

2024 年黑龙江省哈尔滨市南岗区松雷中学中考数学三模试卷

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. $\frac{1}{3}$ 的倒数是()

- A. 3 B. $-\frac{1}{3}$ C. -3 D. $\frac{1}{3}$

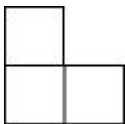
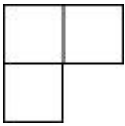
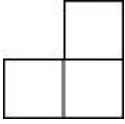
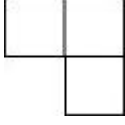
2. 下列运算正确的是()

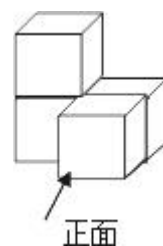
- A. $(a^2)^5 = a^7$ B. $a^2 \cdot a^4 = a^6$ C. $3a^2b - 3ab^2 = 0$ D. $(\frac{a}{2})^2 = \frac{a^2}{2}$

3. 中国“二十四节气”已被正式列入联合国教科文组织人类非物质文化遗产代表作品录.下面四幅作品分别代表“立春”、“芒种”、“白露”、“大雪”，其中是轴对称图形的是()

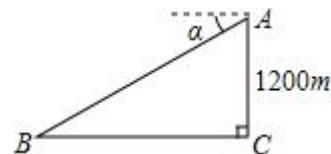
- A.  B.  C.  D. 

4. 由 4 个相同的小立方体搭成的几何体如图所示，则它的主视图是()

- A.  B.  C.  D. 



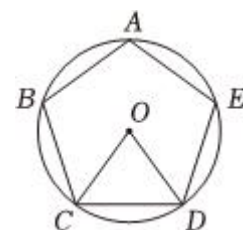
5. 如图，某飞机在空中 A 处探测到它的正下方地平面上目标 C，此时飞行高度 $AC = 1200m$ ，从飞机上看地平面指挥台 B 的俯角 $\alpha = 30^\circ$ ，则飞机 A 与指挥台 B 的距离为()



- A. $1200m$ B. $1200\sqrt{2}m$ C. $1200\sqrt{3}m$ D. $2400m$

6. 如图，正五边形 $ABCDE$ 内接于 $\odot O$ ，连接 OC ， OD ，则 $\angle BAE - \angle COD = ()$

- A. 60°



B. 54°

C. 48°

D. 36°

7. 已知点 $M(2, a)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, 其中 a, k 为常数, 且 $k > 0$, 则点 M 一定在()

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

8. 方程 $\frac{1}{3x} = \frac{2}{x+5}$ 的解为()

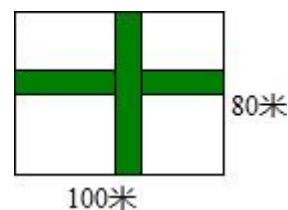
A. $x = -1$

B. $x = 0$

C. $x = -3$

D. $x = 1$

9. 如图, 在长为 100 米, 宽为 80 米的矩形场地上修建两条宽度相等且互相垂直的道路, 剩余部分进行绿化, 要使绿化面积为 7644 米², 则道路的宽应为多少米? 设道路的宽为 x 米, 则可列方程为()



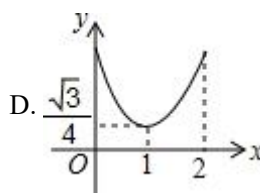
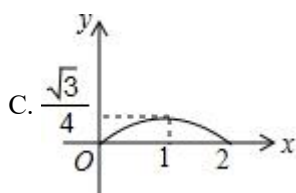
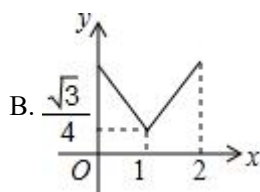
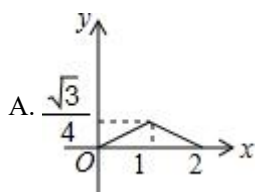
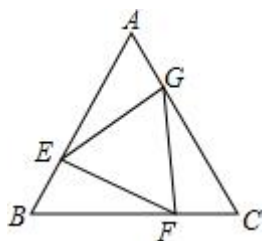
A. $100 \times 80 - 100x - 80x = 7644$

B. $(100 - x)(80 - x) + x^2 = 7644$

C. $(100 - x)(80 - x) = 7644$

D. $100x + 80x = 356$

10. 如图, 已知等边 $\triangle ABC$ 的边长为 2, E, F, G 分别是 AB, BC, CA 上的点, 且 $AE = BF = CG$, 设 $\triangle EFG$ 的面积为 y , AE 的长为 x , 则 y 关于 x 的函数图象大致是()



二、填空题: 本题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分。

11. 目前, 我国基本医疗保险覆盖已超过 13.5 亿人, 数据 13.5 亿用科学记数法表示为_____.

12. 函数 $y = \frac{1}{2x-3}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

13. 计算 $\sqrt{12} - \sqrt{\frac{1}{3}}$ 的结果是_____.

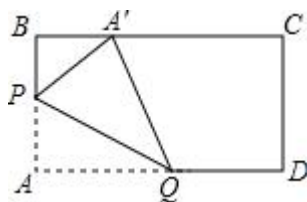
14. 因式分解: $2ab^2 - 4ab + 2a =$ _____.

15. 不等式组 $\begin{cases} 2x+1 \leq 9 \\ 3x-5 > 1 \end{cases}$ 的解集是_____.

16. 若扇形的圆心角为 60° , 弧长为 2π , 则扇形的半径为_____.

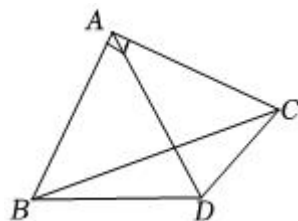
17. 某校欲从初三级部 3 名女生, 2 名男生中任选两名学生代表学校参加全市举办的“中国梦·青春梦”演讲比赛, 则恰好选中一男一女的概率是_____.

18. 在长方形纸片 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $AD = 10$, 如图所示, 折叠纸片, 使点 A 落在 BC 边上的 A' 处, 折痕为 PQ , 当点 A' 在 BC 边上移动时, 折痕的端点 P 、 Q 也随之移动, 若限定 P 、 Q 分别在 AB 、 AD 边上移动, 则 $\triangle A'CQ$ 面积的最大值为_____.



19. 已知, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, O 为 AB 的中点, 过 O 点与 AB 垂直的直线 ON 与 AC 所在的直线交于点 N , 若 $BC = 4$, $CN = 3$, 则 AC 的长为_____.

20. 如图, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = AD$, $\cos \angle ABD = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $BD = 4$, 则 $\triangle BDC$ 的面积为_____.



三、解答题: 本题共 7 小题, 共 60 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

21. (本小题 7 分)

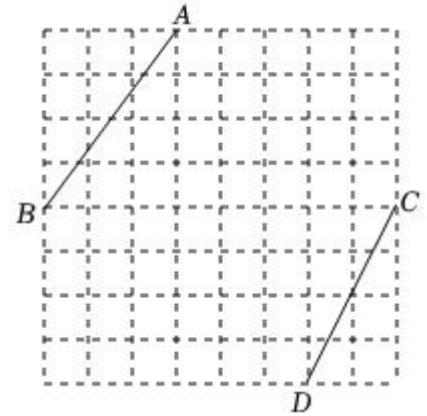
先化简, 再求值 $(1 - \frac{3}{x+2}) \div \frac{x^2-1}{x+2}$ 的值, 其中 $x = 4 \sin 45^\circ - 2 \cos 60^\circ$.

22. (本小题 7 分)

如图, 方格纸中每个小正方形的边长均为 1 个单位长度, 线段 AB 和线段 CD 的端点均在小正方形的顶点上.

(1) 在方格纸中画出一个以线段 AB 为一边的菱形 $ABEF$ (点 E 、点 F 在小正方形的顶点上), 并且菱形 $ABEF$ 的面积为 20.

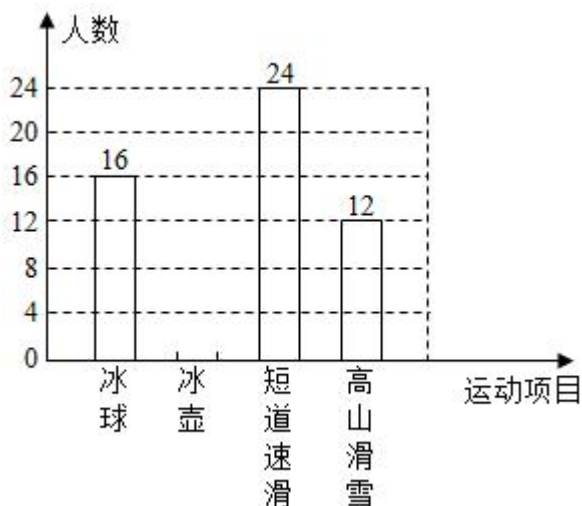
(2) 在方格纸中以 CD 为斜边画出等腰直角三角形 CDK (点 K 在小正方形的顶点上), 连接 BK , 请直接写出线段 BK 的长.



23. (本小题 8 分)

春宁中学开展以“我最喜欢的冰雪运动项目”为主题的调查活动, 围绕“在冰球、冰壶、短道速滑、高山滑雪四种冰雪运动项目中, 你最喜欢哪一种? (必选且只选一种)”的问题, 在全校范围内随机抽取部分学生进行问卷调查, 将调查结果整理后绘制成如图所示的不完整的条形统计图, 其中最喜爱短道速滑的学生人数占所调查人数的 40%. 请你根据图中提供的信息解答下列问题:

- (1) 在这次调查中, 一共抽取了多少名学生?
- (2) 请通过计算补全条形统计图;
- (3) 若春宁中学共有 1500 名学生, 请你估计该中学最喜欢高山滑雪的学生共有多少名.



24. (本小题 8 分)

海市某化妆品商店决定购进 A 、 B 两种品牌的防晒护肤霜. 经预算知, 若购进 A 品牌防晒霜 5 套, B 品牌防晒霜 6 套, 则需 950 元; 若购进 A 品牌防晒霜 3 套, B 品牌防晒霜 2 套, 则需 450 元.

(1) 求 A 、 B 两种品牌的防晒霜每套的进价各为多少元？

(2) 根据市场需求，商店购进 B 品牌的数量比购进 A 品牌的数量的 2 倍多 4 套，销售 1 套 A 品牌防晒霜的价格为 130 元，销售 1 套 B 品牌防晒霜的价格为 95 元，若这批防晒霜全部售出后，利润不少于 1200 元. 求 A 种品牌防晒霜至少要进多少套？

25. (本小题 10 分)

问题情境：“综合与实践”课上，老师提出如下问题：将图 1 中的矩形纸片沿对角线剪开，得到两个全等的三角形纸片，表示为 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DFE$ ，其中 $\angle ACB = \angle DEF = 90^\circ$ ， $\angle A = \angle D$. 将 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DFE$ 按图 2 所示方式摆放，其中点 B 与点 F 重合 (标记为点 B)，点 E 落在 $\triangle ABC$ 内

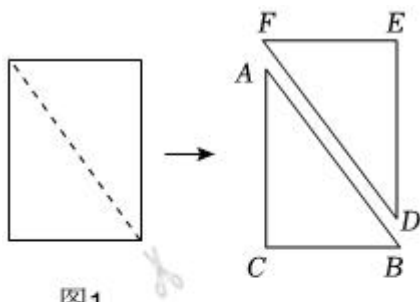


图1

部.

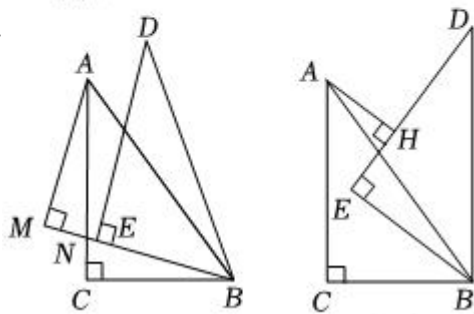


图2

图3

深入探究：

① “善思小组”提出问题：如图 2，当 $\angle ABE = \angle BAC$ 时，过点 A 作 $AM \perp BE$ 交 BE 的延长线于点 M ，

BM 与 AC 交于点 N . 试猜想线段 AM 和 BE 的数量关系，并加以证明.

② “智慧小组”提出问题：如图 3，当 $\angle CBE = \angle BAC$ 时，过点 A 作 $AH \perp DE$ 于点 H ，若 $BC = 9$ ， $AC = 12$ ，则 AH 的长为_____.

26. (本小题 10 分)

已知， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 E 是弧 AC 的中点，连接 AE 、 CE 、 BE .

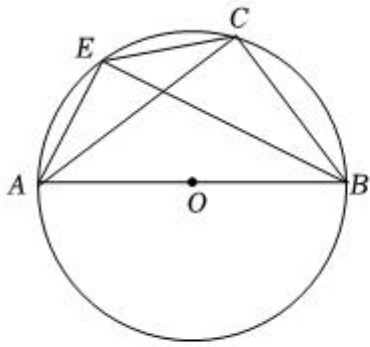


图1

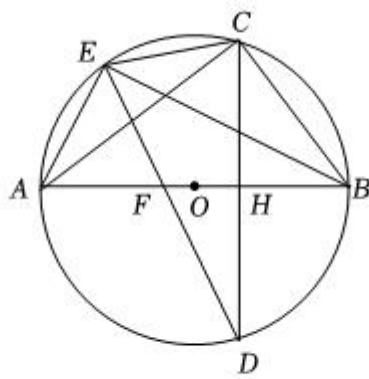


图2

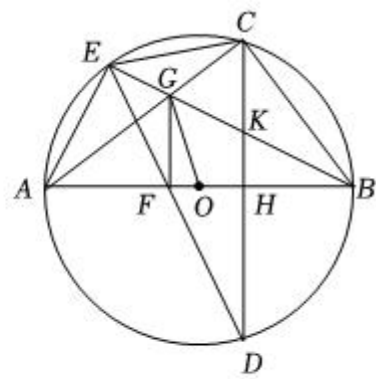


图3

(1) 如图1, 求证: $\angle CEB + 2\angle ACE = 90^\circ$;

(2) 如图2, 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 H , 交 $\odot O$ 于点 D , 连接 ED 交 AB 于点 F , 求证: $EA = EF$;

(3) 如图3, 在(2)的条件下, BE 交 CD 于点 K , 交 AC 于点 G , 连接线段 FG 、 OG , 若 $EG : GK = 5 : 6$, $S_{\triangle EFG} = 15$, 求 OG 的长.

27. (本小题 10 分)

如图1, 在平面直角坐标系中, O 为坐标原点, 抛物线 $y = ax^2 + bx - 3$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点, 其中 $A(-2, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 且 $OB = OC$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 如图2, 点 P 是抛物线第四象限上的一个动点, 连接 AP 交 y 轴于点 E , 设点 P 的横坐标为 t , $\triangle AEO$ 的面积为 S , 求 S 关于 t 的函数解析式 (不要求写出自变量 t 的取值范围);

(3) 如图3, 在(2)的条件下, 过点 P 作 $PD \parallel y$ 轴交 BC 于点 D , 将 $\angle PAB$ 沿 AB 进行翻折, AP 的对应边交抛物线于点 Q , 过 Q 作 x 轴的垂线交 CP 的延长线于点 M , 连接 DQ , 点 R 在 AQ 上, 连接 CR , 若 $DQ = CM$, 且 $\angle PAB + \angle BCM = 90^\circ - \angle ARC$, 求点 R 的坐标.

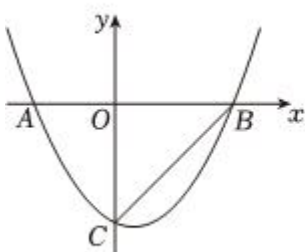


图1

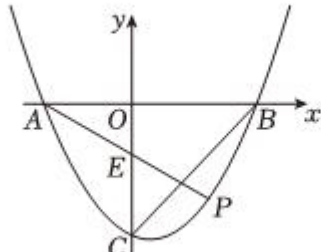


图2

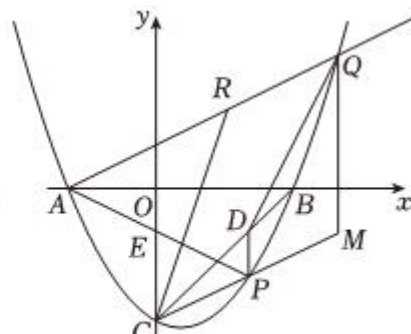


图3

答案和解析

1. 【答案】A

【解析】解： $\frac{1}{3}$ 的倒数是3，

故选：A.

根据倒数的意义，乘积是1的两个数互为倒数，0没有倒数，求一个数的倒数，把这个数的分子和分母掉换位置即可.

此题考查的目的是理解倒数的意义，掌握求倒数的方法及应用，明确：1的倒数是1，0没有倒数.

2. 【答案】B

【解析】解：A、 $(a^2)^5 = a^{10}$ ，错误，不符合题意；

B、 $a^2 \cdot a^4 = a^6$ ，正确，符合题意；

C、 $3a^2b$ 与 $3ab^2$ 不能合并，错误，不符合题意；

D、 $(\frac{a}{2})^2 = \frac{a^2}{4}$ ，错误，不符合题意；

故选：B.

根据幂的乘方、同底数幂的乘法、积的乘方和合并同类项计算即可.

此题考查幂的乘方、同底数幂的乘法、积的乘方和合并同类项，关键是根据法则进行计算.

3. 【答案】D

【解析】解：A、不是轴对称图形，故本选项不符合题意；

B、不是轴对称图形，故本选项不符合题意；

C、不是轴对称图形，故本选项不符合题意；

D、是轴对称图形，故本选项符合题意.

故选：D.

根据轴对称图形的知识求解.

本题考查了轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合.

4. 【答案】A

【解析】解：几何体的主视图有2列，每列小正方形数目分别为2，1，

故选：A.

主视图有2列，每列小正方形数目分别为2，1.

本题考查实物体的三视图. 在画图时一定要将物体的边缘、棱、顶点都体现出来, 看得见的轮廓线都画成实线, 看不见的画成虚线, 不能漏掉. 本题画几何体的三视图时应注意小正方形的数目及位置.

5. 【答案】D

【解析】解: $\because \angle ABC = \angle \alpha = 30^\circ$,

$$\therefore AB = \frac{AC}{\sin 30^\circ} = \frac{1200}{\frac{1}{2}} = 2400(m),$$

即飞机 A 与指挥台 B 的距离为 $2400m$.

故选: D.

首先根据图示, 可得 $\angle ABC = \angle \alpha = 30^\circ$, 然后在 $Rt\triangle ABC$ 中, 用 AC 的长度除以 $\sin 30^\circ$, 求出飞机 A 与指挥台 B 的距离为多少即可.

此题主要考查了解直角三角形的应用-仰角俯角问题, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要善于读懂题意, 把实际问题划归为直角三角形中边角关系问题加以解决.

6. 【答案】D

【解析】解: \because 五边形 $ABCDE$ 是正五边形,

$$\therefore \angle BAE = \frac{(5-2) \times 180^\circ}{5} = 108^\circ, \quad \angle COD = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE - \angle COD = 108^\circ - 72^\circ = 36^\circ,$$

故选: D.

根据多边形的内角和可以求得 $\angle BAE$ 的度数, 根据周角等于 360° , 可以求得 $\angle COD$ 的度数, 然后即可计算出 $\angle BAE - \angle COD$ 的度数.

本题考查正多边形和圆, 解答本题的关键是明确题意, 求出 $\angle BAE$ 和 $\angle COD$ 的度数.

7. 【答案】A

【解析】解: 方法一: \because 点 $M(2, a)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上,

$$\therefore a = \frac{k}{2},$$

$$\because k > 0,$$

$$\therefore a > 0,$$

\therefore 点 M 一定在第一象限.

故选: A.

方法二:

∵反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中， $k > 0$ ，

∴图象的两个分支在一、三象限，

∵点 $M(2, a)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，

∴点 M 一定在第一象限.

故选：A.

把点 $(2, a)$ 代入反比例函数解析式，可得 $a = \frac{k}{2}$ ，由 $k > 0$ 可知 $a > 0$ ，可得点 M 一定在第一象限.

考查反比例函数图象上点的坐标特征；用到的知识点为：反比例函数的比例系数大于 0，图象的两个分支在一、三象限；关键是得到反比例函数的比例系数的符号.

8. 【答案】D

【解析】解：去分母得： $x + 5 = 6x$ ，

解得： $x = 1$ ，

经检验 $x = 1$ 是分式方程的解，

故选：D.

分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

此题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程注意要检验.

9. 【答案】C

【解析】【分析】

此题主要考查了由实际问题抽象出一元二次方程，把中间修建的两条道路分别平移到矩形地面的最上边和最左边是做本题的关键.

把所修的两条道路分别平移到矩形的最上边和最左边，则剩下的草坪是一个长方形，根据长方形的面积公式列方程.

【解答】

解：设道路的宽应为 x 米，由题意有

$$(100 - x)(80 - x) = 7644,$$

故选：C.

10. 【答案】D

【解析】【分析】

本题考查动点问题的函数图象问题，用图象解决问题时，要理清图象的含义即会识图.

根据题意，易得 $\triangle AEG$ 、 $\triangle BEF$ 、 $\triangle CFG$ 三个三角形全等，且在 $\triangle AEG$ 中， $AE = x$ ， $AG = 2 - x$ ；

可得 $\triangle AEG$ 的面积 y 与 x 的关系；进而可判断出 y 关于 x 的函数的图象的大致形状.

【解答】

解：根据题意，有 $AE = BF = CG$ ，且正三角形 ABC 的边长为 2，

故 $BE = CF = AG = 2 - x$ ；

故 $\triangle AEG$ 、 $\triangle BEF$ 、 $\triangle CFG$ 三个三角形全等.

在 $\triangle AEG$ 中， $AE = x$ ， $AG = 2 - x$.

$$\text{则 } S_{\triangle AEG} = \frac{1}{2}AE \times AG \times \sin A = \frac{\sqrt{3}}{4}x(2 - x)；$$

$$\text{故 } y = S_{\triangle ABC} - 3S_{\triangle AEG}$$

$$= \sqrt{3} - 3 \times \frac{\sqrt{3}}{4}x(2 - x) = \frac{\sqrt{3}}{4}(3x^2 - 6x + 4).$$

故可得其大致图象应类似于抛物线，且抛物线开口方向向上；

故选 D .

11. **【答案】** 1.35×10^9

【解析】解：13.5 亿 = 1350000000 = 1.35×10^9 .

故答案为： 1.35×10^9 .

根据科学记数法的要求进行即可.

本题考查了科学记数法表示大数，熟练掌握把小数点点在左边第一个非零数字的后面确定 a ，运用整数位数减去 1 确定 n 值是解题的关键.

12. **【答案】** $x \neq \frac{3}{2}$

【解析】 **【分析】**

本题主要考查函数自变量的取值范围和分式有意义的条件，当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0.

根据分式有意义的条件是分母不为 0，可得到答案. **【解答】**

解：根据题意得 $2x - 3 \neq 0$ ，

$$\text{解可得 } x \neq \frac{3}{2}，$$

$$\text{故答案为 } x \neq \frac{3}{2}.$$

13. **【答案】** $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

【解析】解：原式 $= 2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}$
 $= \frac{5\sqrt{3}}{3}$.

故答案为： $\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

先把各二次根式化为最简二次根式，再合并同类项即可.

本题考查的是二次根式的加减法，熟知二次根式相加减，先把各个二次根式化成最简二次根式，再把被开方数相同的二次根式进行合并，合并方法为系数相加减，根式不变是解答此题的关键.

14. **【答案】** $2a(b-1)^2$

【解析】解：原式 $= 2a(b^2 - 2b + 1)$
 $= 2a(b-1)^2$,

故答案为： $2a(b-1)^2$.

提公因式后利用完全平方公式计算即可.

本题考查因式分解，熟练掌握因式分解的方法是解题的关键.

15. **【答案】** $2 < x \leq 4$

【解析】解： $\begin{cases} 2x + 1 \leq 9 \text{①} \\ 3x - 5 > 1 \text{②} \end{cases}$,

由①得， $x \leq 4$ ，由②得， $x > 2$ ，

故不等式组的解集为： $2 < x \leq 4$.

故答案为： $2 < x \leq 4$.

分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集即可.

本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

16. **【答案】** 6

【解析】解： \because 扇形的圆心角为 60° ，弧长为 2π ，

$$\therefore l = \frac{n\pi R}{180},$$

$$\text{即 } 2\pi = \frac{60\pi \cdot R}{180},$$

则扇形的半径 $R = 6$.

故答案为： 6

利用扇形的弧长公式表示出扇形的弧长，将已知的圆心角及弧长代入，即可求出扇形的半径。

此题考查了弧长的计算公式，扇形的弧长公式为 $l = \frac{n\pi R}{180}$ (n 为扇形的圆心角度数， R 为扇形的半径)，熟练掌握弧长公式是解本题的关键。

17. 【答案】 $\frac{3}{5}$

【解析】解：画树状图为：



共 20 种等可能的结果数，其中选中一男一女的结果数为 12，

\therefore 恰好选中一男一女的概率是 $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$ ，

故答案为： $\frac{3}{5}$ 。

画树状图展示所有 20 种等可能的结果数，再找出选中一男一女的结果数，然后根据概率公式求解。

本题考查了列表法与树状图法：利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，然后利用概率公式求事件 A 或 B 的概率。

18. 【答案】 24

【解析】解：①当 P 与 B 重合时， $BA' = BA = 6$ ，

$\therefore CA' = BC - BA' = 10 - 6 = 4$ ，

②当 Q 与 D 重合时，由勾股定理，得

$$CA' = \sqrt{A'D^2 - CD^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8，$$

$\therefore CA'$ 的最大值是 8，

\therefore 当 CA' 取最大值时， $\triangle A'CQ$ 面积的值最大，

$$\therefore \triangle A'CQ \text{ 面积的最大值} = \frac{1}{2} \times A'C \times CD = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24，$$

故答案为： 24.

根据翻折的性质，可得 BA' 与 AP 的关系，根据线段的和差，可得 $A'C$ ，根据勾股定理，可得 $A'C$ ，根据线段的和差，可得答案。

本题考查了翻折变换（折叠问题），勾股定理，分类讨论是解题关键。

19. 【答案】 8

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/716015035203011100>