

2023 年陕西省中考数学试卷（A 卷）

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，计 24 分．每小题只有一个选项是符合题意的）

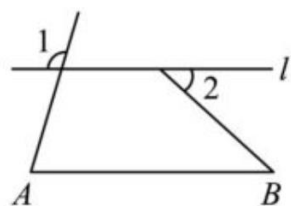
1. 计算： $3-5$ （ ）

- A. 2 B. -2 C. 8 D. -8

2. 下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形 是（ ）



3. 如图， $l \parallel AB$ ， $\angle A = 2\angle B$ ．若 $\angle 1 = 108^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为（ ）

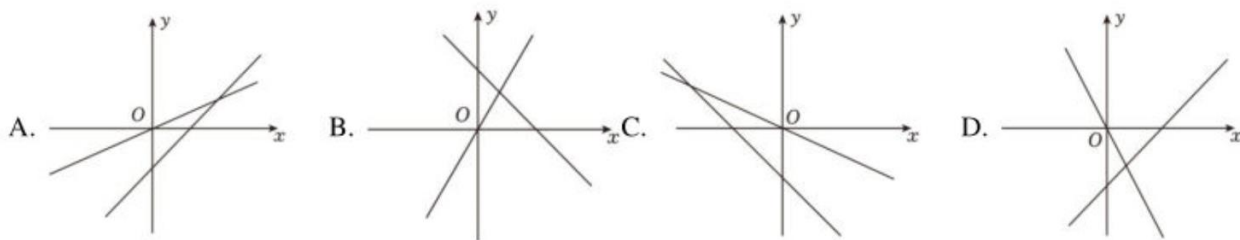


- A. 36° B. 46° C. 72° D. 82°

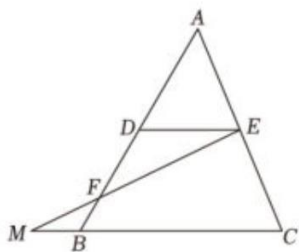
4. 计算： $6xy^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}x^3y^3\right) =$ （ ）

- A. $3x^4y^5$ B. $-3x^4y^5$ C. $3x^3y^6$ D. $-3x^3y^6$

5. 在同一平面直角坐标系中，函数 $y = ax$ 和 $y = x + a$ （ a 为常数， $a < 0$ ）的图象可能是（ ）



6. 如图， DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，点 F 在 DB 上， $DF = 2BF$ ．连接 EF 并延长，与 CB 的延长线相交于点 M ．若 $BC = 6$ ，则线段 CM 的长为（ ）



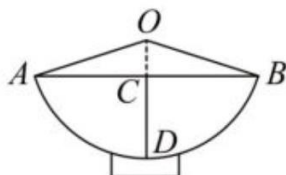
- A. $\frac{13}{2}$ B. 7 C. $\frac{15}{2}$ D. 8

7. 陕西饮食文化源远流长，“老碗面”是陕西地方特色美食之一．图②是从正面看到的一个“老碗”（图

①) 的形状示意图. AB 是 $\odot O$ 的一部分, D 是 AB 的中点, 连接 OD , 与弦 AB 交于点 C , 连接 OA , OB . 已知 $AB=24\text{cm}$, 碗深 $CD=8\text{cm}$, 则 $\odot O$ 的半径 OA 为 ()



图①



图②

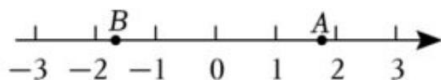
- A. 13cm B. 16cm C. 17cm D. 26cm

8. 在平面直角坐标系中, 二次函数 $y = x^2 + mx + m^2 - m$ (m 为常数) 的图像经过点 $(0,6)$, 其对称轴在 y 轴左侧, 则该二次函数有 ()

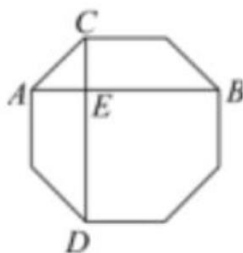
- A. 最大值 5 B. 最大值 $\frac{15}{4}$ C. 最小值 5 D. 最小值 $\frac{15}{4}$

二、填空题 (共 5 小题, 每小题 3 分, 计 15 分)

9. 如图, 在数轴上, 点 A 表示 $\sqrt{3}$, 点 B 与点 A 位于原点的两侧, 且与原点的距离相等, 则点 B 表示的数是_____.

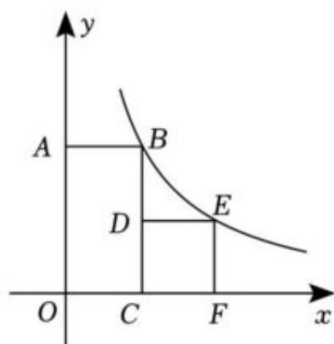


10. 如图, 正八边形的边长为 2, 对角线 AB 、 CD 相交于点 E . 则线段 BE 的长为_____.

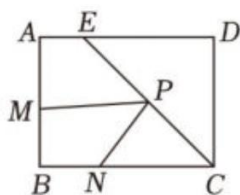


11. 点 E 是菱形 $ABCD$ 的对称中心, $\angle B = 56^\circ$, 连接 AE , 则 $\angle BAE$ 的度数为_____.

12. 如图, 在矩形 $OABC$ 和正方形 $CDEF$ 中, 点 A 在 y 轴正半轴上, 点 C, F 均在 x 轴正半轴上, 点 D 在边 BC 上, $BC = 2CD$, $AB = 3$. 若点 B, E 在同一个反比例函数的图象上, 则这个反比例函数的表达式是_____.



13. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=3$ ， $BC=4$ ．点 E 在边 AD 上，且 $ED=3$ ， M 、 N 分别是边 AB 、 BC 上的动点，且 $BM=BN$ ， P 是线段 CE 上的动点，连接 PM ， PN ．若 $PM+PN=4$ ．则线段 PC 的长为___．



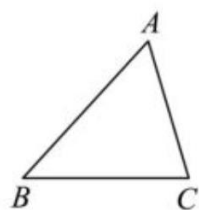
三、解答题（共 13 小题，计 81 分．解答应写出过程）

14. 解不等式： $\frac{3x-5}{2} > 2x$ ．

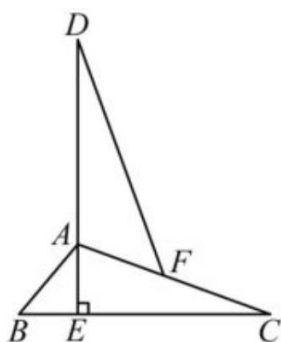
15. 计算： $\sqrt{5} \times (-\sqrt{10}) - (\frac{1}{7})^{-1} + |-2^3|$ ．

16. 化简： $\left(\frac{3a}{a^2-1} - \frac{1}{a-1}\right) \div \frac{2a-1}{a+1}$ ．

17. 如图．已知锐角 $\triangle ABC$ ， $\angle B=48^\circ$ ，请用尺规作图法，在 $\triangle ABC$ 内部求作一点 P ，使 $PB=PC$ ．且 $\angle PBC=24^\circ$ ．（保留作图痕迹，不写作法）



18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=50^\circ$ ， $\angle C=20^\circ$ ．过点 A 作 $AE \perp BC$ ，垂足为 E ，延长 EA 至点 D ．使 $AD=AC$ ．在边 AC 上截取 $AF=AB$ ，连接 DF ．求证： $DF=CB$ ．

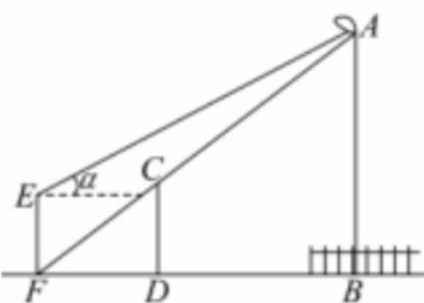


19. 一个不透明的袋子中装有四个小球，这四个小球上各标有一个数字，分别是 1，1，2，3，这些小球除标有的数字外都相同.

- (1) 从袋中随机摸出一个小球，则摸出的这个小球上标有的数字是 1 的概率为_____；
- (2) 先从袋中随机摸出一个小球，记下小球上标有的数字后，放回，摇匀，再从袋中随机摸出一个小球，记下小球上标有的数字，请利用画树状图或列表的方法、求摸出的这两个小球上标有的数字之积是偶数的概率.

20. 小红在一家文具店买了一种大笔记本 4 个和一种小笔记本 6 个，共用了 62 元. 已知她买的这种大笔记本的单价比这种小笔记本的单价多 3 元，求该文具店中这种大笔记本的单价.

21. 一天晚上，小明和爸爸带着测角仪和皮尺去公园测量一景观灯（灯杆底部不可到达）的高 AB . 如图所示，当小明爸爸站在点 D 处时，他在该景观灯照射下的影子长为 DF ，测得 $DF = 2.4\text{m}$ ；当小明站在爸爸影子的顶端 F 处时，测得点 A 的仰角 α 为 26.6° . 已知爸爸的身高 $CD = 1.8\text{m}$ ，小明眼睛到地面的距离 $EF = 1.6\text{m}$ ，点 F 、 D 、 B 在同一条直线上， $EF \perp FB$ ， $CD \perp FB$ ， $AB \perp FB$. 求该景观灯的高 AB .（参考数据： $\sin 26.6^\circ \approx 0.45$ ， $\cos 26.6^\circ \approx 0.89$ ， $\tan 26.6^\circ \approx 0.50$ ）



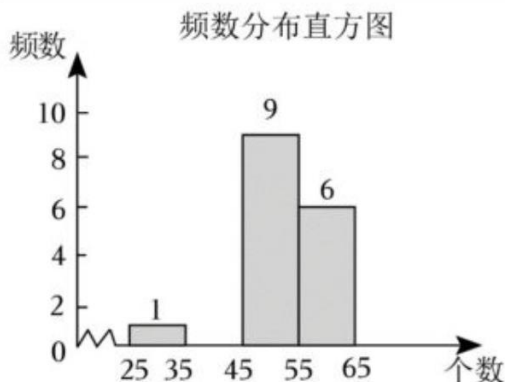
22. 经验表明，树在一定的成长阶段，其胸径（树的主干在地面以上1.3m 处的直径）越大，树就越高. 通过对某种树进行测量研究，发现这种树的树高 $y(\text{m})$ 是其胸径 $x(\text{m})$ 的一次函数. 已知这种树的胸径为 0.2m 时，树高为 20m；这种树的胸径为 0.28m 时，树高为 22m .

- (1) 求 y 与 x 之间的函数表达式；
- (2) 当这种树的胸径为 0.3m 时，其树高是多少？

23. 某校数学兴趣小组的同学们从“校园农场”中随机抽取了 20 棵西红柿植株，并统计了每棵植株上小西红柿的个数. 其数据如下：28，36，37，39，42，45，46，47，48，50，54，54，54，54，55，60，62，62，63，64，通过对以上数据的分析整理，绘制了统计图表：

分组	频数	组内小西红柿的总个数
$25 \leq x < 35$	1	28
$35 \leq x < 45$	n	154

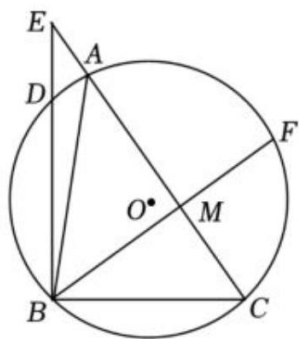
$45 \leq x < 55$	9	452
$55 \leq x < 65$	6	366



根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 补全频数分布直方图：这 20 个数据的众数是_____；
- (2) 求这 20 个数据的平均数；
- (3) “校园农场”中共有 300 棵这种西红柿植株，请估计这 300 棵西红柿植株上小西红柿的总个数。

24. 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， $\angle BAC = 45^\circ$ ，过点 B 作 BC 的垂线，交 $\odot O$ 于点 D ，并与 CA 的延长线交于点 E ，作 $BF \perp AC$ ，垂足为 M ，交 $\odot O$ 于点 F 。



- (1) 求证： $BD = BC$ ；
- (2) 若 $\odot O$ 的半径 $r = 3$ ， $BE = 6$ ，求线段 BF 的长。

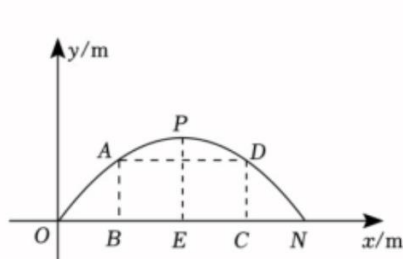
25. 某校想将新建图书楼的正门设计为一个抛物线型门，并要求所设计的拱门的跨度与拱高之积为 48m^2 ，还要兼顾美观、大方，和谐、通畅等因素，设计部门按要求给出了两个设计方案。现把这两个方案中的拱门图形放入平面直角坐标系中，如图所示：

方案一，抛物线型拱门的跨度 $ON = 12\text{m}$ ，拱高 $PE = 4\text{m}$ 。其中，点 N 在 x 轴上， $PE \perp ON$ ， $OE = EN$ 。

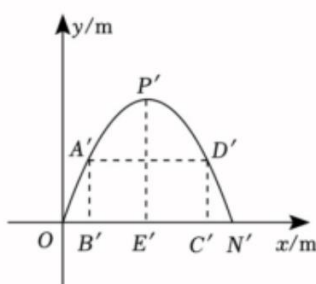
方案二，抛物线型拱门的跨度 $ON' = 8\text{m}$ ，拱高 $P'E' = 6\text{m}$ 。其中，点 N' 在 x 轴上， $P'E' \perp ON'$ ， $O'E' = E'N'$ 。

要在拱门中设置高为 3m 的矩形框架，其面积越大越好（框架的粗细忽略不计）。方案一中，矩形框架 $ABCD$ 的面积记为 S_1 ，点 A 、 D 在抛物线上，边 BC 在 ON 上；方案二中，矩形框架 $A'B'C'D'$ 的面积记为 S_2 ，点 A' ，

D' 在抛物线上, 边 $B'C'$ 在 ON' 上. 现知, 小华已正确求出方案二中, 当 $A'B' = 3\text{m}$ 时, $S_2 = 12\sqrt{2}\text{m}^2$, 请你根据以上提供的相关信息, 解答下列问题:



方案一

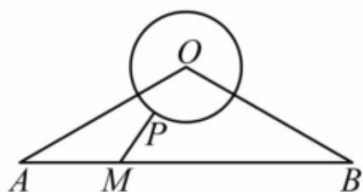


方案二

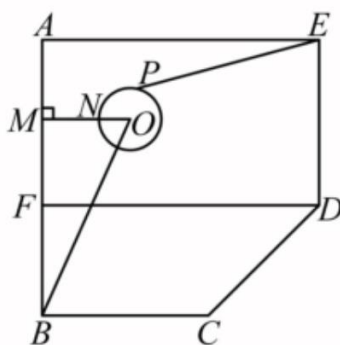
- (1) 求方案一中抛物线的函数表达式;
- (2) 在方案一中, 当 $AB = 3\text{m}$ 时, 求矩形框架 $ABCD$ 的面积 S_1 并比较 S_1 , S_2 的大小.

26. (1) 如图①, 在 $\triangle OAB$ 中, $OA = OB$, $\angle AOB = 120^\circ$, $AB = 24$. 若 $\odot O$ 半径为 4, 点 P 在 $\odot O$ 上, 点 M 在 AB 上, 连接 PM , 求线段 PM 的最小值;

(2) 如图②所示, 五边形 $ABCDE$ 是某市工业新区 外环路, 新区管委会在点 B 处, 点 E 处是该市的一个交通枢纽. 已知: $\angle A = \angle ABC = \angle AED = 90^\circ$, $AB = AE = 10000\text{m}$, $BC = DE = 6000\text{m}$. 根据新区的自然环境及实际需求, 现要在矩形 $AFDE$ 区域内 (含边界) 修一个半径为 30m 的圆型环道 $\odot O$; 过圆心 O , 作 $OM \perp AB$, 垂足为 M , 与 $\odot O$ 交于点 N . 连接 BN , 点 P 在 $\odot O$ 上, 连接 EP . 其中, 线段 BN 、 EP 及 MN 是要修的道路, 要在所修道路 BN 、 EP 之和最短的情况下, 使所修道路 MN 最短, 试求此时环道 $\odot O$ 的圆心 O 到 AB 的距离 OM 的长.



图①



图②

参考答案

一、选择题（共8小题，每小题3分，计24分．每小题只有一个选项是符合题意的）

1. 【答案】B

【分析】先根据有理数的减法法则计算即可．

【详解】解： $3 - 5 = -2$ ．

2. 【答案】C

【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的定义，逐项判断即可求解．

【详解】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

B、不是轴对称图形，是中心对称图形，不符合题意；

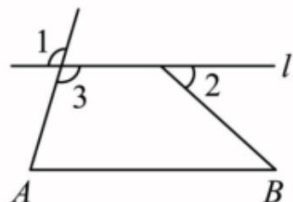
C、是轴对称图形，也是中心对称图形，符合题意；

D、不是轴对称图形，也不是中心对称图形，不符合题意．

3. 【答案】A

【分析】由对顶角相等可得 $\angle 3 = \angle 1 = 108^\circ$ ，再由平行线的性质可求得 $\angle A = 72^\circ$ ， $\angle B = \angle 2$ ，结合已知条件可求得 $\angle B$ ，即可求解．

【详解】解：如图，



$\because \angle 1 = 108^\circ$,

$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 108^\circ$,

$\because l \parallel AB$,

$\therefore \angle 3 + \angle A = 180^\circ$, $\angle 2 = \angle B$,

$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle 3 = 72^\circ$,

$\because \angle A = 2\angle B$,

$\therefore \angle B = 36^\circ$,

$\therefore \angle 2 = 36^\circ$.

4. 【答案】B

【分析】利用单项式乘单项式的法则进行运算即可．

【详解】解： $6xy^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}x^3y^3\right)$

$$= 6 \times \left(-\frac{1}{2}\right) x^{1+3} y^{2+3}$$

$$= -3x^4 y^5.$$

5. 【答案】D

【分析】根据正比例函数和一次函数的性质，可以得到函数 $y=ax$ 和 $y=x+a$ 的图象经过哪几个象限，本题得以解决.

【详解】解：∵ $a < 0$,

∴ 函数 $y=ax$ 是经过原点的直线，经过第二、四象限，

函数 $y=x+a$ 是经过第一、三、四象限的直线，

6. 【答案】C

【分析】根据三角形中中位线定理证得 $DE \parallel BC$ ，求出 DE ，进而证得 $\triangle DEF \sim \triangle BMF$ ，根据相似三角形的性质求出 BM ，即可求出结论.

【详解】解：∵ DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

$$\therefore DE \parallel BC, DE = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 6 = 3,$$

$$\therefore \triangle DEF \sim \triangle BMF,$$

$$\therefore \frac{DE}{BM} = \frac{DF}{BF} = \frac{2BF}{BF} = 2,$$

$$\therefore BM = \frac{3}{2},$$

$$\therefore CM = BC + BM = \frac{15}{2}.$$

7. 【答案】A

【分析】首先利用垂径定理的推论得出 $OD \perp AB$ ， $AC = BC = \frac{1}{2} AB = 12\text{cm}$ ，再设 $\odot O$ 的半径 OA 为 $R\text{cm}$ ，则 $OC = (R-8)\text{cm}$. 在 $\text{Rt}\triangle OAC$ 中根据勾股定理列出方程 $R^2 = 12^2 + (R-8)^2$ ，求出 R 即可.

【详解】解：∵ AB 是 $\odot O$ 的一部分， D 是 AB 的中点， $AB = 24\text{cm}$ ，

$$\therefore OD \perp AB, AC = BC = \frac{1}{2} AB = 12\text{cm}.$$

设 $\odot O$ 的半径 OA 为 $R\text{cm}$ ，则 $OC = OD - CD = (R-8)\text{cm}$.

在 $\text{Rt}\triangle OAC$ 中，∵ $\angle OCA = 90^\circ$ ，

$$\therefore OA^2 = AC^2 + OC^2,$$

$$\therefore R^2 = 12^2 + (R-8)^2,$$

$$\therefore R=13,$$

即⊙O的半径OA为13cm.

8. 【答案】D

【分析】将(0,6)代入二次函数解析式,进而得出 m 的值,再利用对称轴在 y 轴左侧,得出 $m=3$,再利用二次函数的顶点式即可求出二次函数最值.

【详解】解:将(0,6)代入二次函数解析式 $y=x^2+mx+m^2-m$ 得: $6=m^2-m$,解得: $m_1=3$, $m_2=-2$,

$\because$ 二次函数 $y=x^2+mx+m^2-m$, 对称轴在 y 轴左侧, 即 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{m}{2}<0$,

$$\therefore m>0,$$

$$\therefore m=3,$$

$$\therefore y=x^2+3x+6=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{15}{4},$$

$\therefore$ 当 $x=-\frac{3}{2}$ 时,二次函数有最小值,最小值为 $\frac{15}{4}$,

二、填空题(共5小题,每小题3分,计15分)

9. 【答案】 $-\sqrt{3}$

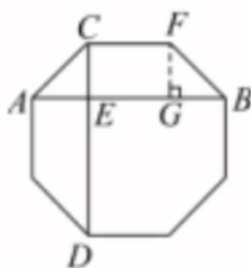
【分析】由绝对值的定义,再根据原点左边的数是负数即可得出答案.

【详解】解:由题意得:点B表示的数是 $-\sqrt{3}$.

10. 【答案】 $2+\sqrt{2}$

【分析】根据正八边形的性质得出四边形CEGF是矩形, $\triangle ACE$ 、 $\triangle BFG$ 是等腰直角三角形, $AC=CF=FB=EG=2$,再根据矩形的性质以及直角三角形的边角关系求出AE, GE, BG即可.

【详解】解:如图,过点F作 $FG \perp AB$ 于G,由题意可知,四边形CEGF是矩形, $\triangle ACE$ 、 $\triangle BFG$ 是等腰直角三角形, $AC=CF=FB=EG=2$,



在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, $AC=2$, $AE=CE$,

$$\therefore AE=CE=\frac{\sqrt{2}}{2}AC=\sqrt{2},$$

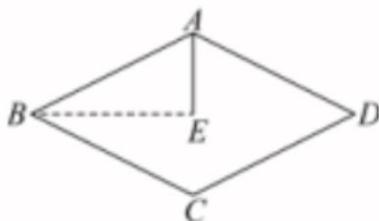
同理 $BG = \sqrt{2}$,

$$\therefore BE = EG + BG = 2 + \sqrt{2},$$

11. 【答案】 62°

【分析】连接 BE ，根据中心对称图形的定义得出点 E 是菱形 $ABCD$ 的两对角线的交点，根据菱形的性质得出 $AE \perp BE$ ， $\angle ABE = \frac{1}{2} \angle ABC = 28^\circ$ ，那么 $\angle BAE = 90^\circ - \angle ABE = 62^\circ$ 。

【详解】解：如图，连接 BE ，



$\because$ 点 E 是菱形 $ABCD$ 的对称中心， $\angle ABC = 56^\circ$ ，

$\therefore$ 点 E 是菱形 $ABCD$ 的两对角线的交点，

$$\therefore AE \perp BE, \angle ABE = \frac{1}{2} \angle ABC = 28^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = 90^\circ - \angle ABE = 62^\circ.$$

12. 【答案】 $y = \frac{18}{x}$

【分析】设正方形 $CDEF$ 的边长为 m ，根据 $BC = 2CD$ ， $AB = 3$ ，得到 $B(3, 2m)$ ，根据矩形对边相等得到

$OC = 3$ ，推出 $E(3+m, m)$ ，根据点 B, E 在同一个反比例函数的图象上，得到 $3 \times 2m = (3+m)m$ ，得到

$$m = 3, \text{ 推出 } y = \frac{18}{x}.$$

【详解】解： $\because$ 四边形 $OABC$ 是矩形，

$$\therefore OC = AB = 3,$$

设正方形 $CDEF$ 的边长为 m ，

$$\therefore CD = CF = EF = m,$$

$$\because BC = 2CD,$$

$$\therefore BC = 2m,$$

$$\therefore B(3, 2m), E(3+m, m),$$

设反比例函数的表达式为 $y = \frac{k}{x}$ ，

$$\therefore 3 \times 2m = (3+m)m,$$