\text{J}$$

金属棒产生的焦耳热为

$$Q_{棒}=\frac{r}{R+r}Q=\frac{1}{16}\mathrm{J}$$

(3)从起点到发生 $x=1\mathrm{m}$ 位移的过程中，根据动能定理有

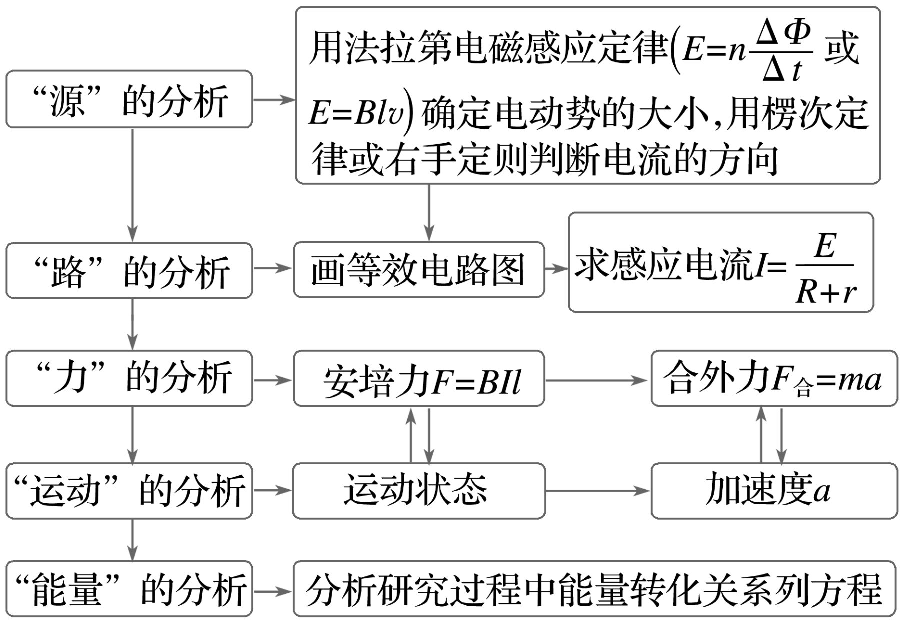
$$W_F-W_{安}-\mu mgx=\frac{1}{2}mv^2$$

解得拉力 F 做的功为

$$W_F=4.75\mathrm{J}$$

解法指导

1．电磁感应综合问题的解题思路



2．求解焦耳热 Q 的三种方法

(1)焦耳定律：$Q=I^2Rt$，适用于电流恒定的情况；

(2)功能关系：$Q=W_{克安}$ ($W_{克安}$ 为克服安培力做的功)；

(3)能量转化：$Q=\Delta E$ (其他能的减少量)。

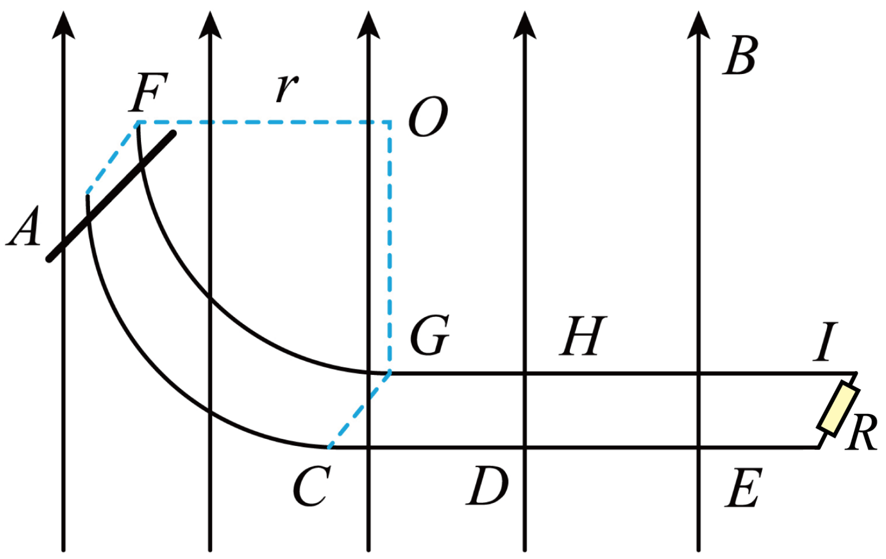
变式训练

题目 1 (23－24高三下·河北·开学考试)如图所示，相互平行的轨道由半径为 r 的四分之一圆弧和水平部分(靠右端的一部分 DE、HI 段粗糙，接触面与物体间动摩擦因数为 μ，$HI=DE$，其余部分光滑)构成，两部分相切于 C、G，CG 连线与轨道垂直，轨道间距为 L，在最右端连接阻值为 R 的定值电阻，整个轨道处在竖直向上磁感应强度大小为 B 的匀强磁场中，一质量为 m，电阻为 $2R$ 的金属导体棒从四分之一圆弧的最高点静止释放，导体棒在下滑过程中始终与导轨接触良好，且与导轨垂直，其它电阻不计，当导体棒运动到与 CG 重合时，速度大小为 v，导体棒最终静止在水平轨道 DE、HI 段某处，整个过程中定值电阻 R 上产生的热量为 Q，重力加速度为 g，求：

(1)导体棒从静止释放到与 CG 重合，通过定值电阻 R 的电量；

(2)导体棒运动到 CG 前瞬间，导体棒的加速度的大小；

(3)导体棒因摩擦产生的热量及在粗糙轨道 DE、HI 段的位移。



【答案】(1)$\frac{BLr}{3R}$；(2)$\sqrt{\frac{B^4L^4v^2}{9m^2R^2}+\frac{v^4}{r^2}}$；(3)$\frac{mgr-3Q}{\mu mg}$

【详解】(1) 当导体棒运动到与 CG 重合时，通过定值电阻 R 的电量为q，则

$$q=I\Delta t$$

由闭合电路欧姆定律得

$$I=\frac{E}{2R+R}=\frac{E}{3R}$$

由法拉第电磁感应定律得

$$E=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

解得

$$q=\frac{BLr}{3R}$$

(2) 导体棒刚运动到 CG 时，回路中的瞬时电动势

$$E=BLv$$

回路中的电流

$$I=\frac{E}{3R}=\frac{BLv}{3R}$$

导体棒受到的安培力

$$F_{安}=BIL=\frac{B^2L^2v}{3R}$$

水平方向的加速度

$$a_1=\frac{F_{安}}{m}=\frac{B^2L^2v}{3mR}$$

导体棒做圆周运动的向心加速度

$$a_2=\frac{v^2}{r}$$

所以导体棒运动到CG 前瞬间，导体棒的加速度的大小为

$$a=\sqrt{a_1^2+a_2^2}=\sqrt{\frac{B^4L^4v^2}{9m^2R^2}+\frac{v^4}{r^2}}$$

(3) 由于导体棒与定值电阻串联，因此导体棒上产生的热量为 2Q，根据能量守恒定律可知，导体棒因与轨道摩擦产生的热量

$$Q=mgr-3Q$$

导体棒因摩擦产生的热量等于导体棒克服摩擦力所做的功

$$W=\mu mgx=Q$$

解得粗糙轨道 DE 、HI 段的位移大小为

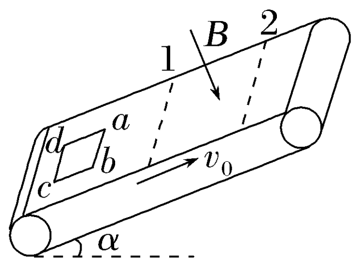
$$x=\frac{mgr-3Q}{\mu mg}$$

大题典例　动量观点在电磁感应中的应用

例 1 (23－24 高三下·四川成都·开学考试)如图所示，足够长的运输带沿倾角 $\alpha=30^\circ$ 的方向固定，且运输带以 v_0 的速度向上匀速传动，虚线 1、2 间存在垂直运输带向下的匀强磁场，磁感应强度大小为 B，质量为 m、电阻值为 R、边长为 d_0 的正方形导线框随运输带共同向上运动，经过一段时间 ab 边越过虚线 1，且导线框相对运输带发生运动，当 ab 边刚好到达虚

[信息] 导线框完全进入磁场后，导线框中无感应电流，运输带带动导线框加速运动

线 2 瞬间导线框的速度恢复到 v_0，已知虚线间的距离为 L，且 $L>2d_0$，导线框与运输带之间的动摩擦因数为 $\mu=\frac{\sqrt{3}}{2}$，重力加速度为 g，整个过程导线框的 ab 边始终与两虚线平行。求：



(1)ab 边刚越过虚线 1 瞬间的加速度大小以及方向；
(2) 导线框的 ab 边由虚线 1 运动到虚线 2 的时间；
(3) 导线框的 ab 边由虚线 1 运动到虚线 2 的过程中，因摩擦而产生的热量与焦耳热的比值。

【答案】 (1)$\frac{B^2d_0^2v_0}{Rm}-\frac{g}{4}$　方向沿运输带向下　(2)$\frac{4B^2d_0^3}{mgR}$　(3)$\frac{12B^2d_0^3v_0-3mgRL}{mgRL}$

【解析】 (1) 根据安培力公式有 $F_安=BId_0$①

根据闭合电路欧姆定律有 $I=\frac{E}{R}$

根据法拉第电磁感应定律有 $E=Bd_0v_0$②

由于导线框的 ab 边越过虚线 1 后，导线框相对运输带发生运动，又由楞次定律以及左手定则可知，ab 边所受的安培力沿运输带向下

[关键点] 结合题意分析出导线框刚越过虚线1瞬间安培力的方向沿运输带向下

则由牛顿第二定律得 $mg\sin\alpha+F_安-\mu mg\cos\alpha=ma$ ③

解得 $a=\frac{B^2d_0^2v_0}{Rm}-\frac{g}{4}$，方向沿运输带向下。④

(2) 设导线框的 ab 边由虚线 1 运动到虚线 2 的时间为 t，导线框刚进入磁场到导线框的 cd 边运动至虚线 1 的时间为 t′。

则该过程由动量定理得

$mg\sin\alpha t+F_安t'-\mu mg\cos\alpha t=0$⑤

[易错] 注意冲量的方向性，并且 $F_安$ 作用时间与重力、摩擦力作用时间不等

又 $F_安=BId_0$、$I=\frac{E}{R}$

根据法拉第电磁感应定律得 $E=Bd_0v$⑥

由运动学公式有 $d_0=vt'$⑦

解得 $t=\frac{4B^2d_0^3}{mgR}$。⑧

(3) 导线框刚进入磁场至导线框刚要出磁场的过程，由动能定理得

$\mu mg\cos\alpha L-mg\sin\alpha L+W_安=0$⑨

又由功能关系得该过程中产生的焦耳热为 $Q_1=-W_安$

该过程因摩擦而产生的热量为 $Q_2=\mu mg\cos\alpha(v_0t-L)$　⑩

[易错]注意此处应代入导线框相对运输带移动的距离

解得 $\frac{Q_2}{Q_1}={}^{3}_{0}\frac{12B^2dv_0-3mgRL}{mgRL}$。

解法指导

1. 在导体单杆切割磁感线做变加速运动时，若运用牛顿运动定律和能量观点不能解决问题，可运用动量定理巧妙解决问题

<table>
<tr><td>求解的物理量</td><td>应用示例</td></tr>
<tr><td>电荷量或速度</td><td>$-B\bar{I}L\Delta t=mv_2-mv_1$，$q=\bar{I}\Delta t$，即 $-BqL=mv_2-mv_1$</td></tr>
<tr><td>位移</td><td>$-\frac{B^2L^2v\Delta t}{R_{总}}=0-mv_0$，
即 $-\frac{B^2L^2x}{R_{总}}=0-mv_0$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">时间</td><td>$-B\bar{I}L\Delta t+F_{其他}\Delta t=mv_2-mv_1$，
即 $-BLq+F_{其他}\Delta t=mv_2-mv_1$，
已知电荷量 q、$F_{其他}$（$F_{其他}$为恒力）</td></tr>
<tr><td>$-\frac{B^2L^2v\Delta t}{R_{总}}+F_{其他}\Delta t=mv_2-mv_1$，
即 $-\frac{B^2L^2x}{R_{总}}+F_{其他}\Delta t=mv_2-mv_1$，
已知位移 x、$F_{其他}$（$F_{其他}$为恒力）</td></tr>
</table>

2. 动量守恒定律在电磁感应中的应用

<table>
<tr><td rowspan="2">物理模型</td><td colspan="2">“一动一静”：甲杆静止不动，乙杆运动，其实质是单杆问题，不过要注意问题包含着一个条件--甲杆静止，受力平衡</td></tr>
<tr><td colspan="2">两杆都在运动，对于这种情况，要注意两杆切割磁感线产生的感应电动势是相加还是相减；系统动量是否守恒</td></tr>
<tr><td rowspan="3">分析方法</td><td>动力学观点</td><td>通常情况下一个金属杆做加速度逐渐减小的加速运动，而另一个金属杆做加速度逐渐减小的减速运动，最终两金属杆以共同的速度匀速运动</td></tr>
<tr><td>能量观点</td><td>两杆系统机械能减少量等于回路中产生的焦耳热之和</td></tr>
<tr><td>动量观点</td><td>对于两金属杆在平直的光滑导轨上运动的情况，如果两金属杆所受的外力之和为零，则考虑应用动量守恒定律处理问题</td></tr>
</table>

变式训练

题目 1 (2024湖南长沙·一模)如图，质量为 m、电阻为 R_1 的均匀金属棒ab垂直架在水平面甲内间距为3L的两光滑金属导轨的右边缘处。下方的导轨由光滑圆弧导轨与处于水平面乙的光滑水平导轨平滑连接而成(即图中半径OM′和O′P竖直)，圆弧导轨半径为R、对应圆心角为60°、间距为3L，水平导轨间距分别为3L和L。质量也为 m、电阻为 R_2 的均匀金属棒cd垂直架在间距为L的导轨左端。导轨MM′与PP′，NN′与QQ′均足够长，所有导轨的电阻都不计。电源电动势为E、内阻不计。所有导轨的水平部分均有竖直方向

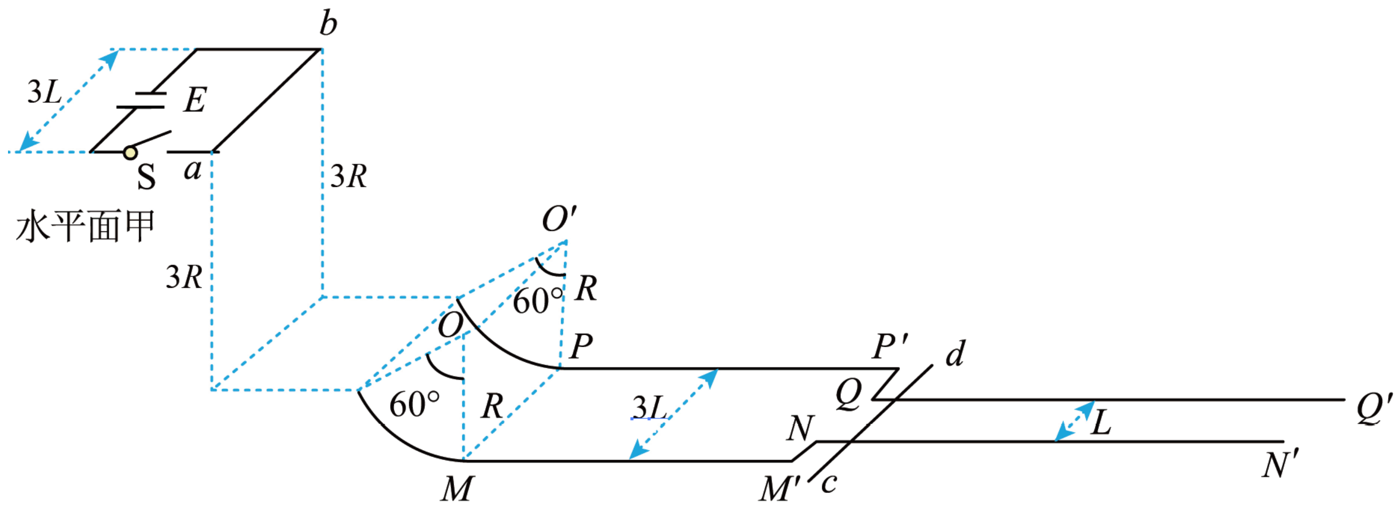
的、磁感应强度为B 的匀强磁场，圆弧部分和其他部分无磁场。闭合开关S，金属棒ab迅即获得水平向右的速度（未知，记为v_0）做平抛运动，并在高度降低3R 时恰好沿圆弧轨道上端的切线方向落在圆弧轨道上端，接着沿圆弧轨道下滑。已知重力加速度为g，求：

(1) 空间匀强磁场的方向；

(2) 棒ab做平抛运动的初速度v_0；

(3) 通过电源E 某截面的电荷量q；

(4) 从金属棒ab刚落到圆弧轨道上端起至棒ab开始匀速运动止，这一过程中棒ab和棒cd组成的系统损失的机械能 ΔE。



水平面乙

【答案】(1) 竖直向上；(2)$\sqrt{2gR}$；(3)$\frac{m\sqrt{2gR}}{3BL}$；(4)$\frac{81}{20}mgR$

【详解】(1) 闭合开关 S，金属棒 ab 即获得水平向右的速度，表明金属棒受到水平向右的冲量，所以安培力水平向右，因为金属棒ab 中的电流方向为由 a 指向 b，根据左手定则，空间匀强磁场的方向为竖直向上。

(2) 金属棒 ab 做平抛运动，其竖直方向有

$$3R=\frac{1}{2}gt^2$$

$$v_y=gt$$

由于导体棒在高度降低 3R 时恰好沿圆弧轨道上端的切线方向落在圆弧轨道上端，有

$$\tan 60^\circ=\frac{v_y}{v_0}$$

解得

$$v_0=\sqrt{2gR}$$

(3) 金属棒 ab 弹出瞬间，规定向右为正方向，由动量定理

$$BI\times 3L\,\Delta t=mv_0-0$$

又因为

$$I=\frac{q}{\Delta t}$$

整理有

$$3BqL=mv_0$$

解得

$$q=\frac{m\sqrt{2gR}}{3BL}$$

(4) 金属棒 ab 滑至水平轨道时，有

$$mg\left[3R+R\left(1-\cos 60^\circ\right)\right]=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$$

解得

$$v=3\sqrt{gR}$$

最终匀速运动,电路中无电流,所以棒ab和cd产生的感应电动势大小相等,即

$$B\times 3Lv_{ab}=BLv_{cd}$$

此过程中,对棒ab由动量定理有

$$-B\bar{I}\times 3L\Delta t=mv_{ab}-mv$$

对棒cd,由动量定理有

$$B\bar{I}L\Delta t=mv_{cd}-0$$

联立解得

$$v_{ab}=\frac{3}{10}\sqrt{gR},\ v_{cd}=\frac{9}{10}\sqrt{gR}$$

由能量守恒,该过程中机械能的损失量为

$$\Delta E=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_{ab}^2-\frac{1}{2}mv_{cd}^2$$

解得

$$\Delta E=\frac{81}{20}mgR$$

必刷大题

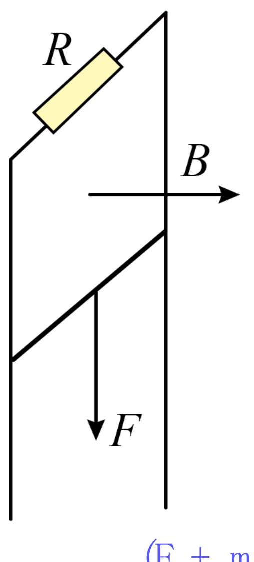
刷模拟

题目 1 (2024陕西商洛 模拟预测)如图所示,间距为L的光滑导轨竖直固定在绝缘地面上,导轨顶端连接定值电阻R,质量为m、电阻忽略不计的金属杆垂直接触导轨,磁感应强度大小为B的匀强磁场与导轨所在的竖直面垂直。使金属杆从静止开始下落,同时受到竖直向下的恒定拉力F的作用,当下落高度为h时速度达到稳定。重力加速度大小为g,金属杆在运动的过程中始终与垂直导轨垂直且接触良好,金属棒有足够大的下落空间,导轨电阻不计,求:

(1)金属杆稳定时的速度大小;

(2)金属杆从开始运动到速度稳定的过程中电阻R上产生的热量;

(3)金属杆从开始运动到速度稳定的过程所需的时间。



【答案】(1)$\frac{(F+mg)R}{B^2L^2}$;(2)$(F+mg)h-\frac{m(F+mg)^2R^2}{2B^4L^4}$;(3)$\frac{mR}{B^2L^2}+\frac{B^2L^2h}{(F+mg)R}$

【详解】

(1)金属杆从静止开始下落,设稳定时的速度为v_m,则有

$$E=BLv_m,\ I=\frac{E}{R},\ F_{安}=BIL$$

竖直方向由受力平衡可得

$$F_{安}=F+mg$$

联立解得

$$v_m=\frac{(F+mg)R}{B^2L^2}$$

(2) 金属杆从开始下落直到稳定时下落的高度为 h，根据功能关系可得 R 产生的热量为

$$Q=(F+mg)h-\frac{1}{2}mv_m^2$$

解得

$$Q=(F+mg)h-\frac{m(F+mg)^2R^2}{2B^4L^4}$$

(3) 金属杆从开始运动到速度稳定的过程，根据动量定理可得

$$(F+mg)t-B\bar{I}Lt=mv_m$$

又

$$q=\bar{I}t=\frac{\Delta\Phi}{R}=\frac{BLh}{R}$$

联立解得

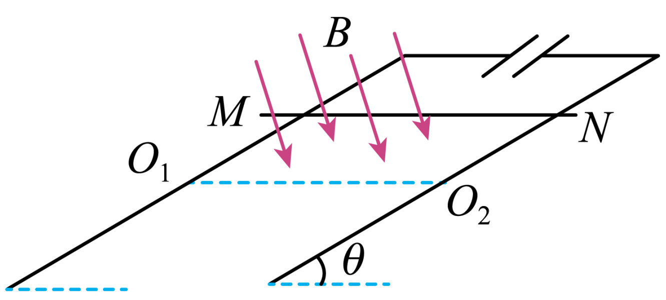
$$t=\frac{mR}{B^2L^2}+\frac{B^2L^2h}{(F+mg)R}$$

题目 2 (2024 福建厦门二模) 如图甲所示，两条足够长的平行导轨所在平面与水平地面的夹角为 θ，间距为 d。导轨上端与电容为 C 的电容器相连，虚线 O_1O_2 垂直于导轨，O_1O_2 上方存在垂直导轨平面向下的匀强磁场，此部分导轨由不计电阻的光滑金属材料制成，O_1O_2 下方的导轨由粗糙的绝缘材料制成。t=0 时刻，一质量为 m、电阻不计的金属棒 MN 由静止释放，运动过程中 MN 始终与导轨垂直且接触良好，其速度 v 随时间 t 的变化关系如图乙所示，其中 v_0 和 t_0 为已知量，重力加速度为 g，电容器未被击穿。求：

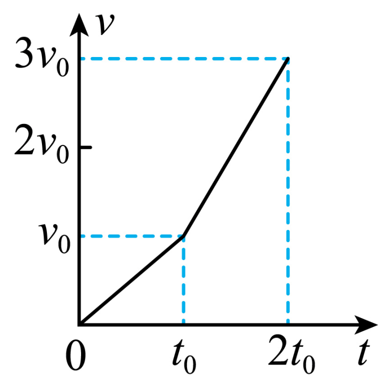
(1) t=0 到 $t=t_0$，磁场对金属棒 MN 的冲量大小；

(2) t=0 到 $t=2t_0$，金属棒 MN 损失的机械能；

(3) 匀强磁场的磁感应强度大小。



甲



乙

【答案】(1) $mg\sin\theta\, t_0-mv_0$；(2) $\frac{5}{2}mgv_0t_0\sin\theta-\frac{9}{2}mv_0^2$；(3) $\frac{1}{d}\sqrt{\frac{mgt_0\sin\theta}{Cv_0}-\frac{m}{C}}$

【详解】

(1) 根据动量定理有

$$mg\sin\theta\, t_0-I_{安}=mv_0$$

解得

$$I_{安}=mg\sin\theta\, t_0-mv_0$$

(2) 根据图乙可得金属棒在 t=0 到 $t=2t_0$ 时间内的位移为

$$x=\frac{v_0}{2}t_0+\frac{v_0+3v_0}{2}t_0=\frac{5v_0}{2}t_0$$

根据能量守恒有

$$mgx\sin\theta=\frac{1}{2}m(3v_0)^2+\Delta E_{损}$$

解得

$$\Delta E_{损}=\frac{5}{2}mgv_0t_0\sin\theta-\frac{9}{2}mv_0^2$$

(3)根据图乙可知，在 $0\sim t_0$ 时间内金属棒做匀加速直线运动，则可知其加速度恒定，所受合外力恒定，即此时间段内电流恒定，而电容器两端电压的变化量等于金属棒切割磁感线产生的感应电动势的变化量，则有

$$Bdv_0=\frac{\Delta q}{C}$$

可得

$$\Delta q=CBdv_0$$

而

$$\Delta q=It_0$$

对该过程由动量定理有

$$mg\sin\theta t_0-BdIt_0=mv_0$$

联立解得

$$B=\frac{1}{d}\sqrt{\frac{mg\sin\theta t_0}{Cv_0}-\frac{m}{C}}$$

题目3 (2024 河北·模拟预测)如图1所示，间距 $L=1m$ 的足够长倾斜导轨倾角 $\theta=37°$，导轨顶端连一电阻 $R=1\Omega$。左侧存在一面积 $S=0.6m^2$ 的圆形磁场区域 B，磁场方向垂直于斜面向下，大小随时间变化如图2所示，右侧存在着方向垂直于斜面向下的恒定磁场 $B_1=1T$，一长为 $L=1m$，电阻 $r=1\Omega$ 的金属棒 ab 与导轨垂直放置，$t=0$ 至 $t=1s$，金属棒 ab 恰好能静止在右侧的导轨上，之后金属棒 ab 开始沿导轨下滑，经过一段时间后匀速下滑，已知导轨光滑，取 $g=10m/s^2$，不计导轨电阻与其他阻力，$\sin37°=0.6$，$\cos37°=0.8$。求：

(1)$t=0$ 至 $t=1s$ 内流过电阻的电流和金属棒ab 的质量；

(2)金属棒 ab 匀速时的速度大小。

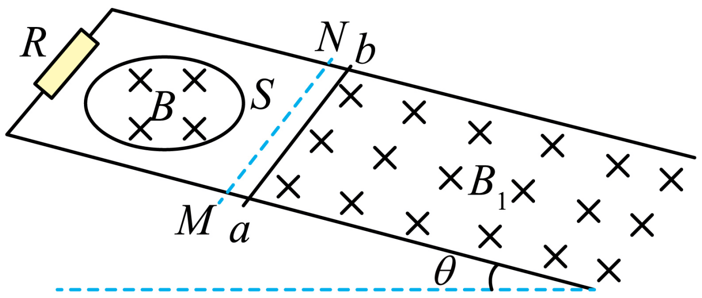


图1

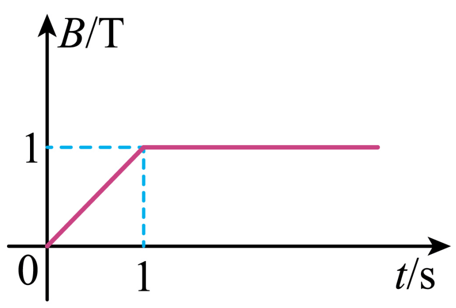


图2

【答案】(1)0.3A，0.05kg；(2)0.6m/s

【详解】(1)根据法拉第电磁感应定律可得 $t=0$ 至 $t=1s$ 内回路中的感应电动势为

$$E=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=S\frac{\Delta B}{\Delta t}=0.6V$$

根据闭合电路欧姆定律可得 $t=0$ 至 $t=1s$ 内流过电阻的电流为

$$I=\frac{E}{R+r}=0.3A$$

设金属棒 ab 的质量为 m，这段时间内金属棒 ab 受力平衡，即

$$mg\sin\theta=B_1IL$$

解得

$$m=0.05kg$$

(2)设金属棒 ab 匀速时的速度大小 v，此时回路中的感应电动势为

$$E_1=B_1Lv$$

回路中的电流为

$$I_1=\frac{E_1}{R+r}$$

导体棒ab所受安培力大小为

$$F = B_1 I_1 L$$

根据平衡条件可得

$$F = mg\sin\theta$$

解得

$$v = 0.6\,\text{m/s}$$

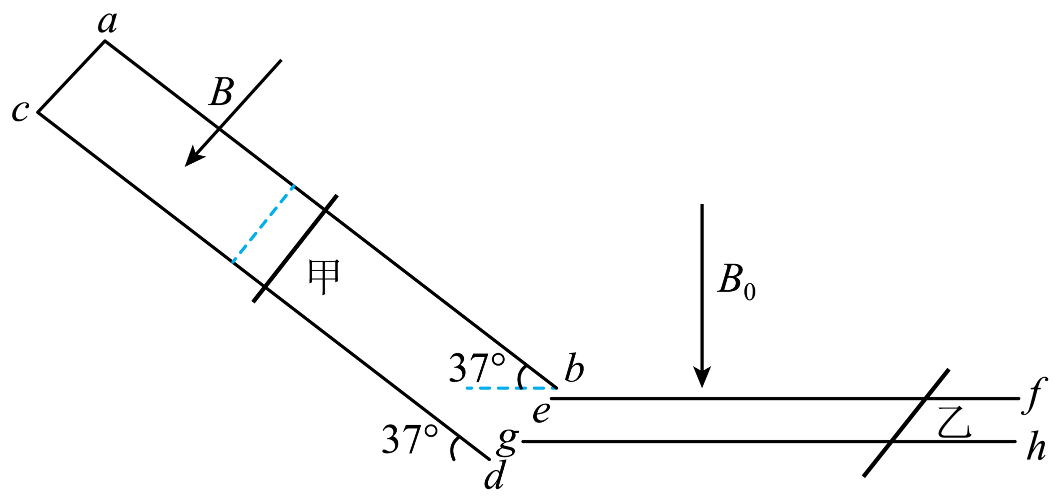
题目 4 (23－24高三下·河北沧州·阶段练习) 如图所示，间距为L的光滑平行等长金属导轨ab、cd固定在倾角为37°的绝缘斜面上，ef、gh为固定在绝缘水平面上的平行粗糙金属导轨，间距也为L，导轨ab、cd在最低点用绝缘光滑材料与导轨ef、gh平滑连接，a、c两点用导线连接，与倾斜导轨垂直的虚线与a、c两点间的距离为5L，其左侧存在方向竖直向下的匀强磁场(范围足够大)，磁感应强度大小B随时间变化的关系式$B=kt$(k为已知的常数且为正值)。水平导轨内存在磁感应强度大小为B_0、方向竖直向下的匀强磁场(范围足够大)，质量为2m的导体棒乙垂直于水平导轨静止放置。现让质量为m的导体棒甲在虚线的右下方垂直倾斜导轨由静止释放，沿导轨下滑距离为5L到达倾斜导轨的最低点，然后滑上水平导轨，导体棒甲在水平导轨上滑行一段距离d停在乙的左侧。已知甲刚滑上水平导轨时，乙受到的静摩擦力恰好达到最大值，导体棒甲接入电路的阻值为R，其他电阻均忽略不计，重力加速度为g，最大静摩擦力等于滑动摩擦力，导体棒甲、乙与水平导轨之间的动摩擦因数相等，$\sin37°=0.6$，$\cos37°=0.8$。求：

(1) 导体棒甲到达倾斜轨道的最低点时的速度大小；

(2) 导体棒乙与水平导轨间的动摩擦因数；

(3) 导体棒甲在水平导轨上滑行的时间；

(4) 导体棒甲由静止释放到停止运动产生的焦耳热。



【答案】(1)$\sqrt{6gL}$；(2)$\dfrac{B_0^2L^2\sqrt{6gL}}{2mgR}$；(3)$\dfrac{2mR}{B_0^2L^2}-\dfrac{d\sqrt{6gL}}{3gL}$；(4)$\dfrac{80k^2L^4\sqrt{6gL}}{3gR}+3mgL-\dfrac{B_0^2L^2d\sqrt{6gL}}{2R}$

【详解】

(1) 导体棒甲在下滑的过程中做匀加速直线运动，则有

$$2a\times5L=v_0^2$$

对甲受力分析，由牛顿第二定律可得

$$mg\sin37°=ma$$

解得

$$a=\frac{3}{5}g,\ v_0=\sqrt{6gL}$$

(2) 当导体棒甲刚滑上水平导轨时，由法拉第电磁感应定律可得

$$E_0=B_0Lv_0$$

由欧姆定律可得

$$I_0=\frac{E_0}{R}$$

导体棒乙受到的安培力

$$F_{安}=B_0I_0L$$

对乙受力分析，由力的平衡可得

$$F_{安}=\mu 2mg$$

解得

$$\mu=\frac{B_0^2L^2\sqrt{6gL}}{2mgR}$$

(3) 导体棒甲在水平导轨上滑行，由动量定理可得

$$-\mu mgt-B_0ILt=0-mv_0$$

由欧姆定律可得

$$I=\frac{E}{R}$$

由法拉第电磁感应定律可得

$$E=\frac{\Delta\Phi}{t}$$

由题意可得

$$\Delta\Phi=B_0Ld$$

解得

$$t=\frac{2mR}{B_0^2L^2}-\frac{d\sqrt{6gL}}{3gL}$$

(4) 导体棒甲在下滑的过程中，由法拉第电磁感应定律可得

$$E=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{\Delta B}{\Delta t}S$$

由题意可得

$$S=5L^2\cos37^\circ$$

$$\frac{\Delta B}{\Delta t}=k$$

导体棒甲下滑的时间

$$t_0=\frac{v_0}{a}$$

生成的焦耳热

$$Q_1=\frac{E^2}{R}t_0$$

甲在水平导轨上滑动，由能量守恒定律可得生成的焦耳热

$$Q_2=\frac{1}{2}mv_0^2-\mu mgd$$

甲由静止释放到停止运动产生的焦耳热

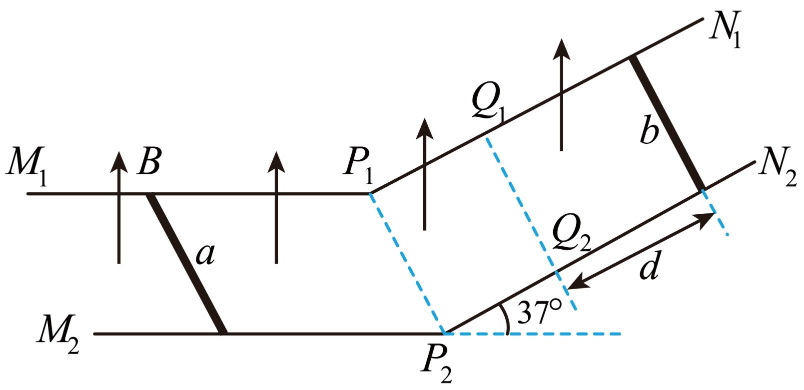
$$Q=Q_1+Q_2$$

解得

$$Q=\frac{80k^2L^4\sqrt{6gL}}{3gR}+3mgL-\frac{B_0^2L^2d\sqrt{6gL}}{2R}$$

题目 5 (2024·江西·一模) 如图所示，间距为 L 的平行金属导轨 $M_1P_1N_1$ 和 $M_2P_2N_2$ 分别固定在两个竖直面内，倾斜导轨与水平方向的夹角为 37° $\sin37^\circ=\frac{3}{5}$，整个空间内存在着竖直向上的匀强磁场，磁感应强度大小为 B。长为 L、质量为 m、电阻为 R 的导体杆 a 静止放置在水平导轨上，现将与导体杆 a 完全相同的导体杆 b 从斜面上 N_1N_2 处由静止释放，运动到虚线 Q_1Q_2 处有最大速度，运动的距离为 d，导体杆 a 恰好未滑动，此过程中导体杆 b 克服摩擦力做的功为 W，两导体杆与导轨始终接触良好，导轨电阻不计，最大静摩擦力等于滑动摩擦力，重力加速度为 g。求在此过程中：

(1) 通过导体杆a 的电荷量；
(2) 导体棒与导轨间的动摩擦因数；
(3) 电路中产生的焦耳热。



【答案】(1) $\frac{2BLd}{5R}$；(2) $\frac{1}{3}$；(3) $\frac{3}{5}mgd-\frac{25m^3g^2R^2}{72B^4L^4}-W$

【详解】(1) 根据题意可知，在导体杆b 由静止释放到导体杆b运动到 Q_1Q_2 处的过程中

$$E=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{BLd\cos\theta}{\Delta t}$$

根据闭合电路的欧姆定律有

$$I=\frac{E}{2R}$$

根据电流的定义式

$$q=I\Delta t$$

联立可得

$$q=\frac{2BLd}{5R}$$

(2) 当导体杆速度最大时，对导体杆a 受力分析有

$$F_A=\mu mg$$

对导体杆b受力分析，沿斜面方向

$$mg\sin\theta=F_A\cos\theta+f$$

垂直斜面方向有

$$mg\cos\theta+F_A\sin\theta=F_N$$

由摩擦力的大小

$$f=\mu F_N$$

联立可得

$$\mu=\frac{1}{3}$$

(3) 当导体杆b速度最大时，可知

$$F_A=\mu mg=\frac{mg}{3}$$

电动势

$$E=BLv\cos\theta$$

电流大小

$$I=\frac{E}{2R}$$

导体杆b受到的安培力

$$F_A=BIL$$

联立可得

$$v=\frac{5mgR}{6B^2L^2}$$

根据动能定理可得

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgd\sin\theta - W + W_{安}$$

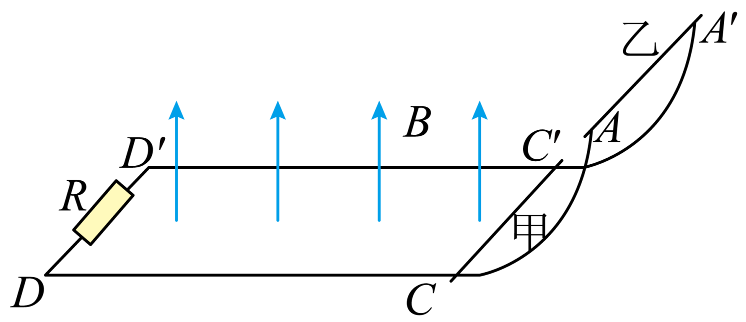
联立可得

$$Q_{总} = -W_{安} = \frac{3}{5}mgd - \frac{25m^3g^2R^2}{72B^4L^4} - W$$

题目 6 (23－24高三下·四川成都·开学考试)如图所示，两间距为d的平行光滑导轨由固定在同一水平面上的导轨CD－C'D'和竖直平面内半径为r的$\frac{1}{4}$圆弧导轨AC－A'C'组成，水平导轨与圆弧导轨相切，左端接一阻值为R的电阻，不计导轨电阻；水平导轨处于磁感应强度大小为B、方向竖直向上的匀强磁场中，其他地方无磁场。导体棒甲静止于CC'处，导体棒乙从AA'处由静止释放，沿圆弧导轨运动，与导体棒甲相碰后粘合在一起，向左滑行一段距离后停下。已知两棒质量均为m，电阻均为R，始终与导轨垂直且接触良好，重力加速度大小为g，求：

(1)两棒粘合前瞬间棒乙对每个圆弧导轨底端的压力大小N；

(2)两棒在磁场中运动的过程中，左端接入电阻R产生的焦耳热Q；



【答案】(1)$N = \frac{3}{2}mg$；(2)$Q = \frac{1}{3}mgr$

【详解】(1)设两棒粘合前瞬间棒乙的速度大小为v_1，对棒乙沿圆弧导轨运动的过程，根据机械能守恒定律有

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgr$$

解得

$$v_1 = \sqrt{2gr}$$

两棒粘合前瞬间，棒乙受到的支持力N与重力mg的合力提供向心力，有

$$2N - mg = \frac{mv_1^2}{r}$$

解得

$$N = \frac{3}{2}mg$$

根据牛顿第三定律可知，棒乙对每个圆弧导轨底端的压力大小为

$$N = \frac{3}{2}mg$$

(2)设两棒相碰并粘合在一起后瞬间的速度大小为v_2，根据动量守恒定律有

$$mv_1 = 2mv_2$$

求得

$$v_2 = \sqrt{\frac{gr}{2}}$$

根据能最守恒定律有

$$Q_{总} = \frac{1}{2}\times 2mv_2^2 = \frac{1}{2}mgr$$

导体棒的总电阻为

$$R_1 = \frac{R}{2}$$