内蒙古乌兰察布市集宁区北京八中乌兰察布分校2024年高三开学摸底联考数学试题

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用2B铅笔填涂；非选择题必须使用0．5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

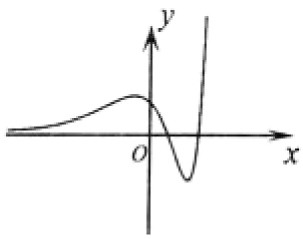
1．已知全集为实数集 R，集合 $A=\{x|x^2+2x-8>0\}$，$B=\{x|\log_2 x<1\}$，则 $\left(\complement_R A\right)\cap B$ 等于（　　）

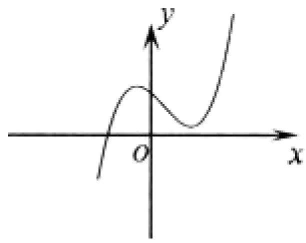
A．$[-4,2]$　　**B．**$[-4,2)$　　**C．**$(-4,2)$　　**D．**$(0,2)$

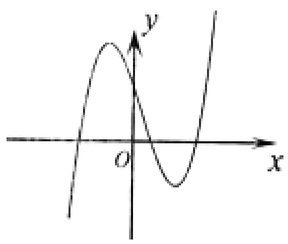
2．函数 $f\left(x\right)=\sin 2x+m\sin x+3x$ 在 $[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}]$ 上单调递减的充要条件是（　　）

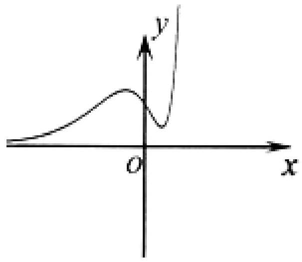
A． $m\leq -3$　　**B．** $m\leq -4$　　**C．** $m\leq -\frac{8\sqrt{3}}{3}$　　**D．** $m\leq 4$

3．函数 $f\left(x\right)=\left(x^2-4x+1\right)\cdot e^x$ 的大致图象是（　　）

A．


B．


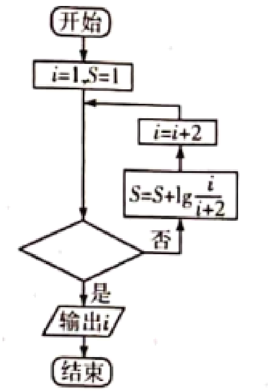
C．


D．


4．设 S_n 为等差数列 $\left\{a_n\right\}$ 的前 n 项和，若 $a_3=-3$，$S_7=-7$，则 S_n 的最小值为（　　）

A． -12　　**B．** -15　　**C．** -16　　**D．** -18

5．执行如图所示的程序框图，若输出的结果为11，则图中的判断条件可以为（　　）



A．$S>-1$?　　B．$S<0$?　　C．$S<-1$?　　D．$S>0$?

6．若不相等的非零实数x，y，z成等差数列，且x，y，z成等比数列，则$\dfrac{x+y}{z}=$（　　）

A．$-\dfrac{5}{2}$　　B．-2　　C．2　　D．$\dfrac{7}{2}$

7．□□□□中，如果□□cos□ = □□sin□ − □□sin□ = −□□2，则□□□□的形状是（ ）

A．等边三角形　　B．直角三角形　　C．等腰三角形　　D．等腰直角三角形

8．若$(1-2x)^n$的二项展开式中x^2的系数是40，则正整数n的值为（　　）

A．4　　B．5　　C．6　　D．7

9．从5名学生中选出4名分别参加数学，物理，化学，生物四科竞赛，其中甲不能参加生物竞赛，则不同的参赛方案种数为

A．48　　B．72　　C．90　　D．96

10．已知集合$A=\left\{x\mid x<-\dfrac{1}{2}\right\}$，$B=\{x\mid -1<x<0\}$则$A\cap B=$（　　）

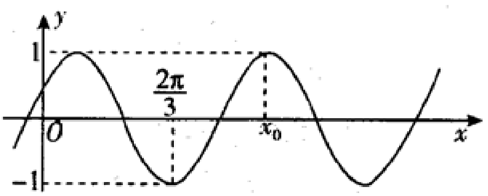
A．$\{x\mid x<0\}$　　B．$\left\{x\mid x<-\dfrac{1}{2}\right\}$

C．$\left\{x\mid -1<x<-\dfrac{1}{2}\right\}$　　D．$\{x\mid x>-1\}$

11．设i是虚数单位，则$(2+3i)(3-2i)=$（　　）

A．$12+5i$　　B．$6-6i$　　C．$5i$　　D．13

12．已知函数$f(x)=2\cos x\cdot\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)+m$（$m\in\mathbf{R}$）的部分图象如图所示.则$x_0=$（　　）



A. $\dfrac{3\pi}{2}$　　　　B. $\dfrac{5\pi}{6}$

C. $\dfrac{7\pi}{6}$　　　　D. $-\dfrac{4\pi}{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13.已知三棱锥 $P-ABC$ 中，$AB\perp BC$，$PA=PB=AB=2\sqrt{3}$，$BC=\sqrt{2}$，且二面角 P- AB- C 的大小为$135°$，则三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积为__________.

14．已知双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线经过点 $(1,2)$，则该双曲线的离心率为_______.

15．函数 $f\left(x\right)=\sqrt{x}+\log_2\left(1-x\right)$ 的定义域为__________.

16．已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的左，右焦点分别为 F_1，F_2，过 F_1 的直线交椭圆 C 于 A，B 两点，若 $\angle ABF_2=90°$，且 $\vee ABF_2$ 的三边长 $\left|BF_2\right|$，$\left|AB\right|$，$\left|AF_2\right|$ 成等差数列，则 C 的离心率为__________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=a\left(x-\ln x\right)+x^2-2x$.

（1）当 $a=-2e$（e 为自然对数的底数）时，求函数 $f\left(x\right)$ 的极值；

（2）$f'\left(x\right)$ 为 $y=f\left(x\right)$ 的导函数，当 $a>0$，$x_1>x_2>0$ 时，求证：

$$f\left(x_1\right)-f'\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)x_1<f\left(x_2\right)-f'\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)x_2.$$

18.（12 分）4 月 23 日是“世界读书日”，某中学开展了一系列的读书教育活动．学校为了解高三学生课外阅读情况，采用分层抽样的方法从高三某班甲、乙、丙、丁四个读书小组（每名学生只能参加一个读书小组）学生抽取 12 名学生参加问卷调查．各组人数统计如下：

小组	甲	乙	丙	丁
人数	12	9	6	9

（1）从参加问卷调查的 12 名学生中随机抽取 2 人，求这 2 人来自同一个小组的概率；

（2）从已抽取的甲、丙两个小组的学生中随机抽取 2 人，用 X 表示抽得甲组学生的人数，求随机变量 X 的分布列和数学期望．

19．（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=e^{x}-2x$．

（1）若曲线 $y=f\left(x\right)$ 的切线方程为 $y=ax+1$，求实数 a 的值；

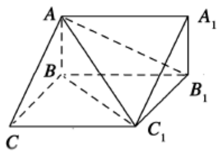
（2）若函数 $\varphi\left(x\right)=mf\left(x\right)+2mx-x^{2}+3$ 在区间 $\left[-2,4\right]$ 上有两个零点，求实数 m 的取值范围.

20．（12 分）已知函数 $f(x)=\sin x+\sqrt{3}\sin(x+\frac{\pi}{2})+\sin(x+\frac{\pi}{3}), x\in R$．

（Ⅰ）求 $f(2019\pi)$ 的值；

（Ⅱ）若 $f(\alpha)=1$，且 $0<\alpha<\pi$，求 $\cos\alpha$ 的值.

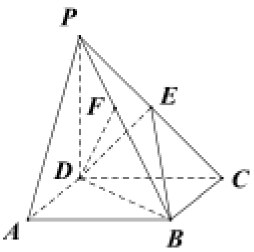
21．（12 分）在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=2$，$BC=BB_1=4$，$AC=AB_1=2\sqrt{5}$，且 $\angle BCC_1=60°$．



（1）求证：平面 $ABC_1\perp$ 平面 BCC_1B_1；

（2）设二面角 $C-AC_1-B$ 的大小为 θ，求 $\sin\theta$ 的值.

22．（10 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是平行四边形，$PD\perp$ 平面 $ABCD$，E 是棱 PC 上的一点，满足 $PA//$ 平面 BDE．



（Ⅰ）证明：$PE=EC$；

（Ⅱ）设 $PD=AD=BD=1$，$AB=\sqrt{2}$，若 F 为棱 PB 上一点，使得直线 DF 与平面 BDE 所成角的大小为 **30°**，求 $PF:FB$ 的值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**D**

【解析】

求解一元二次不等式化简 *A*，求解对数不等式化简 *B*，然后利用补集与交集的运算得答案.

【详解】

解：由 $x^2+2x-8>0$，得 $x<-4$ 或 $x>2$，

$\therefore A=\{x|x^2+2x-8>0\}=\{x|\ x<-4$ 或 $x>2\}$，

由 $log_2x<1$，$x>0$，得 $0<x<2$，

$\therefore B=\{x|log_2x<1\}=\{x\ |0<x<2\}$，

则 $\complement_R A=\{x\,|-4\le x\le 2\}$，

$\therefore \left(\complement_R A\right)\cap B=\left(0,2\right)$.

故选：**D.**

【点睛】

本题考查了交、并、补集的混合运算，考查了对数不等式，二次不等式的求法，是基础题.

2、**C**

【解析】

先求导函数，函数在$[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}]$上单调递减则 $f'(x)\le 0$ 恒成立，对导函数不等式换元成二次函数，结合二次函数的性质和图象，列不等式组求解可得.

【详解】

依题意，$f'(x)=2\cos 2x+m\cos x+3=4\cos^2 x+m\cos x+1$，

令 $\cos x=t$，则 $t\in[\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}]$，故 $4t^2+mt+1\le 0$ 在$[\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}]$上恒成立；

结合图象可知，$\begin{cases}4\times\frac{1}{4}+m\times\frac{1}{2}+1\le 0\\4\times\frac{3}{4}+m\times\frac{\sqrt{3}}{2}+1\le 0\end{cases}$，解得$\begin{cases}m\le -4\\m\le -\frac{8\sqrt{3}}{3}\end{cases}$

故 $m\le-\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

故选：**C.**

【点睛】

本题考查求三角函数单调区间. 求三角函数单调区间的两种方法:

(1)代换法：就是将比较复杂的三角函数含自变量的代数式整体当作一个角 u (或 t)，利用基本三角函数的单调性列不等式求解；

(2)图象法：画出三角函数的正、余弦曲线，结合图象求它的单调区间.

3、**A**

【解析】

用 $x<0$ 排除 ***B*，*C***；用 $x=2$ 排除 D；可得正确答案.

【详解】

解：当 $x<0$ 时，$x^2-4x+1>0$，$e^x>0$，

所以 $f\left(x\right)>0$，故可排除 ***B*，*C***；

当 $x=2$ 时，$f\left(2\right)=-3e^2<0$，故可排除 ***D***.

故选：***A***.

【点睛】

本题考查了函数图象，属基础题.

4、**C**

【解析】

根据已知条件求得等差数列 $\left\{a_n\right\}$ 的通项公式，判断出 S_n 最小时 n 的值，由此求得 S_n 的最小值.

【详解】

依题意 $\begin{cases}a_1+2d=-3\\7a_1+21d=-7\end{cases}$，解得 $a_1=-7,d=2$，所以 $a_n=2n-9$.由 $a_n=2n-9\le 0$ 解得 $n\le\dfrac{9}{2}$，所以前 n 项和中，前 4 项的和最小，且 $S_4=4a_1+6d=-28+12=-16$.

故选：**C**

【点睛】

本小题主要考查等差数列通项公式和前 n 项和公式的基本量计算，考查等差数列前 n 项和最值的求法，属于基础题.

5、**B**

【解析】

根据程序框图知当 $i=11$ 时，循环终止，此时 $S=1-\lg 11<0$，即可得答案.

【详解】

$i=1$，$S=1$.运行第一次，$S=1+\lg\dfrac{1}{3}=1-\lg 3>0,i=3$，不成立，运行第二次，

$S=1+\lg\frac{1}{3}+\lg\frac{3}{5}=1-\lg 5>0, i=5$，不成立，运行第三次，

$S=1+\lg\frac{1}{3}+\lg\frac{3}{5}+\lg\frac{5}{7}=1-\lg 7>0, i=7$，不成立，运行第四次，

$S=1+\lg\frac{1}{3}+\lg\frac{3}{5}+\lg\frac{5}{7}+\lg\frac{7}{9}=1-\lg 9>0, i=9$，不成立，运行第五次，

$S=1+\lg\frac{1}{3}+\lg\frac{3}{5}+\lg\frac{5}{7}+\lg\frac{7}{9}+\lg\frac{9}{11}=1-\lg 11<0, i=11$，成立，

输出 i 的值为 11，结束.

故选：B.

【点睛】

本题考查补充程序框图判断框的条件，考查函数与方程思想、转化与化归思想，考查逻辑推理能力和运算求解能力，求解时注意模拟程序一步一步执行的求解策略.

6、A

【解析】

由题意，可得 $y=\frac{x+z}{2}$，$z^2=xy$，消去 y 得 $x^2+xz-2z^2=0$,可得 $\frac{x}{z}=-2$，继而得到 $y=-\frac{z}{2}$，代入即得解

【详解】

由 x，y，z 成等差数列，

所以 $y=\frac{x+z}{2}$，又 x，z，y 成等比数列，

所以 $z^2=xy$，消去 y 得 $x^2+xz-2z^2=0$，

所以 $\left(\frac{x}{z}\right)^2+\frac{x}{z}-2=0$，解得 $\frac{x}{z}=1$ 或 $\frac{x}{z}=-2$，

因为 x，y，z 是不相等的非零实数，

所以 $\frac{x}{z}=-2$，此时 $y=-\frac{z}{2}$，

所以 $\frac{x+y}{z}=-2-\frac{1}{2}=-\frac{5}{2}$.

故选：A

【点睛】

本题考查了等差等比数列的综合应用，考查了学生概念理解，转化划归，数学运算的能力，属于中档题.

7、B

【解析】

化简得 $lg\cos A=lg\frac{\sin□}{\sin□}=-lg2$，即 $\cos□=\frac{\sin□}{\sin□}=\frac{1}{2}$，结合 $0<□<□$，可求 $□=\frac{□}{3}$，得 $□+□=\frac{2□}{3}$ 代入 $\sin C=\frac{1}{2}\sin B$，从而可求 C，B，进而可判断.

【详解】

由 $□□\cos□=□□\sin□-□□\sin□=-□□2$，可得 $lg\cos A=□□\frac{\sin□}{\sin□}=-lg2$，∴ $\cos□=\frac{\sin□}{\sin□}=\frac{1}{2}$，

∵ $0<□<□$，∴ $□=\frac{□}{3}$，$□+□=\frac{2□}{3}$，∴ $\sin C=\frac{1}{2}\sin B=\frac{1}{2}\sin\left(\frac{2□}{3}-□\right)=\frac{\sqrt{3}}{4}\cos□+\frac{1}{4}\sin□$，∴ $\tan C=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$C=\frac{□}{6}$，$B=\frac{□}{2}$.

故选：B

【点睛】

本题主要考查了对数的运算性质的应用，两角差的正弦公式的应用，解题的关键是灵活利用基本公式，属于基础题.

8、B

【解析】

先化简 $(1-2x)^n$ 的二项展开式中第 $r+1$ 项 $T_{r+1}=C_n^r\cdot1^{n-r}\cdot(-2x)^r$，然后直接求解即可

【详解】

$(1-2x)^n$ 的二项展开式中第 $r+1$ 项 $T_{r+1}=C_n^r\cdot1^{n-r}\cdot(-2x)^r$.令 $r=2$，则 $T_3=C_n^2\cdot(-2x)^2$，∴ $4C_n^2=40$，∴ $n=-4$（舍）或 $n=5$.

【点睛】

本题考查二项展开式问题，属于基础题

9、D

【解析】

因甲不参加生物竞赛，则安排甲参加另外3场比赛或甲学生不参加任何比赛

①当甲参加另外3场比赛时，共有 $C_3^1\cdot A_4^3$=72种选择方案；②当甲学生不参加任何比赛时，共有 A_4^4=24种选择方案．综上所述，所有参赛方案有72+24=96种

故答案为：96

点睛：本题以选择学生参加比赛为载体，考查了分类计数原理、排列数与组合数公式等知识，属于基础题.

10、C

【解析】

由题意和交集的运算直接求出 $A\cap B$.

【详解】

$\because$ 集合 $A=\left\{x \mid x<-\frac{1}{2}\right\}$， $B=\{x \mid -1<x<0\}$

$\therefore A \cap B=\left\{x \mid -1<x<-\frac{1}{2}\right\}$.

故选:C.

【点睛】

本题考查了集合的交集运算.集合进行交并补运算时，常借助数轴求解.注意端点处是实心圆还是空心圆.

11、A

【解析】

利用复数的乘法运算可求得结果.

【详解】

由复数的乘法法则得 $\left(2+3i\right)\left(3-2i\right)=6+5i-6i^2=12+5i$.

故选：A.

【点睛】

本题考查复数的乘法运算，考查计算能力，属于基础题.

12、C

【解析】

由图象可知 $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)=-1$,可解得 $m=-\frac{1}{2}$,利用三角恒等变换化简解析式可得 $f\left(x\right)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$,令 $f\left(x\right)=0$,即可求得 x_0.

【详解】

依题意，$f\left(\frac{2\pi}{3}\right)=-1$，即 $2\cos\frac{2\pi}{3}\cdot\sin\frac{5\pi}{6}+m=-1$,

解得 $m=-\frac{1}{2}$；因为 $f\left(x\right)=2\cos x\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-\frac{1}{2}=2\cos x\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x\right)-\frac{1}{2}$

$=\sqrt{3}\sin x\cos x+\cos^2 x-\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 2x=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$

所以 $2x_0+\frac{\pi}{6}=2k\pi+\frac{\pi}{2}$，当 $k=1$ 时， $x_0=\frac{7\pi}{6}$.

故选:C.