

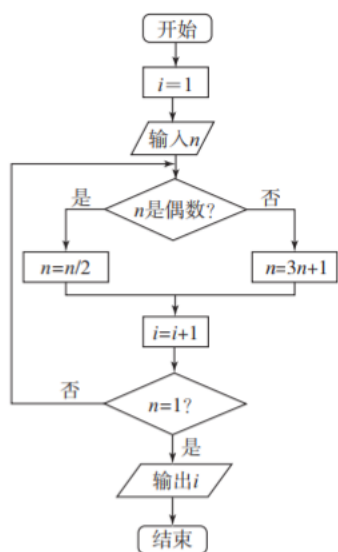
琼山中学 2024 届高三数学试题考前最后一卷预测卷（七）

注意事项

1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。
3. 考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. “角谷猜想”的内容是：对于任意一个大于 1 的整数 n ，如果 n 为偶数就除以 2，如果 n 是奇数，就将其乘 3 再加 1，执行如图所示的程序框图，若输入 $n=10$ ，则输出 i 的（ ）



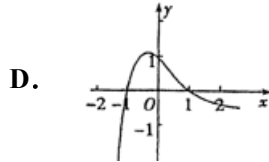
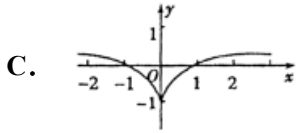
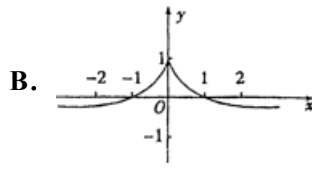
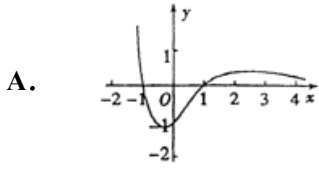
- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
2. 设 m 、 n 是两条不同的直线， α 、 β 是两个不同的平面，则 $m \perp \beta$ 的一个充分条件是（ ）

A. $\alpha \perp \beta$ 且 $m \subset \alpha$ B. $m \parallel n$ 且 $n \perp \beta$ C. $\alpha \perp \beta$ 且 $m \parallel \alpha$ D. $m \perp n$ 且 $n \parallel \beta$
 3. 《聊斋志异》中有这样一首诗：“挑水砍柴不堪苦，请归但求穿墙术。得诀自谓无所阻，额上坟起终不悟。”在这里，我们称形如以下形式的等式具有“穿墙术”： $2\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{2\frac{2}{3}}$ ， $3\sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{3\frac{3}{8}}$ ， $4\sqrt{\frac{4}{15}} = \sqrt{4\frac{4}{15}}$ ， $5\sqrt{\frac{5}{24}} = \sqrt{5\frac{5}{24}}$ ，则按照以上规律，若 $10\sqrt{\frac{10}{n}} = \sqrt{10\frac{10}{n}}$ 具有“穿墙术”，则 $n =$ （ ）

A. 48 B. 63 C. 99 D. 120
 4. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_n - a_{n-1} = n (n \geq 2)$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n =$ （ ）

A. $\frac{1}{2}n(n+1)$ B. $\frac{1}{2}n(3n-1)$ C. $n^2 - n + 1$ D. $n^2 - 2n + 2$

5. 函数 $f(x) = \frac{1-x^2}{e^x}$ 的图象大致为()



6. 复数 z 满足 $(1+i)z = |1-i|$, 则 $z =$ ()

- A. $1-i$ B. $1+i$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$

7. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$, $a_n = 1 - \frac{1}{a_{n-1}}$ ($n \geq 2$), 则 a_{2018} 等于 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. -1 D. 2

8. i 是虚数单位, $z = \frac{2i}{1-i}$ 则 $|z| =$ ()

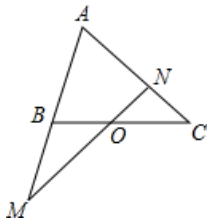
- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$

9. 如果实数 x, y 满足条件 $\begin{cases} x-y+1 \geq 0 \\ y+1 \geq 0 \\ x+y+1 \leq 0 \end{cases}$, 那么 $2x-y$ 的最大值为 ()

- A. 2 B. 1 C. -2 D. -3

10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 O 是 BC 的中点, 过点 O 的直线分别交直线 AB, AC 于不同的两点 M, N , 若

$\vec{AB} = m\vec{AM}$, $\vec{AC} = n\vec{AN}$, 则 $m+n =$ ()



- A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. 3

11. 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \leq 2 \\ 2x-3y \leq 9 \\ x \geq 0 \end{cases}$, 则目标函数 $z = 2x + y$ 的最大值是 ()

- A. 7 B. 5 C. 3 D. 2

12. 若函数 $f(x) = x \ln x - ax^2$ 有两个极值点, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(0, \frac{1}{2})$ B. $(\frac{1}{2}, 1)$ C. $(1, 2)$ D. $(2, e)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知函数 $f(x) = x|x-4|$, 则不等式 $f(a+2) > f(3)$ 的解集为_____.

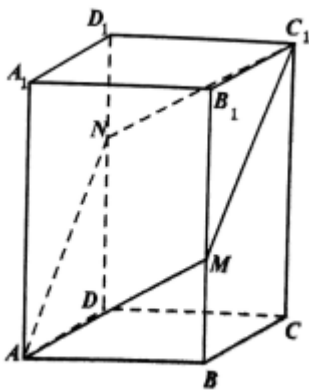
14. 已知复数 $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = a + 2i$ (其中 i 是虚数单位, $a \in \mathbb{R}$), 若 $z_1 \cdot z_2$ 是纯虚数, 则 a 的值为_____.

15. 若变量 x, y 满足: $\begin{cases} 2x - y + 2 \leq 0 \\ x + 2y - 4 \geq 0 \\ x - 3y + 11 \geq 0 \end{cases}$, 且满足 $(t+1)x + (t-1)y + t + 1 = 0$, 则参数 t 的取值范围为_____.

16. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x + y \geq 2 \\ y - 2 \leq 0 \\ 2x - y \leq 2 \end{cases}$, 则 $z = x + y$ 的最大值为_____.

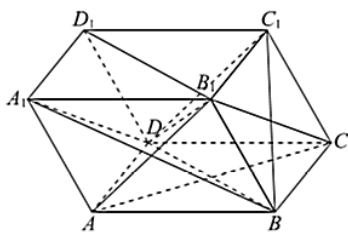
三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图, 在正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 1$, $AA_1 = 3$, 过顶点 A, C_1 的平面与棱 BB_1, DD_1 分别交于 M, N 两点 (不在棱的端点处)。



- (1) 求证: 四边形 AMC_1N 是平行四边形;
- (2) 求证: AM 与 AN 不垂直;
- (3) 若平面 AMC_1N 与棱 BC 所在直线交于点 P , 当四边形 AMC_1N 为菱形时, 求 PC 长.

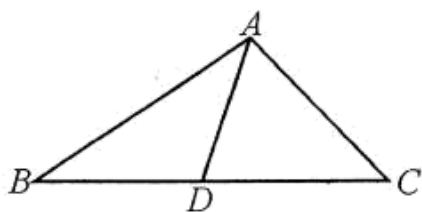
18. (12 分) 如图, 在四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 为菱形, $AB_1 = CB_1$.



(1) 证明：平面 $BDD_1B_1 \perp$ 平面 $ABCD$ ；

(2) 若 $\angle DAB = 60^\circ$ ， $\triangle DB_1B$ 是等边三角形，求二面角 $A_1 - BD - C_1$ 的余弦值。

19. (12分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在 BC 上， $\angle CAD = \frac{\pi}{4}$ ， $AC = \frac{7}{2}$ ， $\cos \angle ADB = -\frac{\sqrt{2}}{10}$ 。



(1) 求 $\sin C$ 的值；

(2) 若 $BD = 5$ ，求 AB 的长。

20. (12分) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，已知 $(a+c)b = \frac{12}{5}ac$ 。

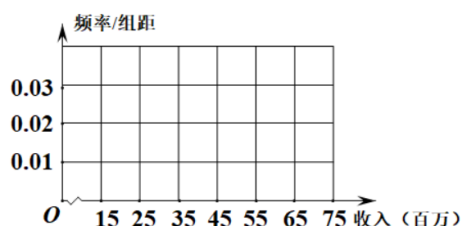
(1) 若 a, b, c 成等差数列，求 $\cos B$ 的值；

(2) 是否存在 $\triangle ABC$ 满足 B 为直角？若存在，求 $\sin A$ 的值；若不存在，请说明理由。

21. (12分) 某市调研机构对该市工薪阶层对“楼市限购令”态度进行调查，抽调了 50 名市民，他们月收入频数分布表和对“楼市限购令”赞成人数如下表：

月收入 (单位: 百元)	[15, 25)	[25, 35)	[35, 45)	[45, 55)	[55, 65)	[65, 75)
频数	5	c		10	5	5
频率	0.1	a	b	0.2	0.1	0.1
赞成人数	4	8	12	5	2	1

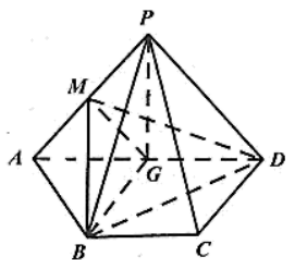
(1) 若所抽调的 50 名市民中，收入在 $[35, 45)$ 的有 15 名，求 a, b, c 的值，并完成频率分布直方图。



(2) 若从收入(单位:百元)在 $[55,65)$ 的被调查者中随机选取2人进行追踪调查,选中的2人中恰有 X 人赞成“楼市限购令”,求 X 的分布列与数学期望.

(3) 从月收入频率分布表的6组市民中分别随机抽取3名市民,恰有一组的3名市民都不赞成“楼市限购令”,根据表格数据,判断这3名市民来自哪组的可能性最大?请直接写出你的判断结果.

22. (10分) 如图,已知四边形 $ABCD$ 的直角梯形, $AD \parallel BC$, $AD \perp DC$, $AD=4$, $DC=BC=2$, G 为线段 AD 的中点, $PG \perp$ 平面 $ABCD$, $PG=2$, M 为线段 AP 上一点(M 不与端点重合).



(1) 若 $AM=MP$,

(i) 求证: $PC \parallel$ 平面 BMG ;

(ii) 求平面 PAD 与平面 BMD 所成的锐二面角的余弦值;

(2) 是否存在实数 λ 满足 $\vec{AM} = \lambda \vec{AP}$,使得直线 PB 与平面 BMG 所成的角的正弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{5}$,若存在,确定的 λ 值,

若不存在,请说明理由.

参考答案

一、选择题: 本题共12小题, 每小题5分, 共60分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、B

【解析】

模拟程序运行, 观察变量值可得结论.

【详解】

循环前 $i=1, n=10$, 循环时: $n=5, i=2$, 不满足条件 $n=1$; $n=16, i=3$, 不满足条件 $n=1$; $n=8, i=4$, 不满足条件 $n=1$; $n=4, i=5$, 不满足条件 $n=1$; $n=2, i=6$, 不满足条件 $n=1$; $n=1, i=7$, 满足条件 $n=1$

，退出循环，输出 $i = 7$ 。

故选：B。

【点睛】

本题考查程序框图，考查循环结构，解题时可模拟程序运行，观察变量值，从而得出结论。

2、B

【解析】

由 $m // n$ 且 $n \perp \beta$ 可得 $m \perp \beta$ ，故选 B。

3、C

【解析】

观察规律得根号内分母为分子的平方减 1，从而求出 n。

【详解】

解：观察各式发现规律，根号内分母为分子的平方减 1

所以 $n = 10^2 - 1 = 99$

故选：C。

【点睛】

本题考查了归纳推理，发现总结各式规律是关键，属于基础题。

4、A

【解析】

利用数列的递推关系式，通过累加法求解即可。

【详解】

数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_1 = 1$ ， $a_n - a_{n-1} = n(n \geq 2, n \in N^*)$ ，

可得 $a_1 = 1$

$a_2 - a_1 = 2$

$a_3 - a_2 = 3$

$a_4 - a_3 = 4$

...

$a_n - a_{n-1} = n$

以上各式相加可得：

$$a_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n+1),$$

故选：A.

【点睛】

本题考查数列的递推关系式的应用，数列累加法以及通项公式的求法，考查计算能力.

5、D

【解析】

根据函数为非偶函数可排除两个选项，再根据特殊值 $f(2)$ 可区分剩余两个选项.

【详解】

因为 $f(-x) = \frac{1-x^2}{e^{-x}} \neq f(x)$ 知 $f(x)$ 的图象不关于 y 轴对称，排除选项 B, C.

又 $f(2) = \frac{1-4}{e^2} = -\frac{3}{e^2} < 0$. 排除 A, 故选 D.

【点睛】

本题主要考查了函数图象的对称性及特值法区分函数图象，属于中档题.

6、C

【解析】

利用复数模与除法运算即可得到结果.

【详解】

$$\text{解: } z = \frac{|1-i|}{1+i} = \frac{\sqrt{2}}{1+i} = \frac{\sqrt{2}(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{\sqrt{2}(1-i)}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i,$$

故选：C

【点睛】

本题考查复数除法运算，考查复数的模，考查计算能力，属于基础题.

7、A

【解析】

分别代值计算可得，观察可得数列 $\{a_n\}$ 是以 3 为周期的周期数列，问题得以解决.

【详解】

$$\text{解: } \because a_1 = 2, \quad a_n = 1 - \frac{1}{a_{n-1}} \quad (n \geq 2),$$

$$\therefore a_2 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2},$$

$$a_3 = 1 - 2 = -1,$$

$$a_4 = 1 - (-1) = 2,$$

$$a_5 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2},$$

...

\therefore 数列 $\{a_n\}$ 是以 3 为周期的周期数列,

$$Q 2018 = 3 \times 672 + 2,$$

$$\therefore a_{2018} = a_2 = \frac{1}{2},$$

故选: A.

【点睛】

本题考查数列的周期性和运用: 求数列中的项, 考查运算能力, 属于基础题.

8、C

【解析】

由复数除法的运算法则求出 z , 再由模长公式, 即可求解.

【详解】

$$\text{由 } z = \frac{2i(1+i)}{1-i^2} = -1+i, |z| = \sqrt{2}.$$

故选: C.

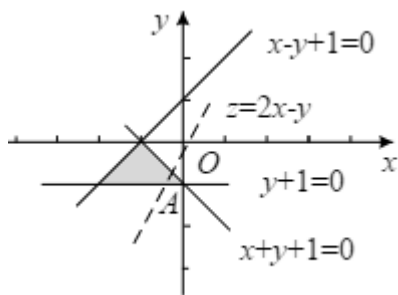
【点睛】

本题考查复数的除法和模, 属于基础题.

9、B

【解析】

解: 当直线 $2x - y = z$ 过点 $A(0, -1)$ 时, z 最大, 故选 B



10、C

【解析】

连接 AO ，因为 O 为 BC 中点，可由平行四边形法则得 $\vec{AO} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$ ，再将其用 \vec{AM} ， \vec{AN} 表示.由 M 、 O 、 N

三点共线可知，其表达式中的系数和 $\frac{m}{2} + \frac{n}{2} = 1$ ，即可求出 $m+n$ 的值.

【详解】

连接 AO ，由 O 为 BC 中点可得，

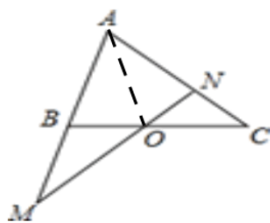
$$\vec{AO} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) = \frac{m}{2}\vec{AM} + \frac{n}{2}\vec{AN},$$

Q M 、 O 、 N 三点共线，

$$\therefore \frac{m}{2} + \frac{n}{2} = 1,$$

$$\therefore m+n=2.$$

故选：C.



【点睛】

本题考查了向量的线性运算，由三点共线求参数的问题，熟记向量的共线定理是关键.属于基础题.

11、B

【解析】

由约束条件作出可行域，化目标函数为直线方程的斜截式，数形结合得到最优解，联立方程组求得最优解的坐标，把最优解的坐标代入目标函数得结论.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/715014311220012001>