

# 南京市 2024 年初中学业水平考试

## 数 学

注意事项：

1. 本试卷共 6 页，全卷满分 120 分。考试时间 120 分钟。考生答题全部答在答题卡上，答在本试卷上无效。
2. 请认真核对监考教师在答题卡上所粘贴条形码的姓名、考试证号是否与本人相符合，再将自己的姓名、考试证号用 0.5 毫米黑色墨水签字笔填写在答题卡及本试卷上。
3. 答选择题必须用 2B 铅笔将答题卡上对应的答案标号涂黑。如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答非选择题必须用 0.5 毫米黑色墨水签字笔写在答题卡的指定位置，在其他位置答题一律无效。
4. 作图题必须用 2B 铅笔作答，并请加黑、加粗。

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分。每小题给出的四个选项中只有一个选项符合题意）

1. -7 的绝对值是

- A. 7                      B. -7                      C.  $\frac{1}{7}$                       D.  $-\frac{1}{7}$

2. 下列运算正确的是（ ）

- A.  $2m - m = 1$                       B.  $m^2 m^3 = a^6$   
C.  $(mn)^2 = m^2 n^2$                       D.  $(m^3)^2 = m^5$

3. 南京市图书馆现有馆藏纸质图书 1600000 余册，数据 1600000 用科学记数法表示为（ ）

- A.  $0.16 \times 10^7$                       B.  $1.6 \times 10^7$                       C.  $1.6 \times 10^6$                       D.  $16 \times 10^5$

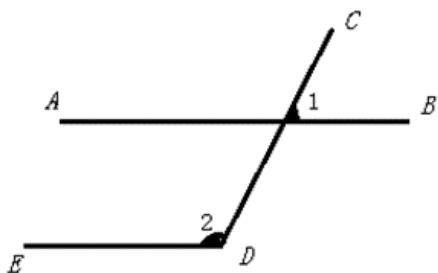
4. 已知点  $(-3, y_1), (-1, y_2), (1, y_3)$  在下列某一函数图像上，且  $y_3 < y_1 < y_2$  那么这个函数是（ ）

- A.  $y = 3x$                       B.  $y = 3x^2$                       C.  $y = \frac{3}{x}$                       D.  $y = -\frac{3}{x}$

5. 已知点  $(-3, y_1), (-1, y_2), (1, y_3)$  在下列某一函数图像上，且  $y_3 < y_1 < y_2$  那么这个函数是（ ）

- A.  $y = 3x$                       B.  $y = 3x^2$                       C.  $y = \frac{3}{x}$                       D.  $y = -\frac{3}{x}$

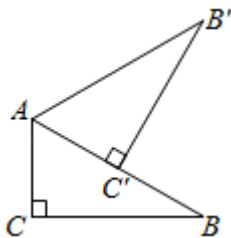
6. 如图， $AB \parallel ED$ ，若  $\angle 1 = 70^\circ$ ，则  $\angle 2$  的度数是（ ）



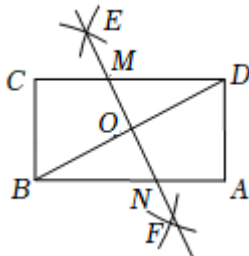
- A.  $70^\circ$                       B.  $80^\circ$                       C.  $100^\circ$                       D.  $110^\circ$   
 A.点  $M$                       B.点  $N$                       C.点  $P$                       D.点  $Q$

二、填空题（本题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。请把答案填写在答题卡相应位置上）

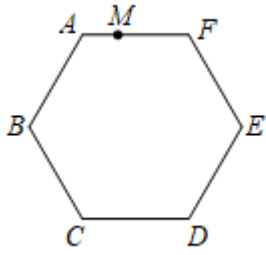
7. 2022 年 5 月 15 日 4 时 40 分，我国自主研发的极目一号 III 型科学考察浮空艇升高至海拔 9032m，将 9032 用科学记数法表示为\_\_\_\_\_.
8. 分解因式： $3a^2 - 12 =$ \_\_\_\_\_.
9. 若 $\sqrt{x-1}$ 有意义，则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
10. 已知一组数据：4, 5, 5, 6, 5, 4, 7, 8，则这组数据的众数是\_\_\_\_\_.
11. 方程  $x^2 - 2x + m = 0$  有两个相等的实数根，则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.
12. 圆锥的母线长为 2cm，底面圆的半径长为 1cm，则该圆锥的侧面积为\_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$
13. 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2x + k = 0$  有实数根，则实数  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
14. 在活动课上，“雄鹰组”用含  $30^\circ$  角的直角三角尺设计风车. 如图， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 30^\circ$ ， $AC = 2$ ，将直角三角尺绕点  $A$  逆时针旋转得到  $\triangle AB'C'$ ，使点  $C'$  落在  $AB$  边上，以此方法做下去……则  $B$  点通过一次旋转至  $B'$  所经过的路径长为 \_\_\_\_\_ . (结果保留  $\pi$ )



15. 如图，在矩形  $ABCD$  中，按以下步骤作图：①分别以点  $B$  和  $D$  为圆心，以大于  $\frac{1}{2}BD$  的长为半径作弧，两弧相交于点  $E$  和  $F$ ；②作直线  $EF$  分别与  $DC$ ， $DB$ ， $AB$  交于点  $M$ ， $O$ ， $N$ . 若  $DM = 5$ ， $CM = 3$ ，则  $MN =$   $2\sqrt{5}$  .



16. 如图，在正六边形  $ABCDEF$  中， $AB = 6$ ，点  $M$  在边  $AF$  上，且  $AM = 2$ . 若经过点  $M$  的直线  $l$  将正六边形面积平分，则直线  $l$  被正六边形所截的线段长是\_\_\_\_\_.



三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分。请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. (7分) 已知  $a = 2 + \sqrt{5}$ ,  $b = 2 - \sqrt{5}$ , 求代数式  $a^2b + ab^2$  的值.

18. (7分) 求不等式组  $\begin{cases} 2x \leq 3x - 1, \\ 1 + 3(x - 1) < 2(x + 1) \end{cases}$  的解集, 并把它的解集表示在数轴上

19. (8分) 扫地机器人具备敏捷的转弯、制动能力和强大的自主感知、规划能力, 深受人们喜爱. 某商场根据市场需求, 采购了  $A, B$  两种型号扫地机器人. 已知  $B$  型每个进价比  $A$  型的 2 倍少 400 元. 采购相同数量的  $A, B$  两种型号扫地机器人, 分别用了 96000 元和 168000 元. 请问  $A, B$  两种型号扫地机器人每个进价分别为多少元?

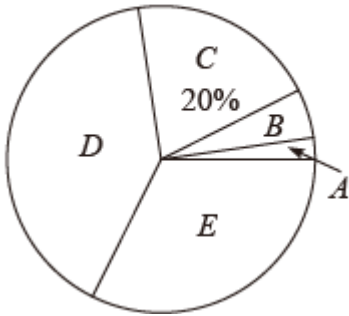
20. (8分) 某学校开展“家国情·诵经典”读书活动. 为了解学生的参与程度, 从全校学生中随机抽取 200 人进行问卷调查, 获取了他们每人平均每天阅读时间的数据 ( $m$ /分钟). 将收集的数据分为  $A, B, C, D, E$  五个等级, 绘制成如下统计图表 (尚不完整):

平均每天阅读时间统计表

等级	人数 (频数)
$A (10 \leq m < 20)$	5

$B (20 \leq m < 30)$	10
$C (30 \leq m < 40)$	$x$
$D (40 \leq m < 50)$	80
$E (50 \leq m \leq 60)$	$y$

平均每天阅读时间扇形统计图



请根据图表中的信息，解答下列问题：

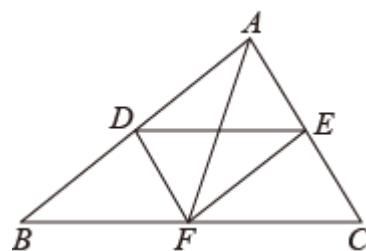
- (1) 求  $x$  的值；
- (2) 这组数据的中位数所在的等级是 \_\_\_\_\_；
- (3) 学校拟将平均每天阅读时间不低于 50 分钟的学生评为“阅读达人”予以表扬。若全校学生以 1800 人计算，估计受表扬的学生人数。

21. (8分) 小明去某体育馆锻炼，该体育馆有  $A$ 、 $B$  两个进馆通道和  $C$ 、 $D$ 、 $E$  三个出馆通道，从进馆通道进馆的可能性相同，从出馆通道出馆的可能性也相同。用列表或画树状图的方法列出小明一次经过进馆通道与出馆通道的所有等可能的结果，并求他恰好经过通道  $A$  与通道  $D$  的概率。

22. (8分) 如图, 线段  $DE$  与  $AF$  分别为  $\triangle ABC$  的中位线与中线.

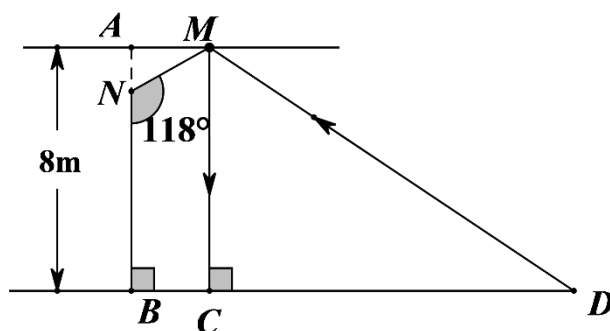
(1) 求证:  $AF$  与  $DE$  互相平分;

(2) 当线段  $AF$  与  $BC$  满足怎样的数量关系时, 四边形  $ADFE$  为矩形? 请说明理由.



23. (8分) 小强在物理课上学过平面镜成像知识后, 在老师的带领下到某厂房做验证实验. 如图, 老师在该厂房顶部安装一平面镜  $MN$ ,  $MN$  与墙面  $AB$  所成的角  $\angle MNB=118^\circ$ , 厂房高  $AB=8\text{ m}$ , 房顶  $AM$  与水平地面平行, 小强在点  $M$  的正下方  $C$  处从平面镜观察, 能看到的水平地面上最远处  $D$  到他的距离  $CD$  是多少?

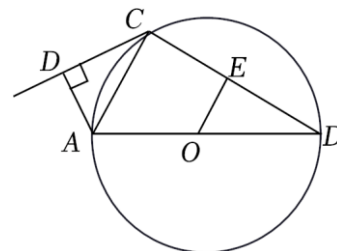
(结果精确到 0.1 m, 参考数据:  $\sin 34^\circ \approx 0.56$ ,  $\tan 34^\circ \approx 0.68$ ,  $\tan 56^\circ \approx 1.48$ )



24. (8分) 如图, 在半径为  $10\text{ cm}$  的  $\odot O$  中,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $CD$  是过  $\odot O$  上一点  $C$  的直线, 且  $AD \perp DC$  于点  $D$ ,  $AC$  平分  $\angle BAD$ , 点  $E$  是  $BC$  的中点,  $OE=6\text{ cm}$ .

(1) 求证:  $CD$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 求  $AD$  的长.



25. (8分) 某单位准备购买文化用品, 现有甲、乙两家超市进行促销活动, 该文化用品两家超市的标价均为 10 元/件, 甲超市一次性购买金额不超过 400 元的不优惠, 超过 400 元的部分按标价的 6 折售卖; 乙超市全部按标价的 8 折售卖.

(1) 若该单位需要购买 30 件这种文化用品, 则在甲超市的购物金额为\_\_\_\_\_元; 乙超市的购物金额为\_\_\_\_\_元;

(2) 假如你是该单位 采购员, 你认为选择哪家超市支付的费用较少?

26. (9分) 如定义: 对于一次函数  $y_1 = ax + b$ 、 $y_2 = cx + d$ , 我们称函数

$y = m(ax + b) + n(cx + d) (ma + nc \neq 0)$  为函数  $y_1$ 、 $y_2$  的“组合函数”.

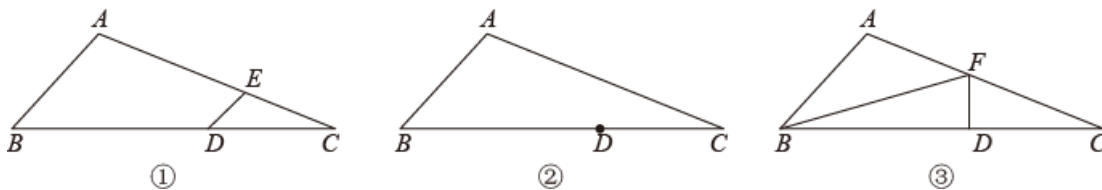
(1) 若  $m=3$ ,  $n=1$ , 试判断函数  $y = 5x + 2$  是否为函数  $y_1 = x + 1$ ,  $y_2 = 2x - 1$  的“组合函数”, 并说明理由;

(2) 设函数  $y_1 = x - p - 2$  与  $y_2 = -x + 3p$  的图像相交于点  $P$ .

①若  $m+n > 1$ , 点  $P$  在函数  $y_1$ 、 $y_2$  的“组合函数”图像的上方, 求  $p$  的取值范围;

②若  $p \neq 1$ , 函数  $y_1$ 、 $y_2$  的“组合函数”图像经过点  $P$ . 是否存在大小确定的  $m$  值, 对于不等于 1 的任意实数  $p$ , 都有“组合函数”图像与  $x$  轴交点  $Q$  的位置不变? 若存在, 请求出  $m$  的值及此时点  $Q$  的坐标; 若不存在, 请说明理由.

27. (9分) 已知:  $\triangle ABC$  中,  $D$  为  $BC$  边上的一点.



- (1) 如图①, 过点  $D$  作  $DE \parallel AB$  交  $AC$  边于点  $E$ , 若  $AB=5$ ,  $BD=9$ ,  $DC=6$ , 求  $DE$  的长;
- (2) 在图②, 用无刻度的直尺和圆规在  $AC$  边上做点  $F$ , 使  $\angle DFA = \angle A$ ; (保留作图痕迹, 不要求写作法)
- (3) 如图③, 点  $F$  在  $AC$  边上, 连接  $BF$ 、 $DF$ , 若  $\angle DFA = \angle A$ ,  $\triangle FBC$  的面积等于  $\frac{1}{2}CD \cdot AB$ , 以  $FD$  为半径作  $\odot F$ , 试判断直线  $BC$  与  $\odot F$  的位置关系, 并说明理由.

# 南京市 2024 年初中学业水平考试

## 数学参考答案

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分。每小题给出的四个选项中只有一个选项符合题意）

试题号	1	2	3	4	5	6
答案	A	C	C	D	D	D

### 5 题【解析】

【分析】先假设选取各函数，代入自变量求出  $y_1$ 、 $y_2$ 、 $y_3$  的值，比较大小即可得出答案。

【详解】解：A . 把点  $(-3, y_1)$ 、 $(-1, y_2)$ 、 $(1, y_3)$  代入  $y=3x$ ，解得  $y_1=-9$ ， $y_2=-3$ ， $y_3=3$ ，所以  $y_1 < y_2 < y_3$ ，这与已知条件  $y_3 < y_1 < y_2$  不符，故选项错误，不符合题意；

B . 把点  $(-3, y_1)$ 、 $(-1, y_2)$ 、 $(1, y_3)$  代入  $y=3x^2$ ，解得  $y_1=27$ ， $y_2=3$ ， $y_3=3$ ，所以  $y_1 > y_2 = y_3$ ，这与已知条件  $y_3 < y_1 < y_2$  不符，故选项错误，不符合题意；

C . 把点  $(-3, y_1)$ 、 $(-1, y_2)$ 、 $(1, y_3)$  代入  $y=\frac{3}{x}$ ，解得  $y_1=-1$ ， $y_2=-3$ ， $y_3=3$ ，所以  $y_2 < y_1 < y_3$ ，这与已知条件  $y_3 < y_1 < y_2$  不符，故选项错误，不符合题意；

D . 把点  $(-3, y_1)$ 、 $(-1, y_2)$ 、 $(1, y_3)$  代入  $y=-\frac{3}{x}$ ，解得  $y_1=1$ ， $y_2=3$ ， $y_3=-3$ ，所以  $y_3 < y_1 < y_2$ ，这与已知条件  $y_3 < y_1 < y_2$  相符，故选项正确，符合题意；

故选：D .

### 6 题【解析】

【分析】先假设选取各函数，代入自变量求出  $y_1$ 、 $y_2$ 、 $y_3$  的值，比较大小即可得出答案。

【详解】解：A . 把点  $(-3, y_1)$ 、 $(-1, y_2)$ 、 $(1, y_3)$  代入  $y=3x$ ，解得  $y_1=-9$ ， $y_2=-3$ ， $y_3=3$ ，所以  $y_1 < y_2 < y_3$ ，这与已知条件  $y_3 < y_1 < y_2$  不符，故选项错误，不符合题意；

B . 把点  $(-3, y_1)$ 、 $(-1, y_2)$ 、 $(1, y_3)$  代入  $y=3x^2$ ，解得  $y_1=27$ ， $y_2=3$ ， $y_3=3$ ，所以  $y_1 > y_2 = y_3$ ，这与已知条件  $y_3 < y_1 < y_2$  不符，故选项错误，不符合题意；

C . 把点  $(-3, y_1)$ 、 $(-1, y_2)$ 、 $(1, y_3)$  代入  $y=\frac{3}{x}$ ，解得  $y_1=-1$ ， $y_2=-3$ ， $y_3=3$ ，所以  $y_2 < y_1 < y_3$ ，这与已知条件



$y_3 < y_1 < y_2$  不符，故选项错误，不符合题意；

D. 把点  $(-3, y_1), (-1, y_2), (1, y_3)$  代入  $y = -\frac{3}{x}$ ，解得  $y_1=1, y_2=3, y_3=-3$ ，所以  $y_3 < y_1 < y_2$ ，这与已知条件  $y_3 < y_1 < y_2$  相符，故选项正确，符合题意；

故选：D.

【点睛】此题考查了一次函数、反比例函数以及二次函数，解题的关键是掌握函数值的大小变化和函数的性质.

二、填空题（本题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。请把答案填写在答题卡相应位置上）

7. 【答案】  $3(a+2)(a-2)$

【答案】  $9.032 \times 10^3$

【解析】

【分析】用科学记数法表示较大的数时，一般形式为  $a \times 10^n$ ，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数，且  $n$  比原来的整数位数少 1，据此判断即可.

【详解】解：  $9032 = 9.032 \times 10^3$  .

故答案为：  $9.032 \times 10^3$

8. 【答案】  $3(a+2)(a-2)$

【解析】

【详解】要将一个多项式分解因式的一般步骤是首先看各项有没有公因式，若有公因式，则把它提取出来，之后再观察是否是完全平方或平方差式，若是就考虑用公式法继续分解因式. 因此，

$3a^2 - 12 = 3(a^2 - 4) = 3(a+2)(a-2)$  .

9. 【答案】  $x \geq 1$

【解析】解：根据题意得  $x - 1 \geq 0$ ,

解得  $x \geq 1$  .

故答案为：  $x \geq 1$  .

根据二次根式的被开方数是非负数列出不等式  $x - 1 \geq 0$ ，解不等式即可求得  $x$  的取值范围.

本题考查了二次根式有意义的条件，利用被开方数是非负数得出不等式是解题关键.

10. 【答案】 5

【解析】

【分析】 根据众数的定义求解即可 .

【详解】 解： 这组数据中 5 出现 3 次， 次数最多，  
所以这组数据的众数是 5，  
故答案为： 5 .

【点睛】 本题主要考查众数， 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数 . 熟练掌握众数的定义是解题的关键 .

11. 【答案】 1

【解析】

【分析】 根据方程的系数结合根的判别式， 即可得出  $\Delta=4-4m=0$ ， 解之即可得出结论 .

【详解】 解：  $\because$  关于  $x$  的方程  $x^2-2x+m=0$  有两个相等的实数根，  
 $\therefore \Delta = (-2)^2 - 4m = 4 - 4m = 0$ ，

解得：  $m=1$  .

故答案为： 1 .

【点睛】 本题考查了根的判别式， 牢记“当  $\Delta=0$  时， 方程有两个相等的实数根”是解题的关键 .

12.  $2\pi$

13. 【答案】  $k \leq 1$

【解析】

【分析】 由关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2x + k = 0$  有实数根， 可得  $4 - 4k \geq 0$ ， 再解不等式可得答案 .

【详解】 解：  $\because$  关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2x + k = 0$  有实数根，

$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times k \geq 0$ ， 即  $4 - 4k \geq 0$ ，

解得：  $k \leq 1$  .

故答案为：  $k \leq 1$  .

14.  $\frac{4\pi}{3}$

【分析】 由含 30 度直角三角形的性质求出  $AB$ ， 根据弧长公式即可求出结论 .

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/708072041061007003>