

# 人教版高中数学选择性必修第二册 综合测试卷(原卷版)

[时间：120 分钟 满分：150 分]

一、单项选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1. 已知复数  $a+bi = -\frac{(1-i)^2}{1+i}$  ( $i$  是虚数单位， $a, b \in \mathbf{R}$ )，则  $a+b$  等于( )

A. -2

B. -1

C. 0

D. 2

2. 李华家养了白、灰、黑三种颜色的小兔各 1 只，从兔窝中每次摸取 1 只，有放回地摸取 3 次，则 3 次摸取的颜色不全相同的概率为( )

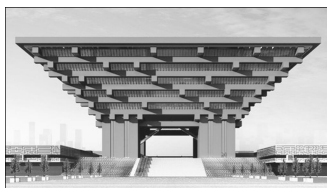
A.  $\frac{1}{9}$

B.  $\frac{8}{9}$

C.  $\frac{1}{3}$

D.  $\frac{2}{3}$

3. 气势磅礴的中国馆——“东方之冠”令人印象深刻，该馆以“东方之冠，鼎盛中华，天下粮仓，富庶百姓”为设计理念，代表中国文化的精神与气质．其形如冠盖，层叠出挑，制似斗拱．它有四根高 33.3 米的方柱，托起斗状的主体建筑，整个建筑的总高度为 60.3 米，上方的“斗冠”类似一个倒置的正四棱台，上底面边长是 139.4 米，下底面边长是 69.9 米，则“斗冠”的侧面与上底面的夹角约为( )



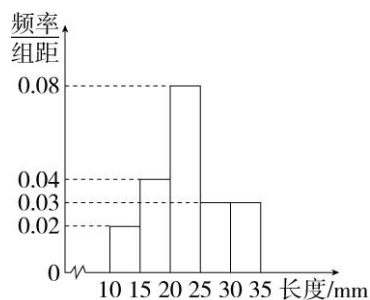
A.  $20^\circ$

B.  $28^\circ$

C.  $38^\circ$

D.  $48^\circ$

4. 某工厂对一批新产品的长度(单位：mm)进行检测，如图是检测结果的频率分布直方图，据此估计这批产品的中位数与平均数分别为(同一组中的数据用这组数据的中点值代表)( )



A. 20, 22.5

B. 22.5, 25

C. 22.5, 22.75

D. 22.75, 22.75

5. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ . 若 $A=60^\circ$ ,  $b=1$ , 其面积为 $\sqrt{3}$ , 则

$$\frac{a+b+c}{\sin A + \sin B + \sin C} = ( \quad )$$

A.  $3\sqrt{3}$

B.  $\frac{26\sqrt{3}}{3}$

C.  $\frac{2\sqrt{39}}{3}$

D.  $\frac{\sqrt{29}}{2}$

6.  $O$ 为平面上的定点,  $A, B, C$ 是平面上不共线的三点, 若 $(\vec{OB} - \vec{OC}) \cdot (\vec{OB} + \vec{OC} - 2\vec{OA}) = 0$ , 则 $\triangle ABC$ 一定是( )

A. 以 $AB$ 为底边的等腰三角形

B. 以 $BC$ 为底边的等腰三角形

C. 以 $AB$ 为斜边的直角三角形

D. 以 $BC$ 为斜边的直角三角形

7. 张衡是中国东汉时期伟大的天文学家、数学家, 他曾经得出圆周率的平方除以十六等于八分之五. 已知三棱锥 $A-BCD$ 的每个顶点都在球 $O$ 的球面上,  $AB \perp$ 底面 $BCD$ ,  $BC \perp CD$ , 且 $AB=CD=\sqrt{3}$ ,  $BC=2$ , 利用张衡的结论可得球 $O$ 的表面积为( )

A. 30

B.  $10\sqrt{10}$

C. 33

D.  $12\sqrt{10}$

8. 已知球的直径 $SC=4$ ,  $A, B$ 是该球球面上的两点,  $AB=2$ ,  $\angle ASC = \angle BSC = 45^\circ$ , 则三棱锥 $S-ABC$ 的体积为( )

A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

C.  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

D.  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

二、多项选择题(本大题共4小题, 每小题5分, 共20分. 在每个小题给出的四个选项中, 有多项是符合题目要求的, 全部选对的得5分, 部分选对的得3分, 有选错的得0分)

9. 已知 $a=(1, 2)$ ,  $b=(3, 4)$ , 若 $a+kb$ 与 $a-kb$ 互相垂直, 则实数 $k$ 可以是( )

A.  $\sqrt{5}$

B.  $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

C.  $-\sqrt{5}$

D.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

10. 已知  $m, n$  是两条不重合的直线,  $\alpha, \beta, \gamma$  是三个两两不重合的平面, 下列命题是真命题的是( )

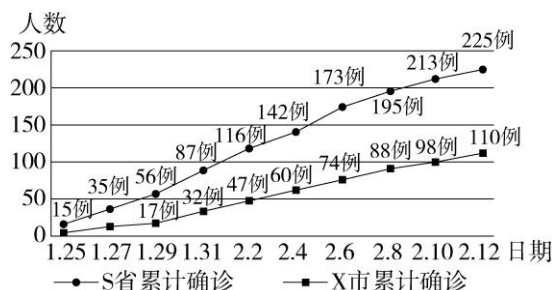
A. 若  $m \perp \alpha, m \perp \beta$ , 则  $\alpha \parallel \beta$

B. 若  $m \subset \alpha, n \subset \beta, m \parallel n$ , 则  $\alpha \parallel \beta$

C. 若  $m, n$  是异面直线,  $m \subset \alpha, m \parallel \beta, n \subset \beta, n \parallel \alpha$ , 则  $\alpha \parallel \beta$

D. 若  $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$ , 则  $\alpha \parallel \beta$

11. 如图所示的折线图是 2020 年 1 月 25 日至 2020 年 2 月 12 日 S 省及该省 X 市新冠肺炎累计确诊病例的折线图, 则下列判断正确的是( )



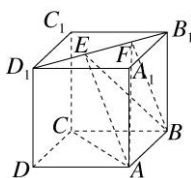
A. 1 月 31 日 S 省新冠肺炎累计确诊病例中 X 市占比超过了  $\frac{1}{3}$

B. 1 月 25 日至 2 月 12 日 S 省及该省 X 市新冠肺炎累计确诊病例都呈递增趋势

C. 2 月 2 日至 2 月 10 日 S 省新冠肺炎累计确诊病例增加了 97 例

D. 2 月 8 日至 2 月 10 日 S 省及该省 X 市新冠肺炎累计确诊病例的增长率大于 2 月 6 日到 2 月 8 日的增长率

12. 如图所示, 正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 1, 线段  $B_1D_1$  上有两个动点  $E, F$ , 且  $EF = \frac{1}{2}$ , 则下列结论中错误的是( )



A.  $AC \perp AF$

B.  $EF \parallel$  平面  $ABCD$

C. 三棱锥  $A-BEF$  的体积为定值

D.  $\triangle AEF$  的面积与  $\triangle BEF$  的面积相等

三、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 请把正确答案填在题中横线上)

13. 若复数  $z_1=4+29i$ ,  $z_2=6+9i$ , 其中  $i$  是虚数单位, 则复数  $(z_1-z_2)i$  的实部为\_\_\_\_\_.
14. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $a=b$ ,  $c^2=2b^2(1-\sin C)$ , 则  $C$  =\_\_\_\_\_.
15. 高三某位同学参加物理、化学、政治科目的等级考试, 已知这位同学在物理、化学、政治科目的考试中得  $A^+$  的概率分别为  $\frac{7}{8}, \frac{3}{4}, \frac{5}{12}$ , 这三门科目考试成绩的结果互不影响, 则这位考生至少得 2 个  $A^+$  的概率是\_\_\_\_\_.
16. 已知直四棱柱  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的棱长均为 2,  $\angle BAD=60^\circ$ . 以  $D_1$  为球心,  $\sqrt{5}$  为半径的球面与侧面  $BCC_1B_1$  的交线长为\_\_\_\_\_.

**四、解答题**(本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答时应写出必要的文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (10 分) 四边形  $ABCD$  是复平面内的平行四边形,  $A, B, C, D$  四点对应的复数分别为  $1+3i, 2i, 2+i, z$ .

(1) 求复数  $z$ ;

(2) 若  $z$  是关于  $x$  的方程  $2x^2-px+q=0$  的一个根, 求实数  $p, q$  的值.

18. (12 分) 在  $\triangle ABC$  中,  $a, b, c$  分别为内角  $A, B, C$  所对的边, 且满足  $\sin C + \sqrt{3}\cos C = 2$ .

(1) 求  $C$  的大小;

(2) 现给出三个条件: ①  $a=\sqrt{3}b$ ; ②  $B=\frac{\pi}{4}$ ; ③  $c=2$ . 试从中选择两个可以确定  $\triangle ABC$  的条件,

写出你的选择并以此为依据求  $\triangle ABC$  的面积  $S$ . (只写出一种情况即可)

19. (12 分) 已知平面内三点  $A(-1, -3), B(2, 1), C(-4, m)$ .

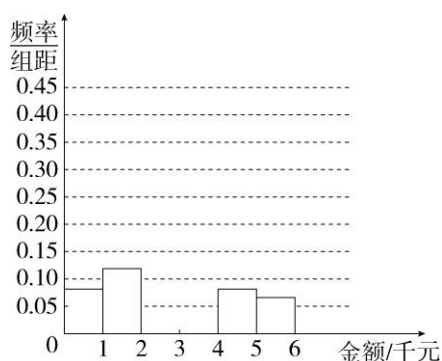
(1) 若  $A, B, C$  三点共线, 求  $m$  的值;

(2) 当  $m=-3$  时, 线段  $BC$  上的点  $D$  满足  $\vec{BD}=2\vec{DC}$ , 求  $\vec{AD} \cdot \vec{BC}$  的值.

20. (12 分) 购物广场某营销部门随机抽查了 100 名市民在 2019 年某节假日期间在购物广场的消费金额, 所得数据如下表, 已知消费金额不超过 3 千元与超过 3 千元的人数比恰为 3:2.

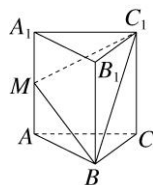
| 消费金额(单位: 千元) | 人数  | 频率   |
|--------------|-----|------|
| (0, 1]       | 8   | 0.08 |
| (1, 2]       | 12  | 0.12 |
| (2, 3]       | $x$ | $p$  |
| (3, 4]       | $y$ | $q$  |
| (4, 5]       | 8   | 0.08 |
| (5, 6]       | 7   | 0.07 |
| 合计           | 100 | 1.00 |

(1)试确定  $x, y, p, q$  的值, 并补全频率分布直方图(如下图);



(2)用分层随机抽样的方法从消费金额在 $(0, 1]$ ,  $(1, 2]$ 和 $(4, 5]$ 的三个群体中抽取 7 人进行问卷调查, 则各群体应抽取几人? 若从这 7 人中随机选取 2 人, 则此 2 人来自同一群体的概率是多少?

21. (12 分)如图, 在正三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $AB=2$ ,  $AA_1=2$ , 由顶点  $B$  沿棱柱侧面经过棱  $AA_1$  到顶点  $C_1$  的最短路线与棱  $AA_1$  的交点记为  $M$ , 求:



(1)三棱柱的侧面展开图的对角线长;

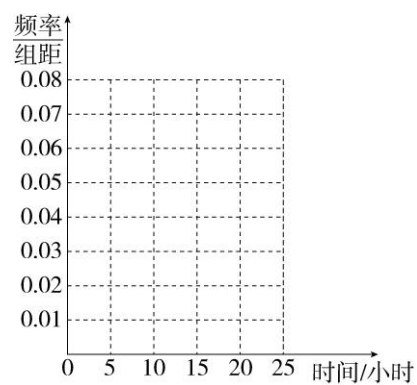
(2)该最短路线的长及  $\frac{A_1M}{AM}$  的值;

(3)平面  $C_1MB$  与平面  $ABC$  所成二面角(锐角)的大小.

22. (12 分)4 月 23 日“世界读书日”来临时, 某校为了解中学生课外阅读情况, 随机抽取了 100 名学生, 并获得了他们一周课外阅读时间(单位: 小时)的数据, 整理得到下表.

| 组号 | 分组         | 频数  | 频率   |
|----|------------|-----|------|
| 1  | $[0, 5)$   | 5   | 0.05 |
| 2  | $[5, 10)$  | $a$ | 0.35 |
| 3  | $[10, 15)$ | 30  | $b$  |
| 4  | $[15, 20)$ | 20  | 0.20 |
| 5  | $[20, 25)$ | 10  | 0.10 |

(1)求  $a, b$  的值, 并在下图中作出这些数据的频率分布直方图; (用阴影涂色)



(2)根据频率分布直方图估计该组数据的众数及中位数(精确到 0.01);

(3)现从第 4, 5 组中用比例分配的分层随机抽样方法抽取 6 人参加校中华诗词比赛, 经过比赛后, 第 4 组得分的平均数  $\bar{x}=7$ , 方差  $s^2=2$ , 第 5 组得分的平均数  $\bar{y}=7$ , 方差  $t^2=1$ , 则这 6 人得分的平均数  $\bar{a}$  和方差  $\sigma^2$  分别为多少(方差精确到 0.01)?



## 人教版高中数学选择性必修第二册 综合测试卷(解析版)

[时间：120 分钟 满分：150 分]

一、单项选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1. 已知复数  $a+bi = \frac{(1-i)^2}{1+i}$  ( $i$  是虚数单位， $a, b \in \mathbf{R}$ )，则  $a+b$  等于( )

A. -2

B. -1

C. 0

D. 2

答案 A

解析 由复数的运算法则，可得

$$a+bi = \frac{(1-i)^2}{1+i} = \frac{-2i}{1+i} = \frac{-2i(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i-2}{2} = -1-i, \text{ 即 } a=-1, b=-1,$$

据此可得  $a+b=-2$ . 故选 A.

2. 李华家养了白、灰、黑三种颜色的小兔各 1 只，从兔窝中每次摸取 1 只，有放回地摸取 3 次，则 3 次摸取的颜色不全相同的概率为( )

A.  $\frac{1}{9}$

B.  $\frac{8}{9}$

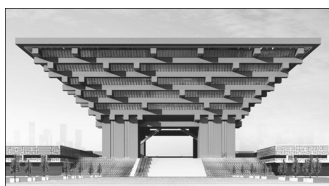
C.  $\frac{1}{3}$

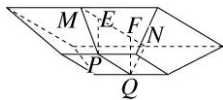
D.  $\frac{2}{3}$

答案 B

解析 记事件  $A = \{3 \text{ 次摸取的颜色不全相同}\}$ ，则其对立事件为  $\bar{A} = \{3 \text{ 次摸取的颜色全相同}\}$ ．从兔窝中有放回地摸取 3 次，每次摸 1 只，则基本事件总数为 27，其中事件  $\bar{A}$  包含的基本事件数为 3. 所以  $P(\bar{A}) = \frac{3}{27} = \frac{1}{9}$ . 故 3 次摸取的颜色不全相同的概率为  $P(A) = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$ .

3. 气势磅礴的中国馆——“东方之冠”令人印象深刻，该馆以“东方之冠，鼎盛中华，天下粮仓，富庶百姓”为设计理念，代表中国文化的精神与气质．其形如冠盖，层叠出挑，制似斗拱．它有四根高 33.3 米的方柱，托起斗状的主体建筑，整个建筑的总高度为 60.3 米，上方的“斗冠”类似一个倒置的正四棱台，上底面边长是 139.4 米，下底面边长是 69.9 米，则“斗冠”的侧面与上底面的夹角约为( )



A.  $20^\circ$ B.  $28^\circ$ C.  $38^\circ$ D.  $48^\circ$ **答案** C**解析** 依题意得“斗冠”的高为  $60.3 - 33.3 = 27$ (米),  
如图,  $M, N, Q, P$  分别为所在棱中点,  $PE, QF$  为高, 连接  $MP, QP, QN, NM, PE = 27$ ,

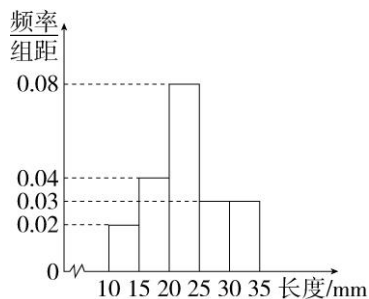
$$ME = \frac{1}{2}(MN - EF) = \frac{1}{2} \times (139.4 - 69.9) = \frac{139}{4},$$

 $\angle PME$  为“斗冠”的侧面与上底面的夹角,

$$\tan \angle PME = \frac{PE}{ME} = \frac{27}{\frac{139}{4}} = \frac{108}{139} \approx 0.78,$$

而  $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0.58$ ,  $\tan 45^\circ = 1$ , 且  $y = \tan x$  在  $(0^\circ, 90^\circ)$  上单调递增,因为  $0.58 < 0.78 < 1$ , 所以  $30^\circ < \angle PME < 45^\circ$ , 只有 C 选项符合题意, 故选 C.

4. 某工厂对一批新产品的长度(单位: mm)进行检测, 如图是检测结果的频率分布直方图, 据此估计这批产品的中位数与平均数分别为(同一组中的数据用这组数据的中点值代表)( )



A. 20, 22.5

B. 22.5, 25

C. 22.5, 22.75

D. 22.75, 22.75

**答案** C**解析** 根据频率分布直方图, 得平均数为  $5 \times (12.5 \times 0.02 + 17.5 \times 0.04 + 22.5 \times 0.08 + 27.5 \times 0.03 + 32.5 \times 0.03) = 22.75$ .

$$\because 0.02 \times 5 + 0.04 \times 5 = 0.3 < 0.5, \quad 0.3 + 0.08 \times 5 = 0.7 > 0.5,$$

 $\therefore$  中位数应在 20~25 内.

$$\text{设中位数为 } x, \text{ 则 } 0.3 + (x - 20) \times 0.08 = 0.5, \text{ 解得 } x = 22.5,$$

 $\therefore$  这批产品的中位数是 22.5. 故选 C.5. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ . 若  $A = 60^\circ$ ,  $b = 1$ , 其面积为  $\sqrt{3}$ , 则

$$\frac{a+b+c}{\sin A + \sin B + \sin C} = ( \quad )$$

A.  $3\sqrt{3}$

B.  $\frac{26\sqrt{3}}{3}$

C.  $\frac{2\sqrt{39}}{3}$

D.  $\frac{\sqrt{29}}{2}$

答案 C

解析 设 $\triangle ABC$ 的面积为 $S$ ,由题意知 $S = \frac{1}{2}bc\sin A$ ,即 $\sqrt{3} = \frac{1}{2}c \cdot \sin 60^\circ$ ,解得 $c=4$ .

由余弦定理得 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A = 1 + 16 - 8 \times \frac{1}{2} = 13$ ,即 $a = \sqrt{13}$ .由正弦定理可得

$$\frac{a+b+c}{\sin A + \sin B + \sin C} = \frac{a}{\sin A} = \frac{\sqrt{13}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{39}}{3}. \text{故选 C.}$$

6.  $O$ 为平面上的定点, $A, B, C$ 是平面上不共线的三点,若 $(\vec{OB} - \vec{OC}) \cdot (\vec{OB} + \vec{OC} - 2\vec{OA}) = 0$ ,则 $\triangle ABC$ 一定是( )

A. 以 $AB$ 为底边的等腰三角形

B. 以 $BC$ 为底边的等腰三角形

C. 以 $AB$ 为斜边的直角三角形

D. 以 $BC$ 为斜边的直角三角形

答案 B

解析 设 $BC$ 的中点 $D$ ,

$$\because (\vec{OB} - \vec{OC}) \cdot (\vec{OB} + \vec{OC} - 2\vec{OA}) = 0,$$

$$\therefore \vec{CB} \cdot (2\vec{OD} - 2\vec{OA}) = 0,$$

$$\therefore \vec{CB} \cdot 2\vec{AD} = 0, \therefore \vec{CB} \perp \vec{AD},$$

$\therefore \triangle ABC$ 的 $BC$ 边上的中线也是高线.故 $\triangle ABC$ 一定是以 $BC$ 为底边的等腰三角形.

7. 张衡是中国东汉时期伟大的天文学家、数学家,他曾经得出圆周率的平方除以十六等于八分之五.已知三棱锥 $A-BCD$ 的每个顶点都在球 $O$ 的球面上, $AB \perp$ 底面 $BCD$ , $BC \perp CD$ ,且 $AB = CD = \sqrt{3}$ , $BC = 2$ ,利用张衡的结论可得球 $O$ 的表面积为( )

A. 30

B.  $10\sqrt{10}$

C. 33

D.  $12\sqrt{10}$

答案 B

解析 因为 $BC \perp CD$ ,易得 $BD = \sqrt{7}$ .又 $AB \perp$ 底面 $BCD$ ,易得 $AD = \sqrt{10}$ ,可将三棱锥补为长和高都为 $\sqrt{3}$ ,宽为2的长方体,则 $AD$ 为其体对角线,球 $O$ 的球心为 $AD$ 的中点,从而球 $O$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/717053150124006133>