

2023 年上海市宝山区中考数学一模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的。

1. (4 分) 已知线段 a 、 b ，如果 $a:b=2:3$ ，那么下列各式中一定正确的是（ ）

A. $2a=3b$ B. $a+b=5$ C. $\frac{a+b}{a}=\frac{5}{2}$ D. $\frac{a+3}{b+2}=1$
2. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上，如果 $AD:BD=1:3$ ，那么下列条件中能判断 $DE \parallel BC$ 的是（ ）

A. $\frac{AE}{AC}=\frac{1}{4}$ B. $\frac{AE}{EC}=\frac{1}{4}$ C. $\frac{AD}{AB}=\frac{1}{4}$ D. $\frac{DE}{BC}=\frac{1}{4}$
3. (4 分) 已知非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ ，下列条件中，能判定向量 $\vec{a}$ 与向量 $\vec{b}$ 方向相同的是（ ）

A. $\vec{a} \parallel \vec{c}$, $\vec{b} \parallel \vec{c}$ B. $|\vec{a}|=2|\vec{b}|$ C. $\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$ D. $\vec{a}=3\vec{c}$, $\vec{b}=2\vec{c}$
4. (4 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(2, 1)$ 与原点 O 的连线与 x 轴的正半轴的夹角为 β ，那么 $\tan\beta$ 的值是（ ）

A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\sqrt{5}$
5. (4 分) 将抛物线 $y=x^2+3$ 向右平移 3 个单位长度，平移后抛物线的表达式为（ ）

A. $y=x^2$ B. $y=x^2-3$
C. $y=(x+3)^2+3$ D. $y=(x-3)^2+3$
6. (4 分) 已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=3$ 、 $BC=4$ 。以 C 为圆心作 $\odot C$ ，如果圆 C 与斜边 AB 有两个公共点，那么圆 C 的半径长 R 的取值范围是（ ）

A. $0 < R < \frac{12}{5}$ B. $R < \frac{12}{5}$ C. $\frac{12}{5} < R \leq 3$ D. $\frac{12}{5} < R \leq 4$

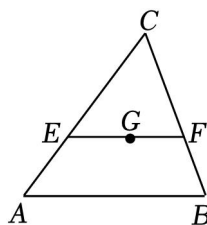
二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 已知线段 $a=2$ ， $b=8$ ，如果线段 c 是 a 、 b 的比例中项，那么 $c=$ _____。
8. (4 分) 已知一个三角形的三边之比为 2:3:4，与它相似的另一个三角形 ABC 的最小边长为 4 厘米，那么三角形 ABC 的周长为 _____ 厘米。
9. (4 分) 计算： $2(\vec{a}-\vec{b})-3(\vec{a}+\vec{b})=$ _____。
10. (4 分) 如果抛物线 $y=ax^2$ 的开口方向向下，那么 a 的取值范围是 _____。
11. (4 分) 抛物线 $y=-(x-1)^2+2$ 的对称轴是 _____。

12. (4分) 正六边形的一个外角的度数为 _____°.
13. (4分) 已知圆 O 的半径为 1, A 是圆 O 内一点, 如果将线段 OA 的长记为 d , 那么 d 的取值范围是 _____.
14. (4分) 如图, 用长为 12 米的篱笆围成一个矩形花圃, 花圃一面靠墙 (墙的长度超过 12 米), 设花圃垂直于墙的一边长为 x 米, 花圃面积为 y 平方米, 那么 y 关于 x 的函数解析式为 _____. (不要求写出定义域)



15. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知线段 EF 经过三角形的重心 G , $EF \parallel AB$, 四边形 $ABFE$ 的面积为 15cm^2 , 那么 $\triangle ABC$ 的面积为 _____ cm^2 .



16. (4分) 已知内切两圆的圆心距为 5, 其中一个圆的半径长等于 2, 那么另一个圆的半径长等于 _____.
17. (4分) 已知相交两圆的半径长分别为 13 和 20, 公共弦的长为 24, 那么这两个圆的圆心距为 _____.
18. (4分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=2$, $\angle A=36^\circ$.

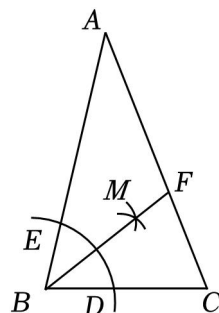
按下列步骤作图:

步骤 1: 以点 B 为圆心, 小于 BC 的长为半径作弧分别交 BC 、 AB 于点 D 、 E ;

步骤 2: 分别以点 D 、 E 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}DE$ 的长为半径作弧, 两弧交于点 M ;

步骤 3: 作射线 BM 交 AC 于点 F .

那么线段 AF 的长为 _____.



三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 计算： $2\cos 60^\circ - |1 - \cot 30^\circ| + \frac{\tan 45^\circ}{\sin 60^\circ - 1}$.

20. (10 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $A(3, 0)$ 、 $B(2, -3)$ 、 $C(0, -3)$.

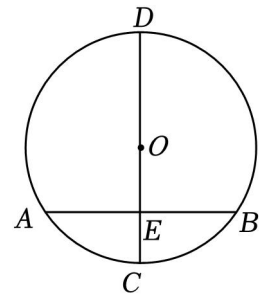
(1) 求抛物线的表达式；

(2) 点 D 与点 E 是抛物线上关于对称轴对称的两点，如果点 D 的横坐标为 -2 ，试求点 E 的坐标.

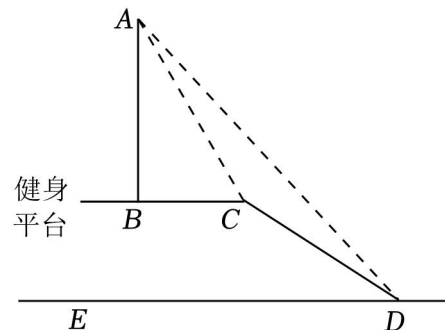
21. (10 分) 如图，已知圆 O 的弦 AB 与直径 CD 交于点 E ，且 CD 平分 AB .

(1) 已知 $AB=6$ ， $EC=2$ ，求圆 O 的半径；

(2) 如果 $DE=3EC$ ，求弦 AB 所对的圆心角的度数.



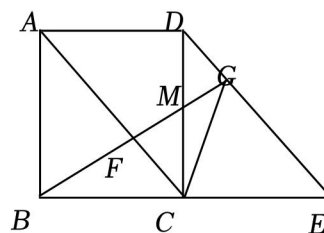
22. (10 分) 如图，某小区车库顶部 BC 是居民健身平台，在平台上垂直安装了太阳能灯 AB . 已知平台斜坡 CD 的坡度 $i=1:\sqrt{3}$ ，坡长为 6 米. 在坡底 D 处测得灯的顶端 A 的仰角为 45° ，在坡顶 C 处测得灯的顶端 A 的仰角为 60° ，求灯的顶端 A 与地面 DE 的距离. (结果保留根号)



23. (12 分) 已知：如图，四边形 $ABCD$ 、 $ACED$ 都是平行四边形， M 是边 CD 的中点，联结 BM 并延长，分别交 AC 、 DE 于点 F 、 G .

(1) 求证： $BF^2 = FM \cdot BG$;

(2) 联结 CG , 如果 $AB = \sqrt{2} CG$, 求证: $\angle BGC = \angle BAC$.

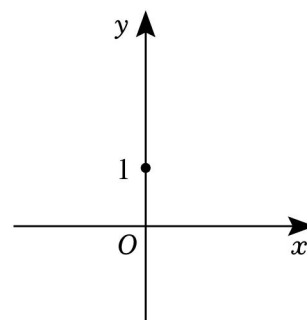


24. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 $A(-1, 0)$ 、 $B(2, 0)$, 将该抛物线位于 x 轴上方的部分沿 x 轴翻折, 得到的新图象记为“图象 U ”, “图象 U ”与 y 轴交于点 C .

(1) 写出“图象 U ”对应的函数解析式及定义域;

(2) 求 $\angle ACB$ 的正切值;

(3) 点 P 在 x 轴正半轴上, 过点 P 作 y 轴的平行线, 交直线 BC 于点 E , 交“图象 U ”于点 F , 如果 $\triangle CEF$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 求点 P 的坐标.



25. (14 分) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 2\sqrt{5}$, $AB = 5$, $\cot \angle ABC = \frac{1}{2}$. 点 D 、 E 分别在边 AC 、 AB 上 (不与端点重合), BD 和 CE 交于点 F , 满足 $\angle ABD = \angle BCE$.

(1) 求证: $CD^2 = DF \cdot DB$;

(2) 如图 2, 当 $CE \perp AB$ 时, 求 CD 的长;

(3) 当 $\triangle CDF$ 是等腰三角形时, 求 $DF:FB$ 的值.

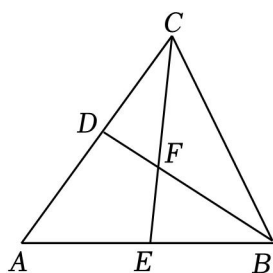


图1

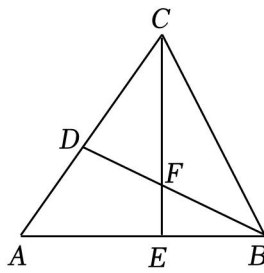
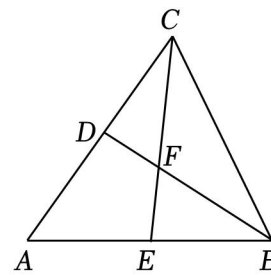


图2



(备用图)

2023 年上海市宝山区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的。

1. 【分析】根据比例的性质进行判断即可.

【解答】解：A、由 $a:b=2:3$ ，得 $3a=2b$ ，故本选项错误，不符合题意；

B、当 $a=4$ ， $b=6$ 时， $a:b=2:3$ ，但是 $a+b=10$ ，故本选项错误，不符合题意；

C、由 $a:b=2:3$ ，得 $\frac{a+b}{a}=\frac{5}{2}$ ，故本选项正确，符合题意；

D、当 $a=4$ ， $b=6$ 时， $a:b=2:3$ ，但是 $\frac{a+3}{b+2}=\frac{7}{8}$ ，故本选项错误，不符合题意.

故选：C.

【点评】本题考查了比例的性质及式子的变形，用到的知识点：在比例里，两外项的积等于两内项的积，比较简单.

2. 【分析】如果一条直线截三角形的两边（或两边的延长线）所得的对应线段成比例，那么这条直线平行于三角形的第三边，进而可得出结论.

【解答】解： $\because AD:BD=1:3$,

$$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{1}{4},$$

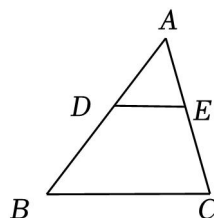
$$\therefore \text{当 } \frac{AE}{AC}=\frac{1}{4} \text{ 时, } \frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC},$$

$\therefore DE \parallel BC$ ，故 A 选项能够判断 $DE \parallel BC$ ；

而 C，B，D 选项不能判断 $DE \parallel BC$.

故选：A.

【点评】本题主要考查了由平行线分线段成比例来判定两条直线是平行线的问题，能够熟练掌握并运用.



3. 【分析】由 $\vec{a} \parallel \vec{c}$ ， $\vec{b} \parallel \vec{c}$ ，可得 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的方向相同或相反；由 $|\vec{a}|=2|\vec{b}|$ 可知， $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的方向相同或相反；由 $\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$ ，可得 $\vec{a}=-\vec{b}$ ，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的方向相反，由 $\vec{a}=3\vec{c}$ ， $\vec{b}=2\vec{c}$ ，可得 $\vec{c}=\frac{1}{3}\vec{a}=\frac{1}{2}\vec{b}$ ，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的方向相同，即可得出答案.

【解答】解：对于 A 选项，由 $\vec{a} \parallel \vec{c}$ ， $\vec{b} \parallel \vec{c}$ ，可得 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，

$\therefore \vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的方向相同或相反，

故A选项不符合题意；

对于B选项， $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的方向相同或相反，

故B选项不符合题意；

对于C选项，由 $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$ ，可得 $\vec{a} = -\vec{b}$ ，

$\therefore \vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的方向相反，

故C选项不符合题意；

对于D选项，由 $\vec{a} = 3\vec{c}$ ， $\vec{b} = 2\vec{c}$ ，可得 $\vec{c} = \frac{1}{3}\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b}$ ，

$\therefore \vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的方向相同，

故D选项符合题意．

故选：D．

【点评】 本题考查平面向量，熟练掌握平面向量的性质是解答本题的关键．

4. **【分析】** 过点A作 $AB \perp x$ 轴，垂足为B，根据垂直定义可得 $\angle ABO = 90^\circ$ ，根据已知可得 $OB = 2$ ， $AB = 1$ ，然后在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中，利用锐角三角函数的定义进行计算即可解答．

【解答】 解：如图：过点A作 $AB \perp x$ 轴，垂足为B，

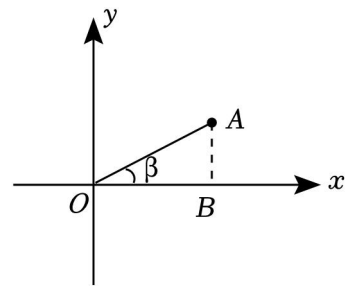
$\therefore \angle ABO = 90^\circ$ ，

$\because$ 点A (2, 1)，

$\therefore OB = 2$ ， $AB = 1$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中， $\tan \beta = \frac{AB}{OB} = \frac{1}{2}$ ，

故选：B．



【点评】 本题考查了解直角三角形，坐标与图形性质，根据题目的已知条件并结合图形添加适当的辅助线是解题的关键．

5. **【分析】** 根据左加右减的平移规律求解即可．

【解答】 解：将抛物线 $y = x^2 + 3$ 向右平移3个单位长度，平移后抛物线的表达式为 $y = (x - 3)^2 + 3$ ，

故选：D．

【点评】 本题考查了二次函数图象的平移规律，熟练掌握二次函数图象的平移规律是解

题的关键.

6. 【分析】作 $CD \perp AB$ 于 D ，由勾股定理求出 AB ，由三角形的面积求出 CD ，由 $AC > BC$ ，可得以 C 为圆心， $R=4$ 为半径所作的圆与斜边 AB 只有一个公共点；若 $\odot C$ 与斜边 AB 有两个公共点，即可得出 R 的取值范围.

【解答】解：作 $CD \perp AB$ 于 D ，如图所示：

$$\because \angle ACB = 90^\circ, AC = 3, BC = 4,$$

$$\therefore AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$$\because \triangle ABC \text{ 的面积} = \frac{1}{2} AB \cdot CD = \frac{1}{2} AC \cdot BC,$$

$$\therefore CD = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{12}{5},$$

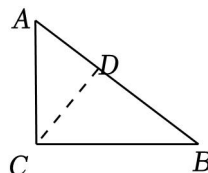
$$\text{即圆心 } C \text{ 到 } AB \text{ 的距离 } d = \frac{12}{5},$$

$$\because AC < BC,$$

$\therefore$ 以 C 为圆心， $R=4$ 为半径所作的圆与斜边 AB 只有一个公共点，

$\therefore$ 若 $\odot C$ 与斜边 AB 有两个公共点，则 R 的取值范围是 $\frac{12}{5} < R \leq 3$.

故选：C.



【点评】此题考查了直线与圆的位置关系、勾股定理以及直角三角形的性质. 此题难度适中，注意掌握数形结合思想的应用.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 【分析】根据线段比例中项的概念 $a : c = c : b$ ，可得 $c^2 = ab = 16$ ，即可求出 c 的值.

【解答】解： $\because$ 线段 c 是 a 、 b 的比例中项，

$$\therefore c^2 = ab = 16,$$

$$\text{解得：} c = \pm 4,$$

又 $\because$ 线段是正数，

$$\therefore c = 4.$$

故答案为：4.

【点评】此题考查了比例线段，掌握比例中项的定义是解题的关键. 注意线段不能是负数.

8. 【分析】相似三角形的对应边的比相等，因而与已知三角形相似的三角形的三边的比也是 2:3:4，即可求得三角形的三边，从而求得周长.

【解答】解：所求三角形的三边的比是 2：3：4，

设最短边是 $2x$ 厘米，则 $2x=4$ ，

解得 $x=2$ ，

因而另外两边的长是 $3x=6$ 厘米， $4x=8$ 厘米．

则三角形的周长是 $6+8+4=18$ （厘米）．

故答案为：18．

【点评】本题考查了相似三角形的性质，相似三角形对应边的比相等，由此得到所求三角形的三边的比也是 2：3：4，是解题关键．

9. 【分析】根据平面向量的加减运算法则计算即可．

【解答】解： $2(\vec{a}-\vec{b})-3(\vec{a}+\vec{b})$

$$=2\vec{a}-2\vec{b}-3\vec{a}-3\vec{b}$$

$$=-\vec{a}-5\vec{b}.$$

故答案为： $-\vec{a}-5\vec{b}$ ．

【点评】本题考查平面向量，熟练掌握平面向量的加减运算法则是解答本题的关键．

10. 【分析】由抛物线的开口方向与 a 的关系求解．

【解答】解： $\because$ 抛物线 $y=ax^2$ 的开口方向向下，

$$\therefore a < 0,$$

故答案为： $a < 0$ ．

【点评】本题考查二次函数图象与系数的关系，解题关键是掌握抛物线开口方向与 a 的符号的关系．

11. 【分析】由二次函数顶点式可得抛物线顶点坐标，进而求解．

【解答】解： $\because y = -(x-1)^2 + 2$ ，

$\therefore$ 抛物线顶点坐标为 $(1, 2)$ ，对称轴为直线 $x=1$ ，

故答案为：直线 $x=1$ ．

【点评】本题考查二次函数的性质，解题关键是掌握二次函数图象与系数的关系．

12. 【分析】根据正多边形的每一个外角都相等和多边形的外角和等于 360 度解答即可．

【解答】解： $\because$ 正六边形的外角和是 360° ，

$$\therefore \text{正六边形的一个外角的度数为：} 360^\circ \div 6 = 60^\circ，$$

故答案为：60.

【点评】本题考查了多边形的外角和的知识，掌握多边形的外角和等于 360 度是解题的关键.

13. 【分析】根据点在圆内， $0 \leq d < r$ ，可得结论.

【解答】解：∵点 A 在圆内，

$$\therefore 0 \leq d < 1,$$

故答案为： $0 \leq d < 1$.

【点评】本题考查点与圆的位置关系，解题的关键是记住：点与圆的位置关系有 3 种. 设 $\odot O$ 的半径为 r ，点 P 到圆心的距离 $OP = d$ ，则有：①点 P 在圆外 $\Leftrightarrow d > r$ ②点 P 在圆上 $\Leftrightarrow d = r$. ③点 P 在圆内 $\Leftrightarrow d < r$.

14. 【分析】由篱笆的总长及花圃垂直于墙的一边长度，可得出花圃平行于墙的一边长为 $(12 - 2x)$ 米，再利用矩形的面积公式，即可得出 y 关于 x 的函数解析式.

【解答】解：∵篱笆的总长为 12 米，花圃垂直于墙的一边长为 x 米，

∴花圃平行于墙的一边长为 $(12 - 2x)$ 米.

根据题意得： $y = x(12 - 2x)$.

故答案为： $y = x(12 - 2x)$.

【点评】本题考查了根据实际问题列二次函数关系式，根据各数量之间的关系，找出 y 关于 x 的函数解析式是解题的关键.

15. 【分析】连接 CG 并延长交 AB 于 H ，由 G 为 $\triangle ABC$ 的重心，可得 $\frac{CG}{CH} = \frac{2}{3}$ ，而 $EF \parallel AB$ ，

有 $\triangle CEF \sim \triangle CAB$ ， $\frac{CE}{CA} = \frac{CG}{CH} = \frac{2}{3}$ ，故 $\frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle CAB}} = (\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$ ，设 $S_{\triangle ABC} = x \text{ cm}^2$ ，有 $\frac{x-15}{x}$

$= \frac{4}{9}$ ，即可解得答案.

【解答】解：连接 CG 并延长交 AB 于 H ，如图：

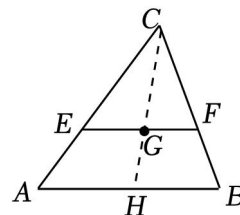
∵ G 为 $\triangle ABC$ 的重心，

$$\therefore CG = 2GH,$$

$$\therefore \frac{CG}{CH} = \frac{2}{3},$$

∵ $EF \parallel AB$ ，

$$\therefore \triangle CEF \sim \triangle CAB, \frac{CE}{CA} = \frac{CG}{CH} = \frac{2}{3},$$



$$\therefore \frac{EF}{AB} = \frac{CE}{AC} = \frac{CG}{CH} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle CAB}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9},$$

设 $S_{\triangle ABC} = x \text{ cm}^2$, 则 $S_{\triangle CEF} = (x - 15) \text{ cm}^2$,

$$\therefore \frac{x-15}{x} = \frac{4}{9},$$

解得 $x = 27$,

故答案为: 27.

【点评】 本题考查三角形的重心, 涉及相似三角形的判定与性质, 解题的关键是掌握三角形重心的性质.

16. **【分析】** 设另一个圆的半径长为 r , 根据两圆内切得出 $r - 2 = 5$ 或 $2 - r = 5$, 再求出 r 即可.

【解答】 解: 设另一个圆的半径长为 r ,

$\because$ 内切两圆的圆心距为 5, 其中一个圆的半径长等于 2,

$$\therefore r - 2 = 5 \text{ 或 } 2 - r = 5,$$

解得: $r = 7$ 或 $r = -3$ (半径不能为负, 舍去),

所以另一个圆的半径长是 7.

故答案为: 7.

【点评】 本题考查了圆与圆的位置关系, 能熟练掌握圆与圆的位置关系的内容是解此题的关键, 已知两圆的半径分别为 a, b ($a > b$), 两圆的圆心距为 d , 那么当 $a - b = d$ 时, 两圆的位置关系是内切.

17. **【分析】** 设半径长分别为 13 和 20 的 $\odot A$ 、 $\odot B$ 相交于点 E 、点 F , $EF = 24$, 连接 AE 、 BE , 则 $AE = 13$, $BE = 20$, 再分两种情况讨论, 一是点 A 、点 B 在直线 EF 的同侧, 延长 BA 交 EF 于点 C , 根据“相交两圆的连心线垂直平分公共弦”得 $\angle BCE = 90^\circ$, $CE = CF = 12$, 可由勾股定理求得 $BC = 16$, $AC = 5$, 则 $AB = BC - AC = 11$; 二是点 A 、点 B 在直线 EF 的异侧, BA 交 EF 于点 D , 则 $BD = 16$, $AD = 5$, $AB = BD + AD = 21$.

【解答】 解: 半径长分别为 13 和 20 的 $\odot A$ 、 $\odot B$ 相交于点 E 、点 F , $EF = 24$,

连接 AE 、 BE , 则 $AE = 13$, $BE = 20$,

如图 1, 点 A 、点 B 在直线 EF 的同侧, 延长 BA 交 EF 于点 C ,

$\because AB$ 垂直平分 EF ,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/716004205202010032>