机密★启用前

阜阳一中2025届高三上学期期末质量检测

数学试题

时间：120分钟　满分：150分

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上．

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效．

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

第I卷（选择题）

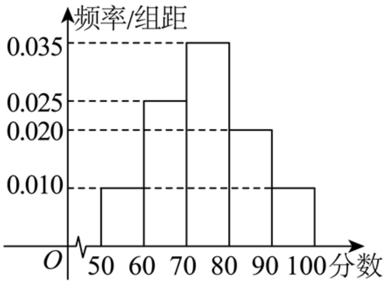
一、单选题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合$A=\left\{x\middle|\ x^2\leq 4\right\},B=\left\{x\in\mathbf{Z}\middle|\ x>-1\right\}$，则$A\cap B=$（　　）

A. $\{0,1,2\}$　　B. $\{1,2\}$

C. $\{-1,0,1,2\}$　　D. $\{x|-1<x\leq 2\}$

2. 某校为了宣传青少年身心健康的重要性，随机抽查了高一、高二、高三的100名同学进行了跑步测试，按照最终测试成绩的分数进行分组，得到如图所示的频率分布直方图，估计该100名同学测试得分的上四分位数为（　　）



A. 82.5　　B. 81　　C. 80　　D. 79.5

3. 已知向量$\vec{a}$在向量$\vec{b}$上的投影向量为$\frac{3}{2}\vec{b}$，$\left|\vec{b}\right|=4$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}=$（　　）

A. 6　　B. 12　　C. 24　　D. 9

4. 某市政府为了减少水资源的浪费，计划对居民生活用水费用实施阶梯式水价，即确定一户居民月均用水

量标准a，用水量不超过a的部分按平价收费，超出a的部分按议价收费.通过抽样获得了100户居民的月均用水数据（单位：t），制成如下频率分布表.

分组	$[1.2,4.2$	$[4.2,7.2$	$[7.2,10.2$	$[10.2,13.2$	$[13.2,16.2$	$[16.2,19.2$	$[19.2,22.2$	$[22.2,25.2$	$[25.2,28.2$
频率	0.23	0.32	0.13	0.09	0.09	0.05	0.03	0.04	0.02

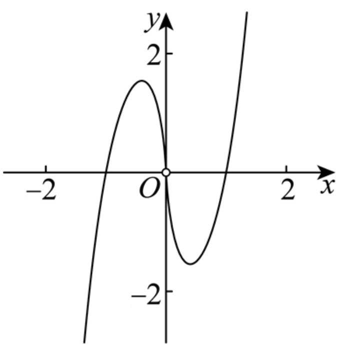
如果以居民月均用水量不超过a的占80%，大于a的占20%为标准，根据频率分布表估计，下列最接近a的数是（　）

A. 15　　B. 14　　C. 13　　D. 12

5. 已知圆锥与圆柱的底面半径相等，侧面积也相等，设圆锥的体积为V_1，圆柱的体积为V_2，则$\frac{V_1}{V_2}$的取值范围是（　）

A. $\left(0,\frac{1}{3}\right)$　　B. $\left(0,\frac{2}{3}\right)$　　C. $(0,1)$　　D. $\left(1,\frac{3}{2}\right)$

6. 已知函数$f\left(x\right)$的部分图象如图所示，则函数$f\left(x\right)$的解析式可能是（　　）



A. $f\left(x\right)=\left(4^x-4^{-x}\right)|x|$　　B. $f\left(x\right)=\frac{4^x-4^{-x}}{|x|}$

C. $f\left(x\right)=\left(4^x-4^{-x}\right)\log_2|x|$　　D. $f\left(x\right)=\left(4^x+4^{-x}\right)\log_2|x|$

7. 若函数$f\left(x\right)$的定义域内存在x_1，x_2（$x_1\neq x_2$），使得$\frac{f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)}{2}=1$成立，则称$f\left(x\right)$为“完整函数”．已知$f\left(x\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)-\frac{1}{2}\cos\left(\omega x+\frac{5\pi}{6}\right)$（$\omega>0$）是$\left[\frac{3\pi}{2},\frac{5\pi}{2}\right]$上的“完整函数”，则$\omega$的

取值范围为（　　）

A. $\left[\frac{13}{5},3\right]\cup\left[\frac{17}{5},4\right)$　　B. $\left[\frac{13}{5},3\right]\cup\left[\frac{17}{5},+\infty\right)$

C. $\left[\frac{13}{5},+\infty\right)$　　D. $\left[\frac{13}{5},3\right]\cup\left[4,+\infty\right)$

8. 已知函数 $f(x),g(x)$ 的定义域均是 $\mathbf{R}, f(x)$ 满足 $f(4+x)+f(-x)=0, g(0)=g(2)=1$，$g(x+y)+g(x-y)=g(x)f(y)$，则下列结论中正确的是（　　）

A. $f(x)$ 为奇函数　　B. $g(x)$ 为偶函数

C. $g(-1-x)=g(-1+x)$　　D. $g(1-x)=g(1+x)$

二、多选题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 已知复数 $z_1=1-2\mathrm{i}, z_2=3+\mathrm{i}$，则（　　）

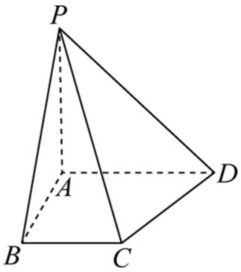
A. $z_1<z_2$

B. $\left|z_1+z_2\right|=\sqrt{17}$

C. $\overline{z_1}\bullet z_2=5-5\mathrm{i}$

D. $\frac{z_1}{z_2}$ 在复平面内对应的点位于第四象限

10. 如图，已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是直角梯形，$AD/\!/BC, AD=4, \angle ABC=90^{\circ}, PA\perp$ 平面 $ABCD, PA=AB=BC=2$，下列说法正确的是（　　）



A. PB 与 CD 所成的角是 60°

B. 平面 PCD 与平面 PBA 所成的锐二面角余弦值是 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

C. 三棱锥 $P-ACD$ 的体积是 $\frac{8}{3}$

D. PB 与平面 PCD 所成的角的正弦值是 $\frac{\sqrt{3}}{6}$

11. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左、右焦点分别为 F_1，F_2，且 $\left|F_1F_2\right| = 2c$，过点 F_2 且斜率为 $-\frac{b}{a}$ 的直线 l 交 C 于点 P，交 C 的一条渐近线于点 Q，则（　　）

A. 若以 F_1F_2 为直径的圆经过点 Q，则 C 的离心率为 2

B. 若以 F_1F_2 为直径的圆经过点 P，则 C 的离心率为 $2\sqrt{2}$

C. 若 $\overrightarrow{QF_2}=2\overrightarrow{QP}$，则 C 的渐近线方程为 $y=\pm x$

D. 若点 P 不在圆 $E:\left(x-c\right)^2+y^2=\frac{a^2}{4}$ 外，则 C 的渐近线的斜率的绝对值不大于 1

第 II 卷（非选择题）

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 二项式 $\left(2x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5$ 的展开式中，x^2 项的系数为______.

13. 已知函数 $f(x)=(x+1)\mathrm{e}^x$，过点 $M(1,t)$ 可作 2 条与曲线 $y=f(x)$ 相切的直线，则实数 t 的取值范围是______.

14. P 为抛物线 $C:y^2=4x$ 上一动点，过 P 作圆 $M:\left(x-2\right)^2+y^2=4$ 的一条切线，A 为切点，点 $B\left(5,5\right)$，则 $\left|PA\right|+\left|PB\right|$ 的最小值为__________.

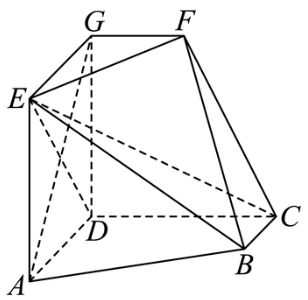
四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

15. 已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin x+2\cos^2\frac{x}{2}$. 在 $\vee ABC$ 中，$f(A)=f(B)$，且 $a\neq b$.

（1）求 $\angle C$ 的大小；

（2）若 $c=5$，且 $\vee ABC$ 的面积为 $2\sqrt{3}$，求 $\vee ABC$ 的周长.

16. 如图，在多面体 $ABCDGEF$ 中，四边形 $ABCD$ 为直角梯形，且满足 $AD\perp CD, EG\ //\ AD, EG=AD=DC=DG=2BC=2, CD\ //\ FG, DG\perp$ 平面 $ABCD$.



（1）证明：$AG \perp$ 平面 CDE；

（2）在线段 BE 上是否存在一点 P，使得直线 DP 与平面 ABE 所成角的正弦值为 $\dfrac{8\sqrt{85}}{85}$？若存在，求出 P 点的位置；若不存在，说明理由.

17. 已知函数 $f\left(x\right)=\left(x-a\right)^2\mathrm{e}^x$.

（1）当 $a=0$ 时，求 $f\left(x\right)$ 的图象在点 $\left(1,f\left(1\right)\right)$ 处的切线方程；

（2）讨论 $f\left(x\right)$ 的单调性，并求当 $f\left(x\right)$ 的极大值等于 4 时，实数 a 的值.

18. 某学校高二年级乒乓球社团举办了一次乒乓球比赛，进入决赛的 9 名选手来自于 3 个不同的班级，三个班级的选手人数分别是 2，3，4，本次决赛的比赛赛制采取单循环方式，即每名选手进行 8 场比赛，每场比赛采取 5 局 3 胜制，先赢得三场的人为获胜者，比赛结束，根据积分选出最后的冠军．如果最终积分相同，则同分选手加赛决出排名，积分规则如下：比赛中以 $3:0$ 或 $3:1$ 取胜的选手积 3 分，失败的选手积 0 分；而在比赛中以 $3:2$ 取胜的选手积 2 分，失败的选手积 1 分．已知第 6 场是甲、乙之间的比赛，设每局比赛甲取胜的概率为 $p\left(0<p<1\right)$.

（1）若进入决赛的9 名选手获得冠亚军的概率相等，则比赛结束后冠亚军恰好来自同一个班级的概率是多少？

（2）在第 6 场比赛中，当 $p=\dfrac{2}{3}$ 时，设甲所得积分为 X，求 X 的分布列及期望

（3）在第 6 场比赛中，记甲 $3:1$ 取胜的概率为 $f\left(p\right)$，求 $f\left(p\right)$ 的最大值.

19. 已知 $P\left(2,1\right)$ 为椭圆 $\Gamma:\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1$ 上一点，对于 Γ 上任意两点 A，B，我们定义 A,B 关于 P 的生成点的形成过程：过 P 作平行于 AB 的直线交 Γ 于异于 P 的一个点（若 A 与 B 重合，则 AB 为 Γ 在 A 处的切线；若 AB 与 P 处切线平行，则交点为 P），记为 $\left[A,B\right]_P$，且对 $\forall n\in\mathbf{N}^*$，记 $\left(n+1\right)A=\left[nA,A\right]_P$，称

$\{2A\cdots nA\cdots\}$为A关于P的生成点列.

（1）已知$A\left(2\sqrt{2},0\right)$，$B\left(0,-\sqrt{2}\right)$，直接写出$\left[A,B\right]_P$和$3A$的坐标；

（2）若$A,B,C\in\Gamma$，且A,B,C均在第一象限，证明：$\left[\left[A,B\right]_P,C\right]_P=\left[A,\left[B,C\right]_P\right]_P$；

（3）已知Q为Γ上异于P的一点，且Q在第一象限内，若Q关于P的生成点列中至少有一点是P，求出所有满足题意的点Q的坐标.

参考答案

一、单选题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合$A=\left\{x|\ x^2\le 4\right\},B=\left\{x\in\mathbf{Z}|\ x>-1\right\}$，则$A\cap B=$（　　）

A. $\{0,1,2\}$　　B. $\{1,2\}$

C. $\{-1,0,1,2\}$　　D. $\{x|-1<x\le 2\}$

【答案】A

【解析】

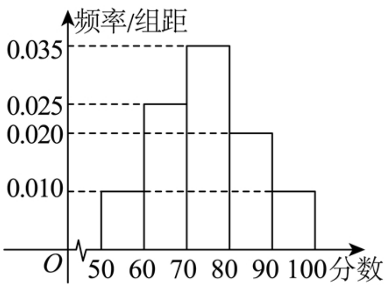
【分析】根据集合的交运算的定义即可求解.

【详解】$A=\left\{x|\ x^2\le 4\right\}=\left\{x|-2\le x\le 2\right\},B=\left\{x\in\mathbf{Z}|\ x>-1\right\}=\left\{0,1,2,\cdots\right\}$，

故$A\cap B=\{0,1,2\}$，

故选：A

2. 某校为了宣传青少年身心健康的重要性，随机抽查了高一、高二、高三的100名同学进行了跑步测试，按照最终测试成绩的分数进行分组，得到如图所示的频率分布直方图，估计该100名同学测试得分的上四分位数为（　　）



A. 82.5　　B. 81　　C. 80　　D. 79.5

【答案】A

【解析】

【分析】利用上四分位数的定义结合频率分布直方图的性质求解即可.

【详解】因为 $(0.01+0.025+0.035)\times10=0.7<0.75$，

$(0.01+0.025+0.035+0.02)\times10=0.9>0.75$，

所以上四分位数位于 $[80,90)$ 内，且设其为 x，

故 $(0.01+0.025+0.035)\times10+0.02(x-80)=0.75$，

解得 $x=82.5$，故 A 正确.

故选：A

3. 已知向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 上的投影向量为 $\frac{3}{2}\vec{b}$，$\left|\vec{b}\right|=4$，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=$（　　）

A. 6　　B. 12　　C. 24　　D. 9

【答案】C

【解析】

【分析】设 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 的夹角为 θ，利用投影向量的定义可得出 $\left|\vec{a}\right|\cos\theta=\frac{3}{2}\left|\vec{b}\right|$，再利用平面向量数量积的定义可求得 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 的值.

【详解】设 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 的夹角为 θ，

因为向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 上的投影向量为 $\left|\vec{a}\right|\cos\theta\cdot\frac{\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|}=\frac{3}{2}\vec{b}$，所以 $\left|\vec{a}\right|\cos\theta=\frac{3}{2}\left|\vec{b}\right|$，

又因为 $\left|\vec{b}\right|=4$，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cos\theta=\frac{3}{2}\left|\vec{b}\right|^2=\frac{3}{2}\times4^2=24$.

故选：C.

4. 某市政府为了减少水资源的浪费，计划对居民生活用水费用实施阶梯式水价，即确定一户居民月均用水量标准 a，用水量不超过 a 的部分按平价收费，超出 a 的部分按议价收费.通过抽样获得了 100 户居民的月均用水数据（单位：t），制成如下频率分布表.

分组	$[1.2,4.2$	$[4.2,7.2$	$[7.2,10.2$	$[10.2,13.2$	$[13.2,16.2$	$[16.2,19.2$	$[19.2,22.2$	$[22.2,25.2$	$[25.2,28.2$
频率	0.23	0.32	0.13	0.09	0.09	0.05	0.03	0.04	0.02

如果以居民月均用水量不超过a的占80%，大于a的占20%为标准，根据频率分布表估计，下列最接近a的数是（   ）

A. 15　　　　B. 14　　　　C. 13　　　　D. 12

【答案】B

【解析】

【分析】根据百分位数计算规则求出80%分位数，即可判断.

【详解】由表格数据可知用水量在$\left[1.2,13.2\right)$的频率为$0.23+0.32+0.13+0.09=0.77$；

用水量在$\left[1.2,16.2\right)$的频率为$0.23+0.32+0.13+0.09+0.09=0.86$，

所以80%分位数位于$\left[13.2,16.2\right)$，设为x，

则$0.77+\left(x-13.2\right)\times\frac{0.09}{3}=0.8$，解得$x=14.2$，

所以$a=14.2$，则选项中与a最接近的为14.

故选：B

5. 已知圆锥与圆柱的底面半径相等，侧面积也相等，设圆锥的体积为V_1，圆柱的体积为V_2，则$\frac{V_1}{V_2}$的取值范围是（   ）

A. $\left(0,\frac{1}{3}\right)$　　　　B. $\left(0,\frac{2}{3}\right)$　　　　C. $\left(0,1\right)$　　　　D. $\left(1,\frac{3}{2}\right)$

【答案】B

【解析】

【分析】根据圆锥与圆柱的底面半径相等，侧面积也相等求得两体积表达式，再利用不等关系计算可得结果.

【详解】设底面圆半径为r，侧面积为S，

则圆锥的母线长为$l=\frac{S}{\pi r}$，圆柱母线（即高线）长为$l'=\frac{S}{2\pi r}$，

可得圆锥的高为$h=\sqrt{\left(\frac{S}{\pi r}\right)^2-r^2}$，由$h>0$，可得$\left(\frac{S}{\pi r}\right)^2>r^2$，

即$S^2>\pi^2r^4$，故有$\frac{\pi^2r^4}{S^2}\in\left(0,1\right)$，

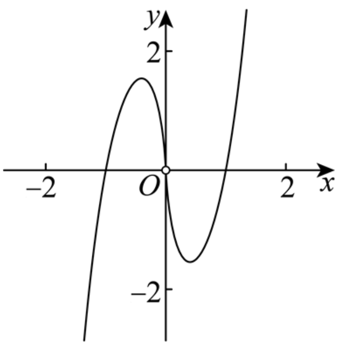
$V_1=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi r^2\sqrt{\left(\frac{S}{\pi r}\right)^2-r^2}=\frac{1}{3}\sqrt{S^2r^2-\pi^2r^6}$，

$V_2=\pi r^2l'=\pi r^2\frac{S}{2\pi r}=\frac{Sr}{2}$；

因此$\frac{V_1}{V_2}=\frac{\frac{1}{3}\sqrt{S^2r^2-\pi^2r^6}}{\frac{Sr}{2}}=\frac{2}{3}\sqrt{1-\frac{\pi^2r^4}{S^2}}\in\left(0,\frac{2}{3}\right)$.

故选：B.

6. 已知函数$f\left(x\right)$的部分图象如图所示，则函数$f\left(x\right)$的解析式可能是（　　）



A. $f\left(x\right)=\left(4^x-4^{-x}\right)|x|$　　B. $f\left(x\right)=\frac{4^x-4^{-x}}{|x|}$

C. $f\left(x\right)=\left(4^x-4^{-x}\right)\log_2|x|$　　D. $f\left(x\right)=\left(4^x+4^{-x}\right)\log_2|x|$

【答案】C

【解析】

【分析】利用函数奇偶性的性质，及特殊值可判定选项.

【详解】令$g\left(x\right)=4^x-4^{-x},h\left(x\right)=|x|,u\left(x\right)=\log_2|x|\left(x\neq 0\right),n\left(x\right)=4^x+4^{-x}$，

易知$g\left(x\right)+g\left(-x\right)=0,h\left(x\right)=h\left(-x\right),u\left(x\right)=u\left(-x\right),n\left(x\right)=n\left(-x\right)$，

即$g\left(x\right),h\left(x\right),u\left(x\right),n\left(x\right)$分别为奇函数、偶函数、偶函数、偶函数，

由图象可知$f\left(x\right)$为奇函数，且在$x=0$处无定义，

显然对于 A 项，在$x=0$处有定义，对于 D 项，函数为偶函数，可排除 A、D 项，

又因为当$x>0$且$x\to 0$时，$f\left(x\right)<0$，可排除 B 项，

故选:C.

7. 若函数 $f\left(x\right)$ 的定义域内存在 x_1，x_2（$x_1 \neq x_2$），使得 $\dfrac{f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)}{2}=1$ 成立，则称 $f\left(x\right)$ 为“完整函数”．已知 $f\left(x\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(\omega x-\dfrac{\pi}{6}\right)-\dfrac{1}{2}\cos\left(\omega x+\dfrac{5\pi}{6}\right)$（$\omega>0$）是 $\left[\dfrac{3\pi}{2},\dfrac{5\pi}{2}\right]$ 上的“完整函数”，则 ω 的取值范围为（　　）

A. $\left[\dfrac{13}{5},3\right]\cup\left[\dfrac{17}{5},4\right)$　　　　B. $\left[\dfrac{13}{5},3\right]\cup\left[\dfrac{17}{5},+\infty\right)$

C. $\left[\dfrac{13}{5},+\infty\right)$　　　　D. $\left[\dfrac{13}{5},3\right]\cup\left[4,+\infty\right)$

【答案】B

【解析】

【分析】首先利用诱导公式和辅助角公式化简 $f\left(x\right)$，再结合给定定义并对 ω 进行分类讨论，得到参数取值范围即可.

【详解】由题意得 $f\left(x\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(\omega x-\dfrac{\pi}{6}\right)-\dfrac{1}{2}\cos\left(\omega x+\dfrac{5\pi}{6}\right)$，

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(\omega x-\dfrac{\pi}{6}\right)+\dfrac{1}{2}\cos\left(\omega x-\dfrac{\pi}{6}\right)=\sin\omega x$，

因为 $\dfrac{f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)}{2}=1$，所以 $f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)=2$，

故 $f\left(x\right)$ 在 $\left[\dfrac{3\pi}{2},\dfrac{5\pi}{2}\right]$ 上有两个最大值点，

令 $\omega x=t$，则函数 $y=\sin t$ 在区间 $\left[\dfrac{3\omega\pi}{2},\dfrac{5\omega\pi}{2}\right]$ 上至少存在两个最大值点，

则 $\dfrac{2\pi}{\omega}\leq\pi$，解得 $\omega\geq2$．当 $2T=\dfrac{4\pi}{\omega}\leq\pi$，即 $\omega\geq4$ 时，显然符合题意.

当 $2\leq\omega<4$ 时，因为 $\dfrac{3\pi}{2}\leq x\leq\dfrac{5\pi}{2}$，所以 $\dfrac{3\omega\pi}{2}\leq\omega x\leq\dfrac{5\omega\pi}{2}$，

因为 $2\leq\omega<4$，所以 $3\pi\leq\dfrac{3\omega\pi}{2}<6\pi$，$5\pi\leq\dfrac{5\omega\pi}{2}<10\pi$，分以下两种情况讨论：

①当 $\frac{3\omega\pi}{2} \le \frac{9\pi}{2}$，即 $\omega \le 3$ 时，$\frac{5\omega\pi}{2} \ge \frac{13\pi}{2}$，即 $\omega \ge \frac{13}{5}$，所以 $\frac{13}{5} \le \omega \le 3$；

②当 $\frac{9\pi}{2} < \frac{3\omega\pi}{2} < 6\pi$，即 $3 < \omega < 4$ 时，$\frac{5\omega\pi}{2} \ge \frac{17\pi}{2}$，即 $\omega \ge \frac{17}{5}$，所以 $\frac{17}{5} \le \omega < 4$.

综上，ω 的取值范围为 $\left[\frac{13}{5},3\right] \cup \left[\frac{17}{5},+\infty\right)$，故 B 正确.

故选：B

【点睛】关键点点睛：本题考查函数新定义，解题关键是先化简函数，然后结合给定定义并对参数分类讨论，得到所要求的参数范围即可.

8. 已知函数 $f(x), g(x)$ 的定义域均是 $\mathbf{R}, f(x)$ 满足 $f(4+x)+f(-x)=0, g(0)=g(2)=1$，$g(x+y)+g(x-y)=g(x)f(y)$，则下列结论中正确的是（　）

A. $f(x)$ 为奇函数

B. $g(x)$ 为偶函数

C. $g(-1-x)=g(-1+x)$

D. $g(1-x)=g(1+x)$

【答案】D

【解析】

【分析】关键是利用恒等式的赋值思想，求出一些常数值，如 $f(2)=0$，$g(-1)=0$，有了这两个值，就可以把原恒等式化为 $g(x+2)+g(x-2)=0$，$g(-1+x)+g(-1-x)=0$，这样对 $g(x)$ 函数的研究就具了周期性和轴对称性，从而再作出选项判断.

【详解】令 $x=y=0$ 代入 $g(x+y)+g(x-y)=g(x)f(y)$ 得：$g(0)+g(0)=g(0)f(0)$，

又由 $g(0)=1$，可得 $f(0)=2$，所以 $f(x)$ 的图象不过原点，故 A 错误；

令 $x=0, y=1$ 代入 $g(x+y)+g(x-y)=g(x)f(y)$ 得：$g(1)+g(-1)=g(0)f(1)=f(1)$，

再令 $x=0, y=-1$ 代入 $g(x+y)+g(x-y)=g(x)f(y)$ 得：$g(-1)+g(1)=g(0)f(-1)=f(-1)$，

由上两个式子可得 $f(1)=f(-1)$，

再令 $x=y=1$ 代入 $g(x+y)+g(x-y)=g(x)f(y)$ 得：$g(2)+g(0)=g(1)f(1)$，

因为 $g(0)=g(2)=1$，所以 $g(1)f(1)=2$，即 $g(1)\ne 0, f(1)\ne 0$，结合上式可知 $f(-1)\ne 0$，

令 $x=-2$ 代入 $f(4+x)+f(-x)=0$ 可知，$f(2)=0$，

再令 $x=0, y=2$ 代入 $g(x+y)+g(x-y)=g(x)f(y)$ 得：$g(2)+g(-2)=g(0)f(2)=0$，可知 $g(-2)=-1$，

再令 $x=y=-1$ 代入 $g(x+y)+g(x-y)=g(x)f(y)$ 得：$g(-2)+g(0)=g(-1)f(-1)$，由上式可知，$g(-1)f(-1)=0$，

结合 $f(-1)\neq 0$，所以 $g(-1)=0$，

因为 $g(-1)=0$，$g(1)\neq 0$，所以 $g(x)$ 不可能为偶函数，故 B 错误；

再令 $x=-1$ 代入 $g(x+y)+g(x-y)=g(x)f(y)$ 得：$g(-1+y)+g(-1-y)=g(-1)f(y)=0$，

由上式可知，$g(-1+x)+g(-1-x)=0$，故 C 错误；

再把 x 用 $-x+2$ 代入 $g(-1+x)+g(-1-x)=0$ 可得：$g(1-x)+g(x-3)=0$，

再令 $y=2$ 代入 $g(x+y)+g(x-y)=g(x)f(y)$ 得：$g(x+2)+g(x-2)=g(x)f(2)=0$，

从而可知 $g(x+1)+g(x-3)=0$，结合 $g(1-x)+g(x-3)=0$ 可得，

$g(1-x)=g(1+x)$，故 D 正确；

故选：D.

二、多选题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 已知复数 $z_1=1-2\mathrm{i}, z_2=3+\mathrm{i}$，则（　　）

A. $z_1<z_2$

B. $|z_1+z_2|=\sqrt{17}$

C. $\overline{z_1}\cdot z_2=5-5\mathrm{i}$

D. $\dfrac{z_1}{z_2}$ 在复平面内对应的点位于第四象限

【答案】BD

【解析】

【分析】根据复数不能比较大小判断 A，应用加法及模长公式计算判断 B，应用共轭复数及复数得乘法计算判断 C，结合除法运算律及对应点的坐标判断 D.

【详解】虚数不能比较大小，A 选项错误；

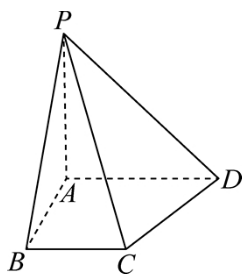
复数 $z_1=1-2\mathrm{i},z_2=3+\mathrm{i}$，则 $z_1+z_2=4-\mathrm{i}$，则 $\left|z_1+z_2\right|=\sqrt{4^2+(-1)^2}=\sqrt{17}$，B 选项正确；

$\overline{z_1}\cdot z_2=(1+2\mathrm{i})(3+\mathrm{i})=3+\mathrm{i}+6\mathrm{i}+2\mathrm{i}^2=1+7\mathrm{i}$，C 选项错误；

$\frac{z_1}{z_2}=\frac{1-2\mathrm{i}}{3+\mathrm{i}}=\frac{(1-2\mathrm{i})(3-\mathrm{i})}{(3+\mathrm{i})(3-\mathrm{i})}=\frac{3-\mathrm{i}-6\mathrm{i}+2\mathrm{i}^2}{10}=\frac{1}{10}-\frac{7}{10}\mathrm{i}$ 对应点为 $\left(\frac{1}{10},-\frac{7}{10}\right)$，D 选项正确.

故选：BD.

10. 如图，已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是直角梯形，$AD /\!/ BC, AD=4, \angle ABC=90^{\circ}, PA\perp$ 平面 $ABCD, PA=AB=BC=2$，下列说法正确的是（　　）



A. PB 与 CD 所成的角是 60°

B. 平面 PCD 与平面 PBA 所成的锐二面角余弦值是 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

C. 三棱锥 $P-ACD$ 的体积是 $\frac{8}{3}$

D. PB 与平面 PCD 所成的角的正弦值是 $\frac{\sqrt{3}}{6}$

【答案】ACD

【解析】

【分析】由题意以 AB, AD, AP 分别为 x, y, z 轴建立空间直角坐标系，利用向量法判断选项 A，B，D，直接由锥体的体积公式求出三棱锥的体积，判断选项 C.

【详解】由 $AD//BC, \angle ABC=90^{\circ}$,可得 $AD\perp AB$,又 $PA\perp$ 平面 $ABCD$

故以 AB, AD, AP 分别为 x, y, z 轴建立空间直角坐标系.

则 $A(0,0,0), B(2,0,0), C(2,2,0), D(0,4,0), P(0,0,2)$

选项 A. 由 $\overrightarrow{BP}=(-2,0,2),\overrightarrow{CD}=(-2,2,0)$

则 $\cos\left\langle\overrightarrow{BP},\overrightarrow{CD}\right\rangle=\frac{\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{CD}}{\left|\overrightarrow{BP}\right|\cdot\left|\overrightarrow{CD}\right|}=\frac{4}{2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$,所以 $\left\langle\overrightarrow{BP},\overrightarrow{CD}\right\rangle=\frac{\pi}{3}$

所以 PB 与 CD 所成的角是 60°，故选项 A 正确.

选项 B. 由题意 $\vec{n}=(0,1,0)$ 为平面 PAB 的一个法向量.

设 $\vec{m}=(x,y,z)$ 为平面 PCD 的一个法向量，$\overrightarrow{DP}=(0,-4,2)$

由 $\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{CD}=0\\\vec{m}\cdot\overrightarrow{DP}=0\end{cases}$ ，即 $\begin{cases}-2x+2y=0\\-4y+2z=0\end{cases}$ ，则取 $\vec{m}=(1,1,2)$

所以 $\cos\left\langle\vec{n},\vec{m}\right\rangle=\frac{\vec{n}\cdot\vec{m}}{|\vec{n}|\cdot|\vec{m}|}=\frac{1}{1\times\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$

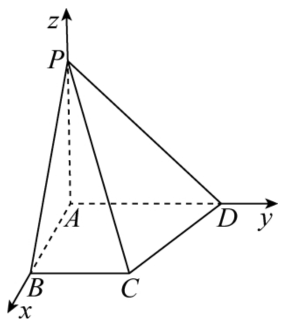
所以平面 PCD 与平面 PBA 所成的锐二面角余弦值是 $\frac{\sqrt{6}}{6}$，故选项 B 不正确.

选项 C. $V_{P-ACD}=\frac{1}{3}S_{\triangle ACD}PA=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times AD\times AB\times PA=\frac{1}{6}\times4\times2\times2=\frac{8}{3}$,故选项 C 正确.

选项 D. $\overrightarrow{BP}=(-2,0,2)$,设 PB 与平面 PCD 所成的角为 θ

则 $\sin\theta=\left|\cos\left\langle\overrightarrow{BP},\vec{m}\right\rangle\right|=\left|\frac{\overrightarrow{BP}\cdot\vec{m}}{\left|\overrightarrow{BP}\right|\cdot|\vec{m}|}\right|=\frac{2}{2\sqrt{2}\times\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{3}}{6}$ ，故选项 D 正确.

故选：ACD



11. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左、右焦点分别为 F_1，F_2，且 $\left|F_1F_2\right|=2c$，过点 F_2