【讲练课堂】2022-2023 学年八年级数学上册尖子生同步培优题典【苏科版】

专题 6.4 一次函数的应用：方案设计问题大题专项提升训练（重难点培优）

一、解答题（共 30 题）

1．（2022·江苏·宿迁市钟吾初级中学八年级期末）A 城有某种农机30台，B 城有该农机40台，现要将这些农机全部运往 C，D 两乡，调运任务承包给某运输公司．已知 C 乡需要农机34台，D 乡需要农机36台，从 A 城往 C，D 两乡运送农机的费用分别为250元/台和200元/台，从 B 城往 C，D 两乡运送农机的费用分别为150元/台和240元/台．

(1)设 A 城运往 C 乡该农机 x 台，运送全部农机的总费用为 W 元，求 W 关于 x 的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；

(2)现该运输公司要求运送全部农机的总费用不低于16460元，则有多少种不同的调运方案？将这些方案设计出来；

(3)现该运输公司决定对 A 城运往 C 乡的农机，从运输费中每台减免 a 元($a\leq200$)作为优惠，其它费用不变，如何调运使总费用最少？

【答案】(1)$W=140x+12540(0\leq x\leq30)$

(2)有 3 种不同的调运方案，第一种方案：从 A 城调往 C 城28台，调往 D 城2台，从 B 城调往 C 城6台，调往 D 城34台；第二种方案：从 A 城调往 C 城29台，调往 D 城1台，从 B 城调往 C 城5台，调往 D 城35台；第三种方案：从 A 城调往 C 城30台，调往 D 城 0 台，从 B 城调往 C 城 4 台，调往 D 城36台

(3)从 A 城调往 C 城30台，调往 D 城 0 台，从 B 城调往 C 城 4 台，调往 D 城36台，总费用最少

【分析】（1）根据题意得$W=250x+200(30\text{-}x)+150(34\text{-}x)+240(6+x)$进行计算即可得；

（2）根据题意得，$140x+12540\geq16460$，计算得$x\geq28$，根据$x\leq30$得$28\leq x\leq30$，

则有 3 种不同的调运方案，即可得第一种方案：从 A 城调往 C 城28台，调往 D 城2台，从 B 城调往 C 城6台，调往 D 城34台；第二种方案：从 A 城调往 C 城29台，调往 D 城1台，从 B 城调往 C 城5台，调往 D 城35台；第三种方案：从 A 城调往 C 城30台，调往 D 城 0 台，从 B 城调往 C 城 4 台，调往 D 城36台；

（3）根据题意计算得$W=(140\text{-}a)x+12540$，分情况讨论：①当$0<a<140$时，$140\text{-}a>0$，当$x=0$时，$W_{最小值}=12540$元，此时，从 A 城调往 C 城0台，调往 D 城30台，从 B 城调往 C 城34台，调往 D 城6台; ②当$a=140$时，$W=12540$元，各种方案费用一样多，③当$140<a\leq200$时，$140\text{-}a<0$，$W=\text{-}60x+12540$，当x=30时，$W=\text{-}60\times30+12540=10740$（元），利润最小，此时从 A 城调往 C 城30台，调往 D 城 0 台，从 B 城调往 C 城 4 台，调往 D 城36台．

（1）解：$W=250x+200(30\text{-}x)+150(34\text{-}x)+240(6+x)$

$=140x+12540(0\le x\le 30)$；

（2）解：根据题意得，$140x+12540\ge 16460$，

$$140x\ge 3920$$

$x\ge 28$，

$\because x\le 30$，

$\therefore 28\le x\le 30$，

∴有 3 种不同的调运方案，

第一种方案：从 A 城调往 C 城28台，调往 D 城2台，从 B 城调往 C 城6台，调往 D 城34台；

第二种方案：从 A 城调往 C 城29台，调往 D 城1台，从 B 城调往 C 城5台，调往 D 城35台；

第三种方案：从 A 城调往 C 城30台，调往 D 城 0 台，从 B 城调往 C 城 4 台，调往 D 城36台；

（3）解：$W=(250-a)x+200(30-x)+150(34-x)+240(6+x)$

$=(140-a)x+12540$，

①当$0<a<140$时，$140-a>0$，

当$x=0$时，$W_{最小值}=12540$元，

此时，从 A 城调往 C 城0台，调往 D 城30台，从 B 城调往 C 城34台，调往 D 城6台；

②当$a=140$时，$W=12540$元，

∴各种方案费用一样多，

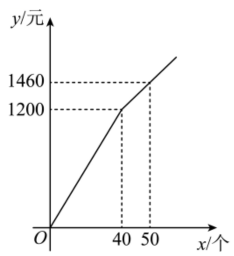
③当$140<a\le 200$时，$140-a<0$，$W=-60x+12540$，

∴ 当x=30时，$W=-60\times 30+12540=10740$（元），利润最小，

此时从 A 城调往 C 城30台，调往 D 城 0 台，从 B 城调往 C 城 4 台，调往 D 城36台.

【点睛】本题考查了一次函数的应用，解题的关键是理解题意，掌握一次函数的性质.

2．（2022·江苏南通·八年级期末）学校体育器材室拟购进甲、乙两种实心球．某公司给出这两种实心球的销售方法为：甲种实心球的销售 y（单位：元）与销售量 x（单位：个）的函数关系如图所示；乙种实心球 20 元/个．



(1)求 y 与 x 之间的函数关系；

(2)若学校体育器材室拟购买这两种实心球共 100 个，且每种均不少于 45 个，请设计最省钱的方案，并说明理由．

【答案】(1)$\begin{cases} y=30x\left(0<x\le 40\right) \\ y=26x+160\left(x>40\right) \end{cases}$

(2)购买甲种实心球 45 个，乙种实心球 55 个；理由见解析

【分析】（1）根据函数图象，分两段用待定系数法，求出函数的解析式即可；

（2）设购买甲种实心球 m 个，则乙种实心球$(100-m)$个，需要花费 w 元，根据题意列出函数关系式，根据每种均不少于 45 个，求出 m 的取值范围，根据函数的增减性，得出答案即可．

（1）解：当$0<x\le 40$时，设$y=kx(k\neq 0)$，把$x=40$，$y=1200$代入得：

$40k=1200$，解得：$k=30$，

∴当$0<x\le 40$时，设$y=30x$，

当$x>40$时，设$y=k'x+b(k'\neq 0)$，把$x=40$，$y=1200$和$x=50$，$y=1460$分别代入得：

$\begin{cases} 40k'+b=1200 \\ 50k'+b=1460 \end{cases}$，解得：$\begin{cases} k'=26 \\ b=160 \end{cases}$，

∴当$x>40$时，设$y=26x+160$，

综上分析可知，y 与 x 之间的函数关系式为$\begin{cases} y=30x\left(0<x\le 40\right) \\ y=26x+160\left(x>40\right) \end{cases}$．

（2）设购买甲种实心球 m 个，则乙种实心球$(100-m)$个，需要花费 w 元，根据题意得：

$$\begin{aligned} w&=26m+160+20(100-m) \\ &=26m+160+2000-20m \\ &=6m+2160 \end{aligned}$$

∵每种均不少于 45 个，

∴$\begin{cases} m\ge 45 \\ 100-m\ge 45 \end{cases}$，

解得：$45\le m\le 55$，

∵$6>0$，

∴w 随 m 的增大而增大，当 m 取最小值 45 时，w 取最小值，且最小值为：

$w_{最小}=6\times 45+2160=2430$，

即购买甲种实心球 45 个，乙种实心球 55 个时，花费最少．

【点睛】本题主要考查了求一次函数解析式和一次函数的应用，根据题意列出 w 与 m 的函数关系式，并求

出 m 的取值范围，是解题的关键.

3．(2022·江苏盐城·八年级期末）某中学计划举办以“学党史·感党恩”为主题的知识竞赛，并对获奖的同学给予奖励，现要购买甲、乙两种奖品，已知 1 件甲种奖品和 2 件乙种奖品共需 40 元，2 件甲种奖品和 3 件乙种奖品共需 70 元.

(1)求甲、乙两种奖品的单价；

(2)根据颁奖计划，该中学需甲、乙两种奖品共 50 件，设购买两种奖品总费用为 y（元），甲种奖品 x（件），求 y 与 x 的函数关系式；

(3)在（2）的条件下，乙种奖品数量不大于甲种奖品数量的 2 倍，如何购买才能使总费用最少？并求出最少费用.

【答案】(1)甲种奖品的单价为 20 元，乙种奖品的单价为 10 元；

(2)$y=10x+500$；

(3)当购买甲种奖品 17 件，乙种奖品 33 件时，所需费用最少，最少费用为 670 元.

【分析】（1）设甲种奖品的单价为 a 元，乙种奖品的单价为 b 元，根据题意列二元一次方程组，解方程组，问题得解；

（2）设购买两种奖品总费用为 y（元），甲种奖品 x（件），则购买乙种奖品$(50-x)$件，根据总费用等于甲乙两种奖品费用之和得到 y 与 x 的函数关系式，化简即可；

（3）根据乙种奖品数量不大于甲种奖品数量的 2 倍，得到 x 的取值范围，结合一次函数的性质和 x 为正整数，即可得出结果.

（1）解：设甲种奖品的单价为 a 元，乙种奖品的单价为 b 元，

依题意，得：$\begin{cases} a+2b=40 \\ 2a+3b=70 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} a=20 \\ b=10 \end{cases}$.

答：甲种奖品的单价为 20 元，乙种奖品的单价为 10 元；

（2）解：设购买两种奖品总费用为 y（元），甲种奖品 x（件），则购买乙种奖品$(50-x)$件，

依题意，得：$y=20x+10(50-x)=10x+500$，

即 y 与 x 的函数关系式：$y=10x+500$；

（3）解：由题意得 $0\le 50-x\le 2x$，

$\therefore \frac{50}{3}\le x\le 50$，

$\because y=10x+500$，$10>0$，

∴y 随 x 的增大而增大，

∵x 是整数，

∴当$x=17$时，

$y_{最小值}=10\times17+500=670$（元），$50-17=33$（件），

∴当购买甲种奖品 17 件，乙种奖品 33 件时，所需费用最少，最少费用为 670 元.

【点睛】本题为二元一次方程组，不等式，一次函数应用题，理解题目中的数量关系，根据题意列出方程组和函数关系式，并熟知一次函数的性质是解题关键.

4.（2022·江苏泰州·八年级期末）某年级 430 名师生秋游，计划租用 8 辆客车，现有甲、乙两种型号客车，它们的载客量和租金如下表：

	甲种客车	乙种客车
载客量（座/辆）	60	45
租金（元/辆）	550	450

(1)设租用甲种客车 x 辆，租车总费用为 y 元．求出 y（元）与 x（辆）之间的函数表达式；

(2)当甲种客车有多少辆时，能保障所有的师生能参加秋游且租车费用最少，最少费用是多少元？

【答案】(1)$y=100x+3600$

(2)当甲种客车有 5 辆时，能保障所有的师生能参加秋游且租车费用最少，最少费用是 4100 元

【分析】（1）设租用甲种客车 x 辆，根据题意列出一次函数解析式即可；

（2）根据题意列出一元一次不等式，求得x的范围，进而根据一次函数的性质求得最值

(1)由题意，得：

$y=550x+450（8-x）$，

化简，得 $y=100x+3600$，

即 y（元）与 x（辆）之间的函数表达式是 $y=100x+3600$；

(2)由题意，得：

$60x+45（8-x）\geq430$，

解得，$x\geq4\frac{2}{3}$且 x 为整数，

∵$y=100x+3600$，

∵$100>0$，

∴y 随 x 的增大而增大，

∴$x=5$ 时，租车费用最少，最少为：$y=100\times5+3600=4100$（元），

即当甲种客车有 5 辆时，能保障所有的师生能参加秋游且租车费用最少，最少费用是 4100 元．

【点睛】本题考查了一次函数的应用，一元一次不等式的应用，根据题意列出一元一次不等式以及一次函数解析式是解题的关键．

5．（2022·江苏连云港·八年级期末）为了改善学校办公环境，某校计划购买A、B两种型号的笔记本电脑共 15 台，已知A型笔记本电脑每台 5200 元，B型笔记本电脑每台 6400 元，设购买A型笔记本电脑x台，购买两种型号的笔记本电脑共需要费用y元．

5200元

6400元

(1)求出y与x之间的函数表达式；

(2)若因为经费有限，学校预算不超过 9 万元，且购买A型笔记本电脑的数量不得大于B型笔记本电脑数量的 2 倍，请问学校共有几种购买方案？哪种方案费用最省，并求出该方案所需费用．

【答案】(1)y与x之间的函数表达式为$y=-1200x+96000$；

(2)学校共有 6 种购买方案，购买A型电脑 10 台，B型电脑 5 台时费用最省，该方案所需费用为 84000 元．

【分析】（1）根据题意可直接进行求解；

（2）由题意易得$\begin{cases}-1200x+96000\le 90000\\ x\le 2(15-x)\end{cases}$，然后可得 x 的范围，然后根据一次函数的性质可进行求解．

(1)解：由题意，得：$y=5200x+6400(15-x)=-1200x+96000$，

$\therefore$ y与x之间的函数表达式为$y=-1200x+96000$；

(2)解：$\because$ 学校预算不超过 9 万元，购买A型笔记本电脑的数量不得大于B型笔记本电脑数量的 2 倍，

$\therefore\begin{cases}-1200x+96000\le 90000\\ x\le 2(15-x)\end{cases}$，

解得：$5\leqslant x\leqslant 10$，

而x为整数，

$\therefore$ x可取 5、6、7、8、9、10，学校共有 6 种购买方案，

由$y=-1200x+96000$，

$\because -1200<0$，

$\therefore$ y随x的增大而减小，

$\because x \leqslant 10$且x为整数，

$\therefore$ 当$x=10$时，y有最小值，$y_{最小}=-1200\times 10+96000=84000$，

此时$15-x=15-10=5$（台），

答：学校共有 6 种购买方案，购买A型电脑 10 台，B型电脑 5 台时费用最省，该方案所需费用为 84000 元．

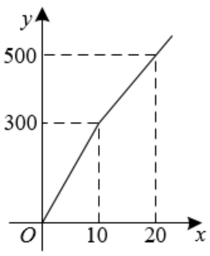
【点睛】本题主要考查一次函数的应用、一元一次不等式组的应用，熟练掌握一次函数的应用是解题的关键．

6．（2022·江苏常州·八年级期末）为迎接周年庆典，某商场面向消费者推出 *VR*（虚拟现实）体验优惠活动，活动方案如下：

方案一：若消费者购买一张 40 元的专享卡，每次 *VR* 体验费用按八折付费；

方案二：若消费者不购买专享卡，当 *VR* 体验超过一定次数后，超过部分享受优惠．

设某消费者参加 *VR* 体验 x 次，按照方案一所需费用为 y_1 元，按照方案二所需费用为 y_2 元，y_2 与 x 之间的函数图像如图所示．



(1)优惠前每次的 *VR* 体验费用是________元；

(2)分别 y_1、y_2 与 x 的函数表达式；

(3)若 *VR* 体验超过 10 次，该消费者将选择哪种方案？为什么？

【答案】(1)30

(2)$y_1=24x+40$，$y_2=\begin{cases}30x(0\le x\le 10)\\20x+100(x>10)\end{cases}$

(3)当 *VR* 体验超过 15 次时，选择方案二，当 *VR* 体验等于 15 次时，两种方案一样，当 *VR* 体验超过 10 次且小于 15 次时，选择方案一

【分析】（1）由函数图像可知$x\le 10$，消费者的体验费用为原价为$\frac{300-0}{10-0}=30$元；

（2）由题意知$y_1=40+30\times 80\%\times x$；当$x\le 10$时，$y_2=30x$，当$x>10$时，设函数表达式为$y_2=kx+b$，将$(10,300)$和$(20,500)$代入$y_2=kx+b$解得$k,b$的值，进而可得函数表达式；

（3）令$40+24x>20x+100$，解得$x>15$，可知当体验次数大于 15 次时，选择方案二更优惠；当体验次

数等于 15 次时，两方案均可；当体验次数超过 10 次小于 15 次时，选择方案一更优惠．

（1）解：由函数图像可知$x \leq 10$，消费者的体验费用为原价

∵$\frac{300-0}{10-0}=30$

∴优惠前每次的 VR 体验费用是 30 元．

（2）解：由题意知$y_1=40+30\times 80\%\times x=40+24x$

当$x \leq 10$时，$y_2=30x$

当$x>10$时，设函数表达式为$y_2=kx+b$

将$(10,300)$和$(20,500)$代入$y_2=kx+b$得$\begin{cases}300=10k+b\\500=20k+b\end{cases}$

解得$\begin{cases}k=20\\b=100\end{cases}$

∴$y_2=20x+100$

∴y_1、y_2与 x 的函数表达式分别为$y_1=40+24x$，$y_2=\begin{cases}30x(0\leq x\leq 10)\\20x+100(10<x)\end{cases}$．

（3）解：令$40+24x>20x+100$

解得$x>15$

可知当体验次数大于 15 次时，选择方案二更优惠；

当体验次数等于 15 次时，两方案均可；

当体验次数超过 10 次小于 15 次时，选择方案一更优惠；

∴当 VR 体验超过 15 次时，选择方案二，当 VR 体验等于 15 次时，两种方案一样，当 VR 体验超过 10 次且小于 15 次时，选择方案一．

【点睛】本题考查了一次函数，分段函数的应用．解题的关键在于从函数图象上获取信息．

7．（2022·江苏无锡·八年级期末）经开区某中学计划举行一次知识竞赛，并对获奖的同学给予奖励．现要购买甲、乙两种奖品，已知 1 件甲种奖品和 2 件乙种奖品共需 40 元，2 件甲种奖品和 3 件乙种奖品共需 70 元．

(1)求甲、乙两种奖品的单价；

(2)根据颁奖计划，该中学需甲、乙两种奖品共 60 件，且甲种奖品不少于乙种奖品的一半，应如何购买才能使总费用最少？并求出最少费用．

【答案】(1)甲种奖品的单价为 20 元/件，乙种奖品的单价为 10 元/件；

(2)当学习购买 20 件甲种奖品、40 件乙种奖品时，总费用最少，最少费用是 800 元．

【分析】（1）设甲种奖品的单价为 x 元/件，乙种奖品的单价为 y 元/件，根据“购买 1 件甲种奖品和 2 件乙种

奖品共需 40 元，购买 2 件甲种奖品和 3 件乙种奖品共需 70 元”，即可得出关于 x，y 的二元一次方程组，解之即可得出结论；

（2）设购买甲种奖品 m 件，则购买乙种奖品（60-m）件，设购买两种奖品的总费用为 w，由甲种奖品的数量不少于乙种奖品数量的一半，可得出关于 m 的一元一次不等式，解之可得出 m 的取值范围，再由总价=单价×数量，可得出 w 关于 m 的函数关系式，利用一次函数的性质即可解决最值问题.

(1)设甲种奖品的单价为 x 元/件，乙种奖品的单价为 y 元/件，

依题意，得：$\begin{cases} x+2y=40 \\ 2x+3y=70 \end{cases}$，

解得$\begin{cases} x=20 \\ y=10 \end{cases}$，

答：甲种奖品的单价为 20 元/件，乙种奖品的单价为 10 元/件.

(2)设购买甲种奖品 m 件，则购买乙种奖品（60-m）件，设购买两种奖品的总费用为 w 元，

∵甲种奖品的数量不少于乙种奖品数量的一半，

∴$m \geq \frac{1}{2}(60-m)$，

∴$m \geq 20$.

依题意，得：$w=20m+10(60-m)=10m+600$，

∵$10>0$，

∴w 随 m 值的增大而增大，

∴当学校购买 20 件甲种奖品、40 件乙种奖品时，总费用最少，最少费用是 800 元.

【点睛】本题考查了二元一次方程组的应用、一元一次不等式的应用以及一次函数的应用，解题的关键是：（1）找准等量关系，正确列出二元一次方程组；（2）根据各数量之间的关系，找出 w 关于 m 的一次函数关系式.

8．（2021·江苏常州·八年级期末）某工厂计划每天生产甲、乙两种型号的口罩共 8000 个，每生产一个甲种型号的口罩可获得利润 0.5 元，每生产一个乙种型号的口罩可获得利润 0.3 元．设该工厂每天生产甲种型号的口罩 x 个，生产甲、乙两种型号的口罩每天获得的总利润为 y 元.

（1）求 y 与 x 的函数关系式；

（2）若每生产 1 个甲种型号的口罩需要 A 原料 2g，每生产 1 个乙种型号的口罩需要 A 原料 1g，受市场影响，该厂每天能购进的 A 原料至多为 10000g，其他原料充足．问：该工厂每天生产甲、乙两种型号的口罩各多少个时，能获得最大利润？

【答案】（1）$y=0.2x+2400$；（2）每天生产甲、乙两种型号的口罩分别为 2000 个、6000 个时，能获得最大

利润.

【分析】(1) 根据题意可以得出甲乙两种口罩的数量分别是 x 和$(8000-x)$,再由单件利润乘以数量直接得到各自利润，相加即可得到两种口罩的总利润；

（2）根据该厂每天能购进的 A 原料至多为 10000g，可以求得 x 的取值范围，再根据一次函数的性质，即可求得该工厂每天生产甲、乙两种型号的口罩各多少个时，能获得最大利润.

【详解】解：（1）由题可得：$y=0.5x+0.3(8000-x)=0.2x+2400$，

即 y 与 x 的函数关系式为 $y=0.2x+2400$；

（2）由题意可得，

$2x+(8000-x)\leq 10000$，

解得 $x\leq 2000$，

$\because y=0.2x+2400$，

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大，

$\therefore$ 当 $x=2000$ 时，y 取得最大值，此时 $y=2800$，$8000-x=6000$，

答：该工厂每天生产甲、乙两种型号的口罩分别为 2000 个、6000 个时，能获得最大利润.

【点睛】本题考查了一次函数的应用， 学生应认真分析题中的数量关系，找到相等关系是得到函数关系式的关键，利用一次函数求最值需要学生对函数的性质有一定的理解，本题综合考查了考生读题、审题、分析问题的能力以及对一次函数性质应用的能力

9．(2019·江苏·姜堰区实验初中八年级阶段练习）某公司到果品基地购买某种优质水果慰问医务工作者，果品基地对购买量在 3000kg 以上（含 3000kg）的顾客采用两种销售方案．甲方案：每千克 9 元，由基地送货上门；乙方案：每千克 8 元，由顾客自己租车运回．已知该公司租车从基地到公司的运输费用为 5000 元．

（1）分别写出该公司两种购买方案付款金额 y（元）与所购买的水果量 x（kg）之间的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围．

（2）当购买量在哪一范围时，选择哪种购买方案付款最少？并说明理由．

【答案】(1) 甲方案：$y=9x$；$x\geq 3000$；乙方案：$y=8x+5000$；$x\geq 3000$；（2）见解析．

【分析】(1) 根据甲，乙两种销售方案，分别得出两种购买方案的付款 y（元）与所购买的水果质量 x（千克）之间的函数关系式，即单价×质量，列出即可；

（2）根据分析 $9x$ 与 $8x+5000$ 的大小关系，得出不等式的解集可以得出购买方案付款的多少问题．

【详解】解：（1）甲方案：每千克 9 元，由基地送货上门，

根据题意得：$y=9x$；$x\geq3000$，

乙方案：每千克 8 元，由顾客自己租车运回，已知该公司租车从基地到公司的运输费为 5000 元，

根据题意得：$y=8x+5000$；$x\geq3000$；

（2）根据题意可得：当 $9x=8x+5000$ 时，$x=5000$，

当购买 5000 千克时两种购买方案付款相同，当大于 5000 千克时，$9x>8x+5000$，

∴甲方案付款多，乙付款少，

当大于等于 3000 千克小于 5000 千克时，$9x<8x+5000$，

∴甲方案付款少，乙付款多．

【点睛】解决本题的关键是读懂题意，找到符合题意的不等关系式，及所求量的等量关系．要会用分类的思想来讨论求得方案的问题．本题要注意根据 $y_{甲}=y_{乙}$，$y_{甲}<y_{乙}$，$y_{甲}>y_{乙}$，三种情况分别讨论，也可用图象法求解．

10．（2021·江苏江苏·八年级期末）甲、乙两个批发店销售同一种苹果，甲批发店每千克苹果的价格为 7 元，乙批发店为了吸引顾客制定如下方案：若一次性购买数量不超过 20*kg* 时，价格为 8 元/*kg*；一次性购买数量超过 20*kg* 时，其中，有 20*kg* 的价格仍为 8 元/*kg*，超过 20*kg* 部分的价格为 6 元/*kg*．设小王在同一批发店一次性购买苹果的数量为 x*kg*（$x>0$）．

（1）设在甲批发店购买需花费 y_1 元，在乙批发店购买需花费 y_2 元，分别求 y_1、y_2 关于 x 的函数关系式，并写出相应的 x 的取值范围；

（2）求：当 x 为何值时，在甲、乙两个批发店购买花费同样多的钱？

（3）填空：

①若小王在甲批发店购买更合算，则购买数量 x 的取值范围为_______；

②若小王花费 400 元，则最多可以购买_______*kg* 苹果．

【答案】（1）$y_1=7x(x>0)$，$y_2=\begin{cases}8x(0<x\leq20)\\6x+40(x>20)\end{cases}$；（2）$x=40$；（3）$0<x<40$；$60kg$．

【分析】（1）根据题意，在甲店，按单价 7 元计算，在乙店，分$0<x\leq20$与$x>20$两种情况，分别计算即可；

（2）在（1）中结论，甲、乙两个批发店购买花费同样多的钱，分$0<x\leq20$与$x>20$两种情况分别计算；

（3）当$y_1<y_2$时，在甲店购买比较合算，据此解得 x 的取值范围；当小王花费 400 元时，分别在甲店与乙店计算所能购买的苹果重量即可解题．

【详解】解：（1）根据题意得，在甲批发店需花费：$y_1=7x(x>0)$，

在乙批发店需花费：$y_2=\begin{cases}8x(0<x\le 20)\\8\times 20+6(x-20)(x>20)\end{cases}$，即$y_2=\begin{cases}8x(0<x\le 20)\\6x+40(x>20)\end{cases}$；

（2）若甲、乙两个批发店购买花费同样多的钱时，

当$0<x\le 20$时，$7x=8x$，解得$x=0$（不符合题意，舍去）

当$x>20$时，$7x=6x+40$，解得$x=40$

故当$x=40$时，甲、乙两个批发店购买花费同样多的钱；

（3）由（2）知，在甲批发店购买更合算，则$7x<6x+40$，解得$x<40$

在甲批发店购买更合算，购买数量 x 的取值范围为$0<x<40$；

若小王花费 400 元，在甲店可购买$\frac{400}{7}kg$苹果，

$\because 400>8\times 20$，$\therefore$ 在乙店可购买超过 20kg 的苹果，

$$6x+40=400$$

$$\therefore 6x=360$$

$$\therefore x=60kg$$

$$\because 60kg>\frac{400}{7}kg$$

$\therefore$ 小王花费 400 元，在乙店最多可以购买 $60kg$ 苹果．

【点睛】本题考查一次函数的应用，是重要考点，难度较易，掌握相关知识是解题关键．

11．（2021·江苏盐城·八年级期末）某县在创建省文明卫生城市中，绿化档次不断提升．某校计划购进 A、B 两种树木共 100 棵进行校园绿化升级，经市场调查：购买 A 种树木 2 棵，B 种树木 5 棵，共需 600 元；购买 A 种树木 3 棵，B 种树木 1 棵，共需 380 元

（1）求 A 种、B 种树木每棵各多少元？

（2）因布局需要，购买 A 种树木的数量不少于 B 种树木数量的 3 倍．学校与中标公司签订的合同中规定：在市场价格不变的情况下（不考虑其他因素），实际付款总金额按市场价八折优惠，请设计一种购买树木的方案，使实际所花费用最省，并求出最省的费用．

【答案】（1）A 种树每棵 100 元，B 种树每棵 80 元；（2）当购买 A 种树木 75 棵，B 种树木 25 棵时，所需费用最少，最少为 7600 元

【分析】（1）设 A 种树每棵 x 元，B 种树每棵 y 元，根据“购买 A 种树木 2 棵，B 种树木 5 棵，共需 600 元；购买 A 种树木 3 棵，B 种树木 1 棵，共需 380 元”列出方程组并解答；

（2）设购买 A 种树木为 x 棵，则购买 B 种树木为（100-x）棵，根据“购买 A 种树木的数量不少于 B 种树木数量的 3 倍”列出不等式并求得 x 的取值范围，结合实际付款总金额=0.8×（A 种树的金额+B 种树的金额）

进行解答.

【详解】解：（1）设 A 种树每棵 x 元，B 种树每棵 y 元

依题意得：$\begin{cases}2x+5y=600\\3x+y=380\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=100\\y=80\end{cases}$

答：A 种树每棵 100 元，B 种树每棵 80 元

（2）设购买 A 种树木为 a 棵，则购买 B 种树木为$(100-a)$棵

则$a\geq 3(100-a)$

解得$a\geq 75$

设实际付款总金额是 w 元，则$w=0.8[100a+80(100-a)]$

即$w=16a+6400$

$\because 16>0$，w 随 a 的增大而增大

$\therefore$当$a=75$时，w 最小

即当$a=75$时，$w_{最小值}=16\times 75+6400=7600$（元）

答：当购买 A 种树木 75 棵，B 种树木 25 棵时，所需费用最少，最少为 7600 元.

【点睛】本题考查了一次函数的应用和二元一次方程组的应用，解决问题的关键是读懂题意，找到关键描述语，进而找到所求的量的等量关系和不等关系.

12.（2021·江苏苏州·八年级期末）某技工培训中心有钳工20名、车工30名．现将这50名技工派往A,B两地工作，设派往A地x名钳工，余下的技工全部派往B地，两地技工的月工资情况如下表：

	钳工/（元/月）	车工/（元/月）
A地	3600	3200
B地	3200	2800

（1）试写出这50名技工的月工资总额y（元）与x（名）之间的函数表达式，并写出x的取值范围；

（2）根据预算，这50名技工的月工资总额不得超过155000元．当派往A地多少名钳工时，这些技工的月工资总额最大？月工资总额最大为多少元？

【答案】（1）$y=400x+148000(0\leq x\leq 20)$；（2）17 名，154800元

【分析】（1）根据 50 名技工的月工资总额y（元）=派往A地x名钳工月工资+派往B地$(20-x)$名钳工月工资+派往B地 30 名车工月工资，即可得出月工资总额y（元）与x之间的函数表达式，并写出x的取值范围；

（2）根据月工资总额不得超过155000元先求出 x 的取值范围，即确定 y 的最大值，使他们的工资总额最高．

【详解】解：（1）由题意可得，

$y = 3600x + 3200(20 - x) + 2800 \times 30 = 400x + 148000$，

即这 50 名技工的月工资总额y（元)与x之间的函数表达式是$y = 400x + 148000(0 \leq x \leq 20)$；

（2）∵月工资总额不得超过155000元．

$\therefore 400x + 148000 \leq 155000$

$\therefore x \leq \frac{35}{2}$

又∵k=400>0，

∴∴ 当$x = 17$时，y取得最大值154800元，

即当派往A地 17 名钳工时，这些技工的月工资总额最大，？ 月工资总额最大为 154800 元．

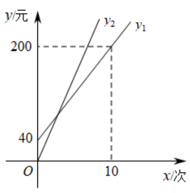
【点睛】本题考查一次函数的应用，解答本题的关键是明确题意，列出相应的函数关系式，利用函数的思想解答．

13．（2022·安徽·定远县第一初级中学八年级阶段练习）为鼓励群众积极参与全民健身，某游泳馆面向社会推出优惠活动，活动套餐如下：

优惠套餐一：购买一张会员卡，每次游泳按五折消费；

优惠套餐二：不购买会员卡，每次游泳按七五折消费．

若在此优惠活动期间来此游泳馆游泳x（次)，按套餐一所需费用为y_1（元)，且$y_1 = k_1x + b(k_1 \neq 0)$；按套餐二所需费用为$y_2$（元)，且$y_2 = k_2x(k_2 \neq 0)$，其函数图象如图所示．



(1)求k_1和b的值，并说明它们表示的实际意义；

(2)求优惠活动前每次游泳的费用和k_2的值；

(3)小明在优惠活动期间来此游泳馆游泳，请你通过计算说明他应该如何选择套餐更省钱．

【答案】(1)$k_1 = 16$表示的实际意义是：购买一张会员卡后每次游泳费用为 16 元；$b = 40$表示的实际意义是：购买一张会员卡的费用为 40 元

(2)优惠活动前每次游泳的费用为32元；$k_2 = 24$

(3)游泳 5 次时，套餐一，套餐二费用相同，游泳小于 5 次时，选择套餐二所需费用少，游泳大于 5 次时，选择套餐一所需费用少

【分析】（1）把点$(0,40)$，$(10,200)$代入$y_1=k_1x+b$得到关于k_1和 b 的二元一次方程组，求解即可；

（2）根据套餐一每次游泳费用按五折优惠，可得打折前的每次游泳费用，再根据套餐二每次游泳费用按七五折优惠，求出k_2的值；

（3）分三种情况列方程或不等式可解得答案．

【详解】（1）解：$\because y_1=k_1x+b$的图象过点$(0,40)$，$(10,200)$，

$\therefore \begin{cases} b=40 \\ 10k_1+b=200 \end{cases}$，

解得$\begin{cases} k_1=16 \\ b=40 \end{cases}$，

$k_1=16$表示的实际意义是：购买一张会员卡后每次游泳费用为 16 元，

$b=40$表示的实际意义是：购买一张会员卡的费用为 40 元；

（2）解：由题意可得，优惠活动前每次游泳的费用为$16\div 0.5=32$（元)，

$\therefore k_2=32\times 0.75=24$；

（3）解：由题意可知，$y_1=16x+40$，$y_2=24x$．

$16x+40=24x$，

解得：$x=5$，

$\therefore$游泳 5 次时，套餐一，套餐二费用相同，

由$16x+40>24x$，

解得：$x<5$，

$\therefore$游泳小于 5 次时，选择套餐二所需费用少，

由$16x+40<24x$，

解得：$x>5$，

$\therefore$游泳大于 5 次时，选择套餐一所需费用少，

综上所述，游泳 5 次时，套餐一，套餐二费用相同，游泳小于 5 次时，选择套餐二所需费用少，游泳大于 5 次时，选择套餐一所需费用少．

【点睛】本题考查了一次函数的应用，解题的关键是理解两种优惠活动方案，求出y_1、y_2关于x的函数解析式．

14．（2022·湖北·恩施市思源实验学校八年级阶段练习）某班去商店为体育比赛优胜者买奖品，书包每个定

价为 30 元，文具盒每个定价为 5 元，商店实行两种优惠方案：①买一个书包赠送一个文具盒；②按总价的九折优惠．若该班需买 8 个书包，$x(x\geq 8)$个文具盒，付款为 y 元．

(1)分别求出两种方案中 y 与 x 之间的函数关系式．

(2)若购买文具盒 30 个，应选哪种方案更优惠？付多少钱？

(3)比较购买同样多的文具盒时选哪种方案更优惠？

【答案】(1)方案①中 y 与 x 之间的函数关系式是$y=5x+200$（$x\geq 8$），方案②中 y 与 x 的函数关系式为$y=4.5x+216$（$x\geq 8$）；

(2)应选方案①更优惠，付 350 元；

(3)购买文具盒为 32 个时，两种方案付款相同；购买文具盒超过 32 个时，方案②更省钱；购买文具盒为少于 32 个而不少于 8 个时，方案①更省钱．

【分析】（1）根据题意，可以分别写出两种优惠方案中 y 与 x 之间的函数关系式；

（2）分别将$x=30$代入（1）中的两个函数关系式中，求得 y 的值并进行比较即可；

（3）根据题意，可以得到相应的不等式，从而可以解答本题．

（1）由题意可得，

方案①：$y=30\times 8+5(x-8)=5x+200$（$x\geq 8$），

方案②：$y=(30\times 8+5x)\times 90\%=4.5x+216$（$x\geq 8$），

即方案①中 y 与 x 之间的函数关系式是$y=5x+200$（$x\geq 8$），方案②中 y 与 x 的函数关系式为$y=4.5x+216$（$x\geq 8$）；

（2）将$x=30$代入①$y=5x+200$得：$y=5\times 30+200=350$，

将$x=30$代入②$y=4.5x+216$得：$y=4.5\times 30+216=351$，

∵$350<351$，

∴应选方案①更优惠，付 350 元；

（3）当$5x+200=4.5x+216$时，解得$x=32$；

当$5x+200>4.5x+216$时，解得$x>32$；

当$5x+200<4.5x+216$时，解得$x<32$；

即购买文具盒为 32 个时，两种方案付款相同；购买文具盒超过 32 个时，方案②更省钱；购买文具盒为少于 32 个而不少于 8 个时，方案①更省钱．

【点睛】本题考查一次函数的应用、一元一次不等式的应用，解答本题的关键是明确题意，利用一次函数的性质和不等式的性质解答．

15．（2022·安徽·合肥市第四十五中学八年级阶段练习）某水果种植基地计划租几辆货车装运苹果和橘子共60吨去外地销售，要求每辆货车只能装一种水果，且必须装满．

	苹果	橘子
每辆车装载量	4	6
每吨获利（元）	1200	1500

(1)设装运苹果的货车有 x 辆，装运橘子的货车有 y 辆，请用含 x 的代数式来表示 y；

(2)写出总利润 W（元）与 x（辆）之间的函数关系式；

(3)若装运苹果的货车的辆数不得少于装运橘子的货车的辆数，应怎样安排才能获得最大利润，并求出最大利润．

【答案】(1)$y=-\frac{2}{3}x+10$

(2)$W=90000-1200x$

(3)安排 6 辆货车运苹果，安排 6 辆货车运橘子，最大利润为82800元

【分析】（1）根据货车装运苹果和橘子共 60 吨，列出函数关系即可求解；

（2）根据$W=1200\times4x+1500\times6y$，代入（1）的解析式，即可求解．

（3）根据装运苹果的货车的辆数不得少于装运橘子的货车的辆数，求得x的范围，根据一次函数的性质即可求解．

（1）解：设装运苹果的货车有 x 辆，装运橘子的货车有 y 辆，

∵每辆车装载量苹果 4 吨或橘子 6 吨

∴$4x+6y=60$，

即$y=-\frac{2}{3}x+10$，

∵$\begin{cases}4x\le60\\ x\ge0\end{cases}$，

解得$0\le x\le15$，且x为 3 的倍数

∴$y=-\frac{2}{3}x+10$ $(0\le x<15)$且x为 3 的倍数

（2）解：∵$y=-\frac{2}{3}x+10$，

∴$W=1200\times4x+1500\times6y$

$$=90000-1200x$$