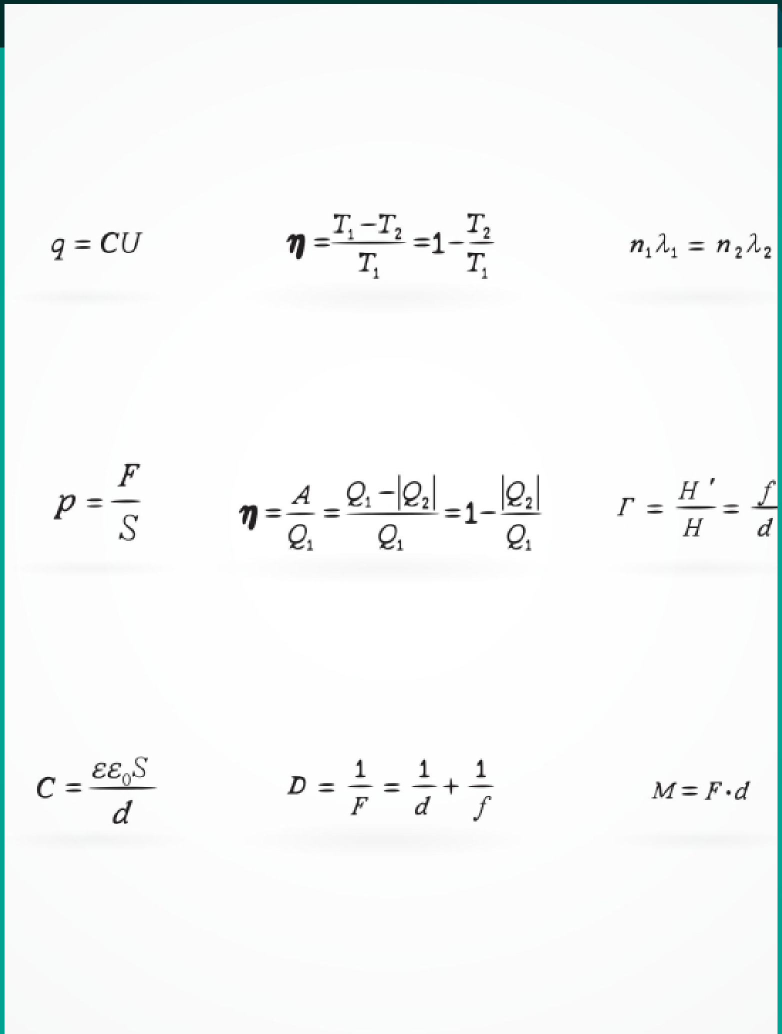
用二分法求方程的近似解(82)

目录

contents

01 二分法简介

定义与原理



二分法是一种求解实数根的迭代算法。

原理：在连续函数$f(x)$在区间$[a, b]$上存在零点，且$f(a) \cdot f(b) < 0$时，取区间中点$c = \frac{a+b}{2}$，若$f(c)=0$，则c为零点；否则，若$f(a) \cdot f(c) < 0$，则零点在区间$[a, c]$上，否则在区间$[c, b]$上。

二分法的应用场景

求解一元方程的实数根。

01

求解函数的零点或极值点。

02

在数值分析、数学建模等领域有广泛应用。

03

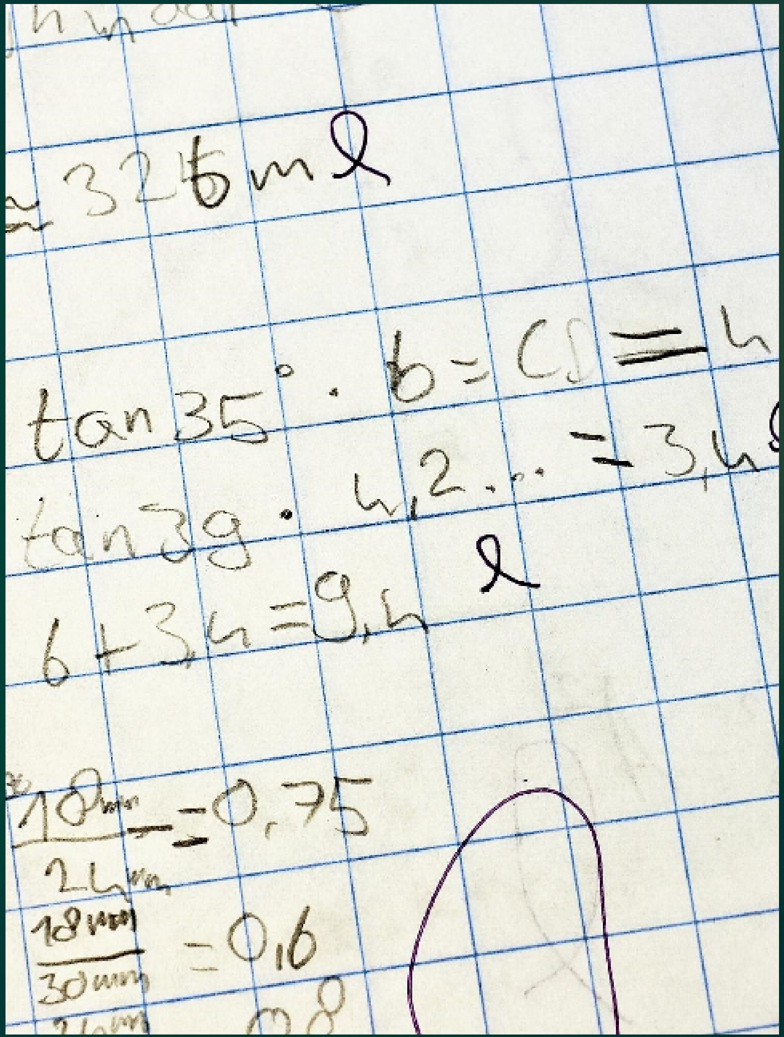
二分法的优势与局限性

优势

简单易行、计算量小、适用范围广。

局限性

只能求解实数根，对于复数根或非线性方程可能不适用；需要满足$f(a) \cdot f(b) < 0$的条件，否则可能无法找到解或收敛速度慢。



02 二分法的基本步骤

确定初始区间

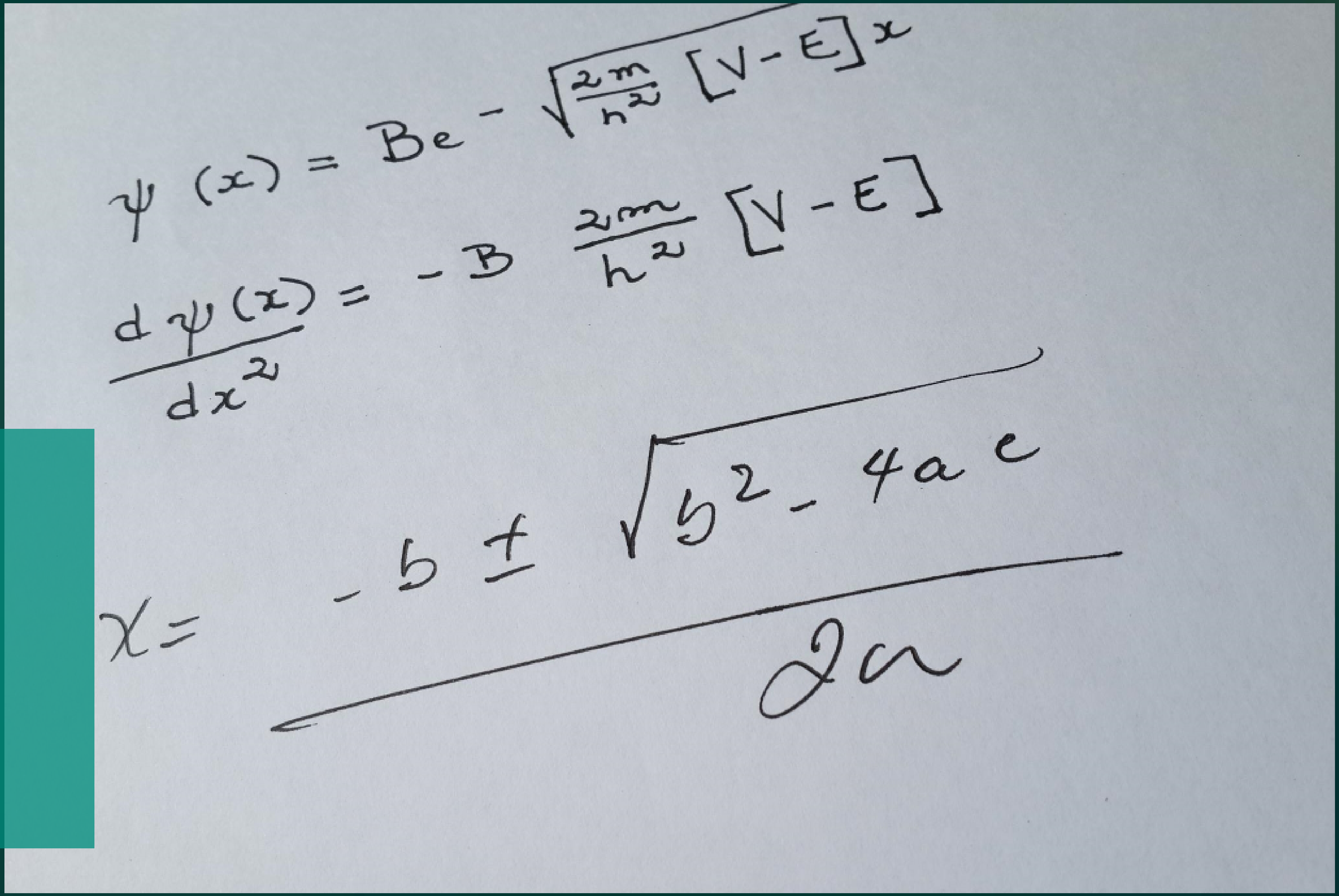
确定初始区间

选择一个初始的区间，包含方程的根

。

确定精度要求

设定一个精度要求，用于控制近似解的精度。



计算中点

计算中点

取初始区间的中点。

计算中点处的函数值

代入中点值到方程中，计算函数值。

判断中点处的函数值

判断中点处的函数值

比较中点处的函数值与零的大小，判断中点是否为根。

确定新的区间

根据中点处的函数值，确定新的区间，即舍弃掉不包含根的区间，保留包含根的区间。

更新区间

- 更新区间：将新的区间作为新的初始区间，重复步骤2-4，直到满足精度要求。

重复步骤直至满足精度要求

03 二分法求解方程的实例

求解简单方程的例子

求解方程 $f(x) = x^2 - 2 = 0$

计算区间中点 $x = \frac{-10 + 10}{2} = 0$

根据中点判断，解在区间右侧，取新区间 $[0, 10]$

确定区间 $[-10, 10]$

判断中点处的函数值 $f(0) = 0^2 - 2 = -2 < 0$

重复上述步骤，直到满足精度要求