

2022-2023 学年高三上数学期末模拟试卷

考生请注意：

1. 答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。
2. 第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。
3. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 将 **3** 个黑球 **3** 个白球和 **1** 个红球排成一排，各小球除了颜色以外其他属性均相同，则相同颜色的小球不相邻的排法共有（ ）

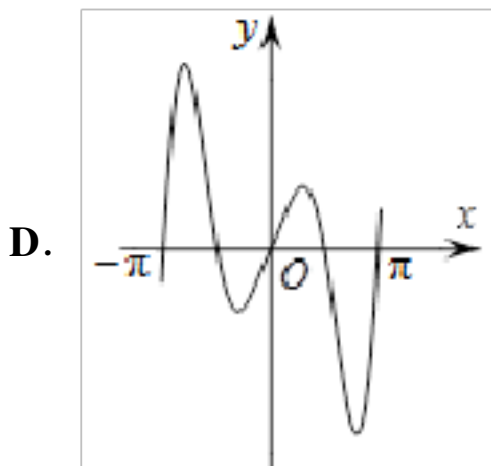
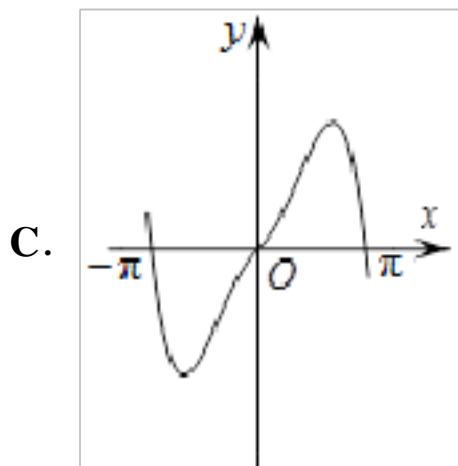
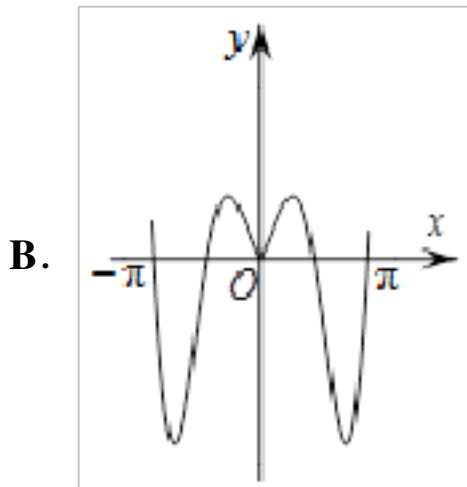
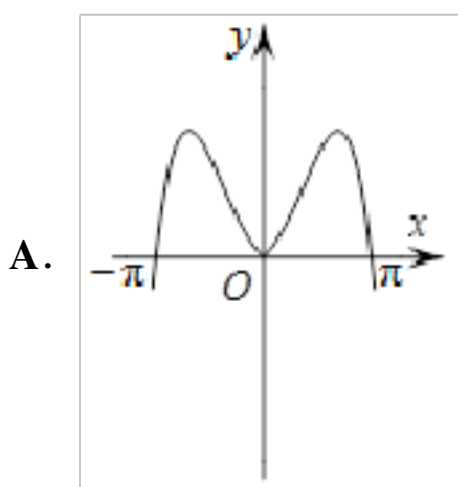
A. 14 种

B. 15 种

C. 16 种

D. 18 种

2. 函数 $y=2^{|x|}\sin 2x$ 的图象可能是



3. 已知点 P 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0, c = \sqrt{a^2 + b^2})$ 上一点, 若点 P 到双曲线 C 的两条渐近线的距离之积为 $\frac{1}{4}c^2$, 则双曲线 C 的离心率为 ()

A. $\sqrt{2}$

B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

c. $\sqrt{3}$

D. 2

4. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 13 项和为 52, 则 $(-2)_{a_6+a_8} = (\quad)$

A. 256

B. -256

C. 32

D. -32

5. 本次模拟考试结束后，班级要排一张语文、数学、英语、物理、化学、生物六科试卷讲评顺序表，若化学排在生物前面，数学与物理不相邻且都不排在最后，则不同的排表方法共有（ ）

A. 72 种

B. 144 种

C. 288 种

D. 360 种

6. 已知定义在 R 上的可导函数 $f(x)$ 满足 $(1-x) \cdot f(x) + x \cdot f'(x) > 0$, 若 $y = f(x+2) - e^3$ 是奇函数, 则不等式 $x \cdot f(x) - 2e^{x+1} < 0$ 的解集是 ()

- A. $(-\infty, 2)$ B. $(-\infty, 1)$ C. $(2, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$

7. 已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ 的周期为 4, 当 $x \in [-2, 2)$ 时, $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - x - 4$, 则 $f(-\log_3 6) + f(\log_3 54) =$ ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2} - \log_3 2$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3} + \log_3 2$

8. 已知数列 $a_1, \frac{a_2}{a_1}, \frac{a_3}{a_2}, \dots, \frac{a_n}{a_{n-1}}$ 是首项为 8, 公比为 $\frac{1}{2}$ 的等比数列, 则 a_3 等于 ()

- A. 64 B. 32 C. 2 D. 4

9. 已知 $f(x) = \begin{cases} \lfloor \log_3(x+1) \rfloor, & x \in (-1, 8) \\ \frac{4}{x-6}, & x \in [8, +\infty) \end{cases}$ 若 $f[(m-1)f(x)] - 2 \leq 0$ 在定义域上恒成立, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $(0, +\infty)$ B. $[1, 2)$ C. $[1, +\infty)$ D. $(0, 1)$

10. 若 $z = (3-i)(a+2i) (a \in R)$ 为纯虚数, 则 $z =$ ()

- A. $\frac{16}{3}i$ B. $6i$ C. $\frac{20}{3}i$ D. 20

11. 已知函数 $f(x) = \frac{e \ln x}{x^2}$, 若关于 x 的方程 $[f(x)]^2 - mf(x) + \frac{1}{8} = 0$ 有 4 个不同的实数根, 则实数 m 的取值范围为 ()

- A. $(0, \frac{3}{4})$ B. $(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$ C. $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{3}{4})$ D. $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$

12. 若关于 x 的不等式 $\left(\frac{1}{x}\right)^x \leq \frac{1}{27}$ 有正整数解, 则实数 k 的最小值为 ()

- A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 是棱 DD_1 的中点, F 是侧面 CDD_1C_1 上的动点, 且 $B_1F \parallel$ 平面 A_1BE , 记 B_1 与 F 的轨迹构成的平面为 α .

① $\exists F$, 使得 $B_1F \perp CD_1$;

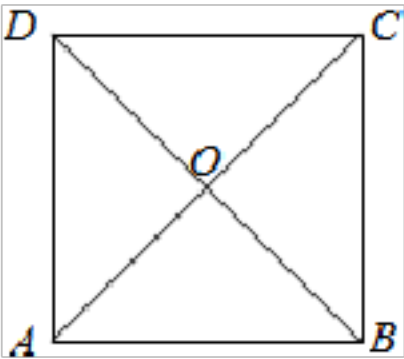
②直线 B_1F 与直线 BC 所成角的正切值的取值范围是 $\left[\frac{\sqrt{2}}{4},\frac{1}{2}\right]$;

③ α 与平面 CDD_1C_1 所成锐二面角的正切值为 $2\sqrt{2}$;

④正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的各个侧面中,与 α 所成的锐二面角相等的侧面共四个.

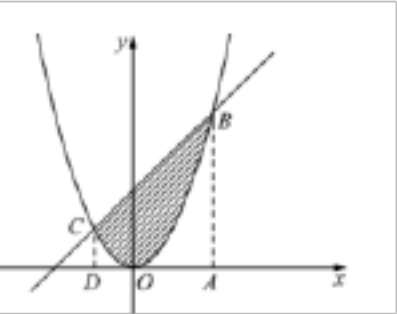
其中正确命题的序号是_____.(写出所有正确命题的序号)

14. 如图所示,在边长为4的正方形纸片 $ABCD$ 中, AC 与 BD 相交于 O .剪去 $\triangle AOB$,将剩余部分沿 OC,OD 折叠,使 $OA、OB$ 重合,则以 $A(B)、C、D、O$ 为顶点的四面体的外接球的体积为_____.



15. 在平面五边形 $ABCDE$ 中, $\angle A=60^\circ, AB=AE=6\sqrt{3}, BC\perp CD$,且 $BC=DE=6$.将五边形 $ABCDE$ 沿对角线 BE 折起,使平面 ABE 与平面 $BCDE$ 所成的二面角为 120° ,则沿对角线 BE 折起后所得几何体的外接球的表面积是_____.

16. 如图梯形 $ABCD$ 为直角梯形, $AB\perp AD,CD\perp AD$,图中阴影部分为曲线 $y=x^2$ 与直线 $x=x+2$ 围成的平面图形,向直角梯形 $ABCD$ 内投入一质点,质点落入阴影部分的概率是_____



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 某动漫影视制作公司长期坚持文化自信,不断挖掘中华优秀传统文化中的动漫题材,创作出一批又一批的优秀动漫影视作品,获得市场和广大观众的一致好评,同时也为公司赢得丰厚的利润.该公司 2013 年至 2019 年的年利润 y 关于年份代号 x 的统计数据如下表(已知该公司的年利润与年份代号线性相关).

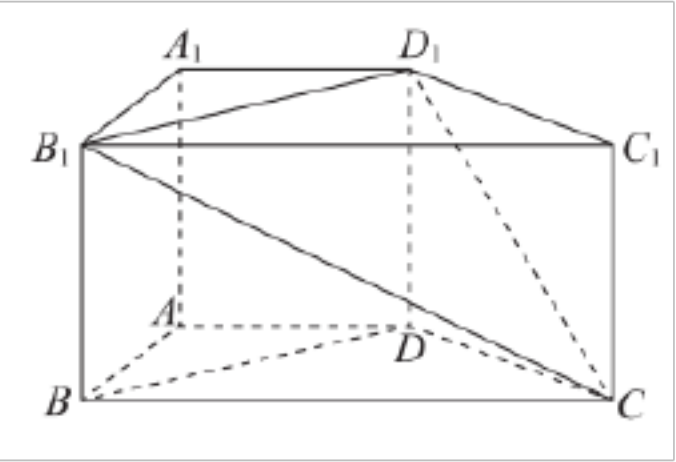
年份	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
年份代号 x	1	2	3	4	5	6	7
年利润 y (单位: 亿元)	29	33	36	44	48	52	59

- (I) 求 y 关于 x 的线性回归方程,并预测该公司 2020 年(年份代号记为 8)的年利润;
- (II) 当统计表中某年年利润的实际值大于由(I)中线性回归方程计算出该年利润的估计值时,称该年为 A 级利润

年，否则称为 B 级利润年.将（I）中预测的该公司 2020 年的年利润视作该年利润的实际值，现从 2013 年至 2020 年这 8 年中随机抽取 2 年，求恰有 1 年为 A 级利润年的概率.

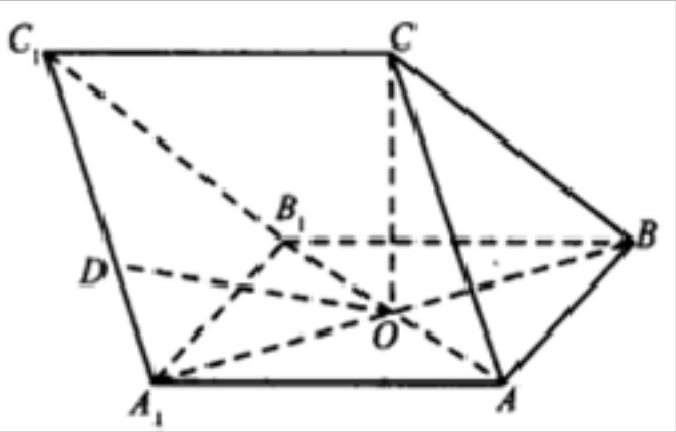
参考公式： $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$.

18.（12 分）如图，在四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AA_1 \perp$ 平面 $ABCD$ ，底面 $ABCD$ 满足 $AD \parallel BC$ ，且 $AB = AD = AA_1 = 2$, $BD = DC = 2\sqrt{2}$.



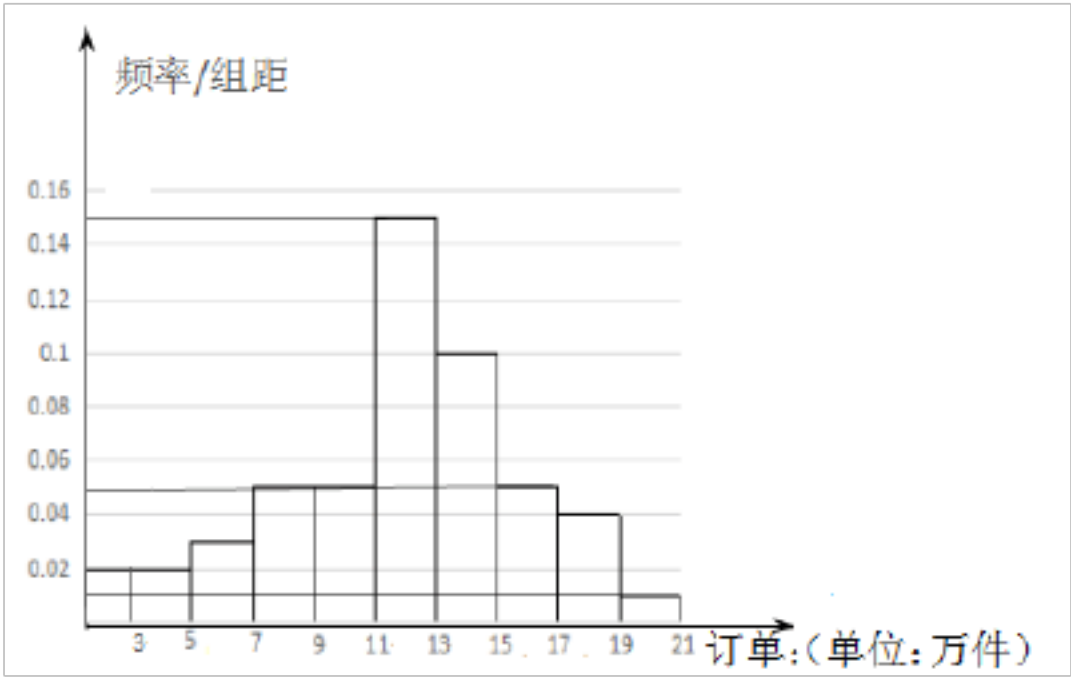
- (I)求证： $AB \perp$ 平面 ADD_1A_1 ；
- (II)求直线 AB 与平面 B_1CD_1 所成角的正弦值.

19.（12 分）如图所示，在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， ΔABC 为等边三角形， $\angle BAB_1 = \angle BB_1A$, $AB_1 \cap A_1B = O$, $CO \perp$ 平面 ABB_1A_1 ， D 是线段 A_1C_1 上靠近 A_1 的三等分点.



- (1) 求证： $AB \perp AA_1$ ；
- (2) 求直线 OD 与平面 A_1ACC_1 所成角的正弦值.

20.（12 分）为了解网络外卖的发展情况，某调查机构从全国各城市中抽取了 **100** 个相同等级地城市，分别调查了甲乙两家网络外卖平台（以下简称外卖甲、外卖乙）在今年 **3** 月的订单情况，得到外卖甲该月订单的频率分布直方图，外卖乙该月订单的频数分布表，如下图表所示.



订单：（单位： 万件）	[3,5)		[5,7)		[7,9)		[9,11)	
频数	1		2		2		3	

订单：（单位： 万件）	[11,13)		[13,15)		[15,17)		[17,19)		[19,21)	
频数	40		20		20		10		2	

（1）现规定，月订单不低于 13 万件的城市为“业绩突出城市”，填写下面的列联表，并根据列联表判断是否有 90% 的把握认为“是否为业绩突出城市”与“选择网络外卖平台”有关.

	业绩突出城市	业绩不突出城市	总计
外卖甲			
外卖乙			
总计			

（2）由频率分布直方图可以认为，外卖甲今年 3 月在全国各城市的订单数 Z （单位： 万件）近似地服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$ ，其中 μ 近似为样本平均数 $\bar{x}$ （同一组数据用该区间的中点值作代表）， σ 的值已求出，约为 3.64，现把频率视为概率，解决下列问题：

- ①从全国各城市中随机抽取 6 个城市，记 X 为外卖甲在今年 3 月订单数位于区间 (4.88,15.8) 的城市个数，求 X 的数学期望；
- ②外卖甲决定在今年 3 月订单数低于 7 万件的城市开展“订外卖，抢红包”的营销活动来提升业绩，据统计，开展此活动后城市每月外卖订单数将提高到平均每月 9 万件的水平，现从全国各月订单数不超过 7 万件的城市中采用分层抽样的方法选出 100 个城市不开展营销活动，若每按一件外卖订单平均可获纯利润 5 元，但每件外卖平均需送出红包 2 元，则外卖甲在这 100 个城市中开展营销活动将比不开展营销活动每月多盈利多少万元？

附：①参考公式： $K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中 $n=a+b+c+d$ 。

参考数据：

$P(K^2\geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.001
k_0	2.702	2.706	3.841	5.024	6.635	10.828

②若 $Z\sim N(\mu,\sigma^2)$ ，则 $P(\mu-\sigma<Z\leq\mu+\sigma)=0.6826$ ， $P(\mu-2\sigma<Z\leq\mu+2\sigma)=0.9544$ 。

21.（12分）设 $x,y,z\in R$ ， $z(x+2y)=m$ 。

- （1）若 $x^2+2y^2+3z^2$ 的最小值为4，求 m 的值；
- （2）若 $x^2+4y^2+\frac{1}{2}z^2\geq1$ ，证明： $m\leq-1$ 或 $m\geq1$ 。

22.（10分）已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且满足 $2S_n=n-n^2$ （ $n\in\mathbf{N}^*$ ）。

- （1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；
- （2）设 $b_n=\begin{cases}2^{a_n}, & (n=2k-1) \\ \frac{2}{(1-a_n)(1-a_{n+2})}, & (n=2k)\end{cases}$ （ $k\in\mathbf{N}^*$ ），数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。若 $T_{2n}=a\left(\frac{1}{4}\right)^n-\frac{1}{2n+2}+b$ 对 $n\in\mathbf{N}^*$ 恒成立，求实数 a,b 的值。

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

采取分类计数和分步计数相结合的方法，分两种情况具体讨论，一种是黑白依次相间，一种是开始仅有两个相同颜色的排在一起

【详解】

首先将黑球和白球排列好，再插入红球.

情况 1：黑球和白球按照黑白相间排列（“黑白黑白黑白”或“白黑白黑白黑”），此时将红球插入 6 个球组成的 7 个空中即可，因此共有 $2\times7=14$ 种；

情况 2：黑球或白球中仅有两个相同颜色的排在一起（“黑白白黑白黑”、“黑白黑白白黑”、“白黑黑白黑白”“白黑白黑黑白”），此时红球只能插入两个相同颜色的球之中，共 4 种.

综上所述，共有 $14+4=18$ 种.

故选：D

【点睛】

本题考查排列组合公式的具体应用，插空法的应用，属于基础题

2、D

【解析】

分析:先研究函数的奇偶性，再研究函数在 $(\frac{\pi}{2},\pi)$ 上的符号，即可判断选择.

详解：令 $f(x)=2^{|x|}\sin 2x$ ，

因为 $x\in R, f(-x)=2^{-x}\sin 2(-x)=-2^{|x|}\sin 2x=-f(x)$ ，所以 $f(x)=2^{|x|}\sin 2x$ 为奇函数，排除选项 A,B；

因为 $x\in(\frac{\pi}{2},\pi)$ 时， $f(x)<0$ ，所以排除选项 C，选 D.

点睛：有关函数图象的识别问题的常见题型及解题思路：（1）由函数的定义域，判断图象的左、右位置，由函数的值域，判断图象的上、下位置；（2）由函数的单调性，判断图象的变化趋势；（3）由函数的奇偶性，判断图象的对称性；（4）由函数的周期性，判断图象的循环往复.

3、A

【解析】

设点 P 的坐标为 (m,n) ，代入椭圆方程可得 $b^2m^2-a^2n^2=a^2b^2$ ，然后分别求出点 P 到两条渐近线的距离，由距离之积为 $\frac{1}{4}c^2$ ，并结合 $b^2m^2-a^2n^2=a^2b^2$ ，可得到 a,b,c 的齐次方程，进而可求出离心率的值.

【详解】

设点 P 的坐标为 (m,n) ，有 $\frac{m^2}{a^2}-\frac{n^2}{b^2}=1$ ，得 $b^2m^2-a^2n^2=a^2b^2$.

双曲线的两条渐近线方程为 $bx-ay=0$ 和 $bx+ay=0$ ，则点 P 到双曲线 C 的两条渐近线的距离之积为

$$\frac{|bm-an|}{\sqrt{a^2+b^2}}\times\frac{|bm+an|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|b^2m^2-a^2n^2|}{a^2+b^2}=\frac{a^2b^2}{c^2},$$

所以 $\frac{a^2b^2}{c^2} = \frac{1}{4}c^2$ ，则 $4a^2(c^2 - a^2) = c^4$ ，即 $(c^2 - 2a^2)^2 = 0$ ，故 $c^2 - 2a^2 = 0$ ，即 $e^2 = \frac{c^2}{a^2} = 2$ ，所以 $e = \sqrt{2}$ 。

故选：A.

【点睛】

本题考查双曲线的离心率，构造 a, b, c 的齐次方程是解决本题的关键，属于中档题.

4、A

【解析】

利用等差数列的求和公式及等差数列的性质可以求得结果.

【详解】

由 $S_{13} = 13a_7 = 52$ ， $a_7 = 4$ ，得 $(-2)^{a_6 + a_8} = (-2)^8 = 256$. 选 A.

【点睛】

本题主要考查等差数列的求和公式及等差数列的性质，等差数列的等和性应用能快速求得结果.

5、B

【解析】

利用分步计数原理结合排列求解即可

【详解】

第一步排语文，英语，化学，生物 4 种，且化学排在生物前面，有 $A_4^2 = 12$ 种排法；第二步将数学和物理插入前 4 科

除最后位置外的 4 个空挡中的 2 个，有 $A_4^2 = 12$ 种排法，所以不同的排表方法共有 $12 \times 12 = 144$ 种.

选 B.

【点睛】

本题考查排列的应用，不相邻采用插空法求解，准确分步是关键，是基础题

6、A

【解析】

构造函数 $g(x) = \frac{x \cdot f(x)}{e^x}$ ，根据已知条件判断出 $g(x)$ 的单调性. 根据 $y = f(x+2) - e^3$ 是奇函数，求得 $f(2)$ 的值，

由此化简不等式 $x \cdot f(x) - 2e^{x+1} < 0$ 求得不等式的解集.

【详解】

构造函数 $g(x) = \frac{x \cdot f(x)}{e^x}$ ，依题意可知 $g'(x) = \frac{(1-x) \cdot f(x) + x \cdot f'(x)}{e^x} > 0$ ，所以 $g(x)$ 在 R 上递增. 由于

$y = f(x+2) - e^3$ 是奇函数，所以当 $x=0$ 时， $y = f(2) - e^3 = 0$ ，所以 $f(2) = e^3$ ，所以 $g(2) = \frac{2 \times e^3}{e^2} = 2e$ 。

由 $x \cdot f(x) - 2e^{x+1} < 0$ 得 $g(x) = \frac{x \cdot f(x)}{e^x} < 2e = g(2)$ ，所以 $x < 2$ ，故不等式的解集为 $(-\infty, 2)$ 。

故选：A

【点睛】

本小题主要考查构造函数法解不等式，考查利用导数研究函数的单调性，考查化归与转化的数学思想方法，属于中档题。

7、A

【解析】

因为给出的解析式只适用于 $x \in [-2, 2)$ ，所以利用周期性，将 $f(\log_3 54)$ 转化为 $f(\log_3 \frac{2}{3})$ ，再与 $f(-\log_3 6)$ 一起代入解析式，利用对数恒等式和对数的运算性质，即可求得结果。

【详解】

$\because$ 定义在 R 上的函数 $f(x)$ 的周期为 4

$$\therefore f(\log_3 54) = f(\log_3 54 - 4) = f(\log_3 \frac{2}{3}),$$

$$\because \text{当 } x \in [-2, 2) \text{ 时, } f(x) = (\frac{1}{3})^x - x - 4,$$

$$-\log_3 6 \in [-2, 2), \quad \log_3 \frac{2}{3} \in [-2, 2),$$

$$\therefore f(-\log_3 6) + f(\log_3 54)$$

$$= (\frac{1}{3})^{-\log_3 6} - (-\log_3 6) - 4 + (\frac{1}{3})^{\log_3 \frac{2}{3}} - \log_3 \frac{2}{3} - 4$$

$$= (\frac{1}{3})^{\log_3 6} + (\frac{1}{3})^{\log_3 \frac{3}{2}} + (\log_3 6 - \log_3 \frac{2}{3}) - 8$$

$$= 6 + \frac{3}{2} + \log_3 (6 \times \frac{3}{2}) - 8$$

$$= \frac{3}{2}.$$

故选：A.

【点睛】

本题考查了利用函数的周期性求函数值，对数的运算性质，属于中档题。

8、A

【解析】

根据题意依次计算得到答案.

【详解】

根据题意知： $a_1=8$ ， $\frac{a_2}{a_1}=4$ ，故 $a_2=32$ ， $\frac{a_3}{a_2}=2$ ， $a_3=64$.

故选：A.

【点睛】

本题考查了数列值的计算，意在考查学生的计算能力.

9、C

【解析】

先解不等式 $f(x) \leq 2$ ，可得出 $x \geq -\frac{8}{9}$ ，求出函数 $y=f(x)$ 的值域，由题意可知，不等式 $(m-1)f(x) \geq -\frac{8}{9}$ 在定义域上恒成立，可得出关于 m 的不等式，即可解得实数 m 的取值范围.

【详解】

$$\because f(x)=\begin{cases} |\log_3(x+1)|, & x \in (-1,8) \\ \frac{4}{x-6}, & x \in [8,+\infty) \end{cases}, \text{ 先解不等式 } f(x) \leq 2.$$

①当 $-1 < x < 8$ 时，由 $f(x)=|\log_3(x+1)| \leq 2$ ，得 $-2 \leq \log_3(x+1) \leq 2$ ，解得 $-\frac{8}{9} \leq x \leq 8$ ，此时 $-\frac{8}{9} \leq x < 8$ ；

②当 $x \geq 8$ 时，由 $f(x)=\frac{4}{x-6} \leq 2$ ，得 $x \geq 8$.

所以，不等式 $f(x) \leq 2$ 的解集为 $\left\{x \middle| x \geq -\frac{8}{9}\right\}$.

下面来求函数 $y=f(x)$ 的值域.

当 $-1 < x < 8$ 时， $0 < x+1 < 9$ ，则 $\log_3(x+1) < 2$ ，此时 $f(x)=|\log_3(x+1)| \geq 0$ ；

当 $x \geq 8$ 时， $x-6 \geq 2$ ，此时 $f(x)=\frac{4}{x-6} \in (0,2]$.

综上所述，函数 $y=f(x)$ 的值域为 $[0,+\infty)$ ，

由于 $f[(m-1)f(x)]-2 \leq 0$ 在定义域上恒成立，

则不等式 $(m-1)f(x) \geq -\frac{8}{9}$ 在定义域上恒成立，所以， $m-1 \geq 0$ ，解得 $m \geq 1$.

因此，实数 m 的取值范围是 $[1,+\infty)$.

故选：C.

【点睛】

本题考查利用函数不等式恒成立求参数，同时也考查了分段函数基本性质的应用，考查分类讨论思想的应用，属于中等题.

10、C

【解析】

根据复数的乘法运算以及纯虚数的概念，可得结果.

【详解】

$$z=(3-i)(a+2i)=3a+2+(6-a)i$$

$$\because z=(3-i)(a+2i)(a\in R)\text{ 为纯虚数,}$$

$$\therefore 3a+2=0\text{ 且 }6-a\neq 0$$

$$\text{得 }a=-\frac{2}{3},\text{ 此时 }z=\frac{20}{3}i$$

故选：C.

【点睛】

本题考查复数的概念与运算，属基础题.

11、C

【解析】

求导，先求出 $f(x)$ 在 $x\in(0,\sqrt{e})$ 单增，在 $x\in(\sqrt{e},+\infty)$ 单减，且 $f(x)_{\max}=f(\sqrt{e})=\frac{1}{2}$ 知设 $f(x)=t$ ，则方程

$$[f(x)]^2-mf(x)+\frac{1}{8}=0\text{ 有 }4\text{ 个不同的实数根等价于方程}$$

$$t^2-mt+\frac{1}{8}=0\text{ 在 }(0,\frac{1}{2})\text{ 上有两个不同的实数根, 再利用一元二次方程根的分布条件列不等式组求解可得.}$$

【详解】

依题意，
$$f'(x)=\frac{\frac{e}{x}\cdot x^2-2xe\ln x}{x^4}=\frac{e(1-2\ln x)}{x^3},$$

$$\text{令 }f'(x)=0,\text{ 解得 }\ln x=\frac{1}{2},\text{ }x=\sqrt{e},\text{ 故当 }x\in(0,\sqrt{e})\text{ 时, }f'(x)>0,$$

$$\text{当 }x\in(\sqrt{e},+\infty),\text{ }f'(x)<0,\text{ 且 }f(\sqrt{e})=\frac{e\ln\sqrt{e}}{e}=\frac{1}{2},$$

$$\text{故方程 }t^2-mt+\frac{1}{8}=0\text{ 在 }(0,\frac{1}{2})\text{ 上有两个不同的实数根,}$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/708033112074006041>