

# 山东省齐河县一中 2024 届高三阶段性测试（二模）数学试题理试题

请考生注意：

1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若复数  $z$  满足  $(1+i)z = |3+4i|$ ，则  $z$  的虚部为（ ）

- A. 5                      B.  $\frac{5}{2}$                       C.  $-\frac{5}{2}$                       D. -5

2. 已知  $i$  是虚数单位，则  $\frac{1+i}{i} + \frac{i}{1+i} =$ （ ）

- A.  $-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$       B.  $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$       C.  $\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$       D.  $\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$

3. 设数列  $\{a_n\} (n \in \mathbb{N}^*)$  的各项均为正数，前  $n$  项和为  $S_n$ ， $\log_2 a_{n+1} = 1 + \log_2 a_n$ ，且  $a_3 = 4$ ，则  $S_6 =$ （ ）

- A. 128                      B. 65                      C. 64                      D. 63

4. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的一条渐近线方程为  $y = \frac{4}{3}x$ ，则双曲线的离心率为（ ）

- A.  $\frac{4}{3}$                       B.  $\frac{5}{3}$                       C.  $\frac{5}{4}$                       D.  $\frac{3}{2}$

5. 已知等差数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 2$ ，公差  $d \neq 0$ ，且  $a_1, a_2, a_5$  成等比数列，则  $d =$

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

6. “ $\tan \theta = 2$ ”是“ $\tan 2\theta = -\frac{4}{3}$ ”的（ ）

- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件      C. 充要条件                      D. 既不充分又不必要条件

7. 已知  $y = ax + b$  与函数  $f(x) = 2 \ln x + 5$  和  $g(x) = x^2 + 4$  都相切，则不等式组  $\begin{cases} x - ay + 3 \geq 0 \\ x + by - 2 \geq 0 \end{cases}$  所确定的平面区域在

$x^2 + y^2 + 2x - 2y - 22 = 0$  内的面积为（ ）

- A.  $2\pi$                       B.  $3\pi$                       C.  $6\pi$                       D.  $12\pi$

8. 集合  $A = \{x | x - 2 \leq 0\}$ ， $B = \mathbb{N}$ ，则  $A \cap B =$ （ ）

- A.  $\{1\}$                       B.  $\{1, 2\}$                       C.  $\{0, 1\}$                       D.  $\{0, 1, 2\}$

9. 设  $a = \log_{0.08} 0.04$ ， $b = \log_{0.3} 0.2$ ， $c = 0.3^{0.04}$ ，则  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的大小关系为（ ）

- A.  $c > b > a$       B.  $a > b > c$       C.  $b > c > a$       D.  $b > a > c$

10. 函数  $f(x) = 2^x - \frac{2}{x} - a$  的一个零点在区间  $(1, 2)$  内, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $(1, 3)$       B.  $(1, 2)$       C.  $(0, 3)$       D.  $(0, 2)$

11. 下列四个结论中正确的个数是

(1) 对于命题  $p: \exists x_0 \in R$  使得  $x_0^2 - 1 \leq 0$ , 则  $\neg p: \exists x \in R$  都有  $x^2 - 1 > 0$ ;

(2) 已知  $X: N(2, \sigma^2)$ , 则  $P(X > 2) = 0.5$

(3) 已知回归直线的斜率的估计值是 2, 样本点的中心为  $(4, 5)$ , 则回归直线方程为  $\hat{y} = 2x - 3$ ;

(4) “ $x \geq 1$ ”是“ $x + \frac{1}{x} \geq 2$ ”的充分不必要条件.

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

12. 已知集合  $A = \{x | x^2 < 1\}$ ,  $B = \{x | \log_2 x < 1\}$ , 则

- A.  $A \cap B = \{x | 0 < x < 2\}$       B.  $A \cap B = \{x | x < 2\}$   
 C.  $A \cup B = \{x | x < 2\}$       D.  $A \cup B = \{x | -1 < x < 2\}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知等比数列  $\{a_n\}$  满足公比  $q \neq 1$ ,  $S_n$  为其前  $n$  项和,  $S_2, S_4, S_6$  构成等差数列, 则  $S_{2020} =$ \_\_\_\_\_.

14. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的两个焦点为  $F_1\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)$ ,  $F_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)$ , 点  $P$  是第一象限内双曲线上的点, 且  $\tan \angle PF_1F_2 = \frac{1}{2}$ ,  $\tan \angle PF_2F_1 = -2$ , 则双曲线的离心率为\_\_\_\_\_.

15. 已知  $\left(1 + \frac{1}{x}\right)(1 - 2x)^7 = \frac{1}{x} + a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_7x^7$ , 则  $a_2 =$ \_\_\_\_\_.

$a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_7 =$ \_\_\_\_\_

16. 若实数  $x, y$  满足不等式组  $\begin{cases} y \geq 0 \\ 2x - y + 3 \geq 0 \\ x + y - 1 \leq 0 \end{cases}$ , 则  $z = 2y - x$  的最小值是\_\_\_\_\_

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 4 月 23 日是“世界读书日”, 某中学开展了一系列的读书教育活动。学校为了解高三学生课外阅读情况, 采用分层抽样的方法从高三某班甲、乙、丙、丁四个读书小组 (每个学生只能参加一个读书小组) 学生抽取 12 名学生参加问卷调查。各组人数统计如下:

小组	甲	乙	丙	丁
人数	12	9	6	9

(1) 从参加问卷调查的 12 名学生中随机抽取 2 人，求这 2 人来自同一个小组的概率；

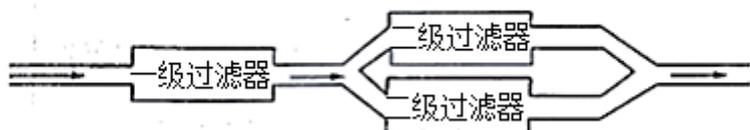
(2) 从已抽取的甲、丙两个小组的学生中随机抽取 2 人，用  $X$  表示抽得甲组学生的人数，求随机变量  $X$  的分布列和数学期望。

18. (12 分) 在开展学习强国的活动中，某校高三数学教师成立了党员和非党员两个学习组，其中党员学习组有 4 名男教师、1 名女教师，非党员学习组有 2 名男教师、2 名女教师，高三数学组计划从两个学习组中随机各选 2 名教师参加学校的挑战答题比赛。

(1) 求选出的 4 名选手中恰好有一名女教师的选派方法数；

(2) 记  $X$  为选出的 4 名选手中女教师的人数，求  $X$  的概率分布和数学期望。

19. (12 分) 某客户准备在家中安装一套净水系统，该系统为二级过滤，使用寿命为十年如图所示两个二级过滤器采用并联安装，再与一级过滤器串联安装。

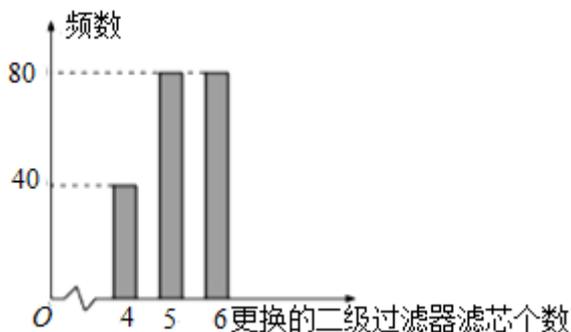


其中每一级过滤都由核心部件滤芯来实现使用过程中，一级滤芯和二级滤芯都需要不定期更换（每个滤芯是否需要更换相互独立）。若客户在安装净水系统的同时购买滤芯，则一级滤芯每个 160 元，二级滤芯每个 80 元。若客户在使用过程中单独购买滤芯则一级滤芯每个 400 元，二级滤芯每个 200 元。现需决策安装净水系统的同时购买滤芯的数量，为此参考了根据 100 套该款净水系统在十年使用期内更换滤芯的相关数据制成的图表，其中表 1 是根据 100 个一级过滤器更换的滤芯个数制成的频数分布表，图 2 是根据 200 个二级过滤器更换的滤芯个数制成的条形图。

表 1：一级滤芯更换频数分布表

一级滤芯更换的个数	8	9
频数	60	40

图 2：二级滤芯更换频数条形图

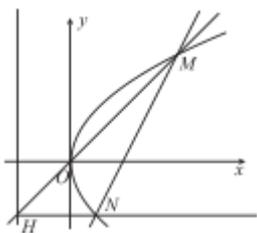


以 100 个一级过滤器更换滤芯的频率代替 1 个一级过滤器更换滤芯发生的概率，以 200 个二级过滤器更换滤芯的频率代替 1 个二级过滤器更换滤芯发生的概率。

- 求一套净水系统在使用期内需要更换的各级滤芯总个数恰好为 16 的概率；
- 记  $X$  表示该客户的净水系统在使用期内需要更换的二级滤芯总数，求  $X$  的分布列及数学期望；
- 记  $m, n$  分别表示该客户在安装净水系统的同时购买的一级滤芯和二级滤芯的个数.若  $m+n=19$ ，且  $m \in \{8, 9\}$ ，以该客户的净水系统在使用期内购买各级滤芯所需总费用的期望值为决策依据，试确定  $m, n$  的值.

20. (12 分) 已知抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$ ，直线  $y = x - 1$  与  $C$  交于  $A, B$  两点，且  $|AB| = 8$ .

- 求  $p$  的值；
- 如图，过原点  $O$  的直线  $l$  与抛物线  $C$  交于点  $M$ ，与直线  $x = -1$  交于点  $H$ ，过点  $H$  作  $y$  轴的垂线交抛物线  $C$  于点  $N$ ，证明：直线  $MN$  过定点.



21. (12 分) 在  $\triangle ABC$  中， $\angle B = \frac{\pi}{4}$ ， $\cos C = \frac{\sqrt{5}}{3}$ .

- 求  $\cos A$  的值；
- 点  $D$  为边  $BC$  上的动点 (不与  $C$  点重合)，设  $AD = \lambda DC$ ，求  $\lambda$  的取值范围.

22. (10 分) 语音交互是人工智能的方向之一，现在市场上流行多种可实现语音交互的智能音箱.主要代表有小米公司的“小爱同学”智能音箱和阿里巴巴的“天猫精灵”智能音箱，它们可以通过语音交互满足人们的部分需求.某经销商为了了解不同智能音箱与其购买者性别之间的关联程度，从某地区随机抽取了 100 名购买“小爱同学”和 100 名购买“天猫精灵”的人，具体数据如下：

	“小爱同学”智能音箱	“天猫精灵”智能音箱	合计

男	45	60	105
女	55	40	95
合计	100	100	200

(1) 若该地区共有 13000 人购买了“小爱同学”，有 12000 人购买了“天猫精灵”，试估计该地区购买“小爱同学”的女性比购买“天猫精灵”的女性多多少人？

(2) 根据列联表，能否有 95% 的把握认为购买“小爱同学”、“天猫精灵”与性别有关？

$$\text{附： } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2 \geq k)$	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
$k$	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

## 参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

把已知等式变形，再由复数代数形式的乘除运算化简得答案。

【详解】

$$\text{由 } (1+i)z = |3+4i| = \sqrt{3^2+4^2} = 5,$$

$$\text{得 } z = \frac{5}{1+i} = \frac{5(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{5}{2} - \frac{5}{2}i,$$

$$\therefore z \text{ 的虚部为 } -\frac{5}{2}.$$

故选 C.

【点睛】

本题考查复数代数形式的乘除运算，考查复数的基本概念，是基础题。

2、D

【解析】

利用复数的运算法则即可化简得出结果

【详解】

$$\begin{aligned}\frac{1+\square}{\square} + \frac{\square}{1+\square} &= \frac{-\square(1+\square)}{-\square^2} + \frac{\square(1-\square)}{(1+\square)(1-\square)} = -\square - \square^2 + \frac{\square - \square^2}{2} \\ &= -\square + 1 + \frac{\square}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\square\end{aligned}$$

故选□

【点睛】

本题考查了复数代数形式的乘除运算，属于基础题。

3、D

【解析】

根据  $\log_2 a_{n+1} = 1 + \log_2 a_n$ ，得到  $\log_2 a_{n+1} = \log_2 2a_n$ ，即  $a_{n+1} = 2a_n$ ，由等比数列的定义知数列  $\{a_n\}$  是等比数列，然后再利用前  $n$  项和公式求  $S_6$ 。

【详解】

因为  $\log_2 a_{n+1} = 1 + \log_2 a_n$ ，

所以  $\log_2 a_{n+1} = \log_2 2a_n$ ，

所以  $a_{n+1} = 2a_n$ ，

所以数列  $\{a_n\}$  是等比数列，

又因为  $a_3 = 4$ ，

$$\text{所以 } a_1 = \frac{a_3}{q^2} = \frac{4}{4} = 1,$$

$$S_6 = \frac{a_1(1-q^6)}{1-q} = \frac{1 \times (1-2^6)}{1-2} = 63.$$

故选：D

【点睛】

本题主要考查等比数列的定义及等比数列的前  $n$  项和公式，还考查了运算求解的能力，属于中档题。

4、B

**【解析】**

由题意得出  $\frac{b^2}{a^2}$  的值，进而利用离心率公式  $e = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2}$  可求得该双曲线的离心率。

**【详解】**

双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的渐近线方程为  $y = \pm \frac{b}{a}x$ ，由题意可得  $\frac{b^2}{a^2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$ ，

因此，该双曲线的离心率为  $e = \frac{c}{a} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a^2}} = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \frac{5}{3}$ 。

故选：B.

**【点睛】**

本题考查利用双曲线的渐近线方程求双曲线的离心率，利用公式  $e = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2}$  计算较为方便，考查计算能力，属于基础题。

5、D

**【解析】**

先用公差  $d$  表示出  $a_2, a_5$ ，结合等比数列求出  $d$ 。

**【详解】**

$a_2 = 2 + d, a_5 = 2 + 4d$ ，因为  $a_1, a_2, a_5$  成等比数列，所以  $(2 + d)^2 = 2(2 + 4d)$ ，解得  $d = 4$ 。

**【点睛】**

本题主要考查等差数列的通项公式.属于简单题，化归基本量，寻求等量关系是求解的关键。

6、A

**【解析】**

首先利用二倍角正切公式由  $\tan 2\theta = -\frac{4}{3}$ ，求出  $\tan \theta$ ，再根据充分条件、必要条件的定义判断即可；

**【详解】**

解：∵  $\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = -\frac{4}{3}$ ，∴ 可解得  $\tan \theta = 2$  或  $-\frac{1}{2}$ ，

∴ “ $\tan \theta = 2$ ”是“ $\tan 2\theta = -\frac{4}{3}$ ”的充分不必要条件。

故选：A

**【点睛】**

本题主要考查充分条件和必要条件的判断，二倍角正切公式的应用是解决本题的关键，属于基础题。

7、B



**【解析】**

根据直线  $y = ax + b$  与  $f(x)$  和  $g(x)$  都相切, 求得  $a, b$  的值, 由此画出不等式组所表示的平面区域以及圆

$x^2 + y^2 + 2x - 2y - 22 = 0$ , 由此求得正确选项.

**【详解】**

$f'(x) = \frac{2}{x}, g'(x) = 2x$ . 设直线  $y = ax + b$  与  $f(x)$  相切于点  $A(x_0, 2\ln x_0 + 5)$ , 斜率为  $\frac{2}{x_0}$ , 所以切线方程为

$y - (2\ln x_0 + 5) = \frac{2}{x_0}(x - x_0)$ , 化简得  $y = \frac{2}{x_0}x + 2\ln x_0 + 3$  ①. 令  $g'(x) = 2x = \frac{2}{x_0}$ , 解得  $x = \frac{1}{x_0}$ ,  $g\left(\frac{1}{x_0}\right) = \frac{1}{x_0^2} + 4$ ,

所以切线方程为  $y - \left(\frac{1}{x_0^2} + 4\right) = \frac{2}{x_0}\left(x - \frac{1}{x_0}\right)$ , 化简得  $y = \frac{2}{x_0}x - \frac{1}{x_0^2} + 4$  ②. 由①②对比系数得  $2\ln x_0 + 3 = -\frac{1}{x_0^2} + 4$ ,

化简得  $2\ln x_0 + \frac{1}{x_0^2} - 1 = 0$  ③. 构造函数  $h(x) = 2\ln x + \frac{1}{x^2} - 1 (x > 0)$ ,  $h'(x) = \frac{2}{x} - \frac{2}{x^3} = \frac{2(x+1)(x-1)}{x^3}$ , 所以  $h(x)$

在  $(0, 1)$  上递减, 在  $(1, +\infty)$  上递增, 所以  $h(x)$  在  $x = 1$  处取得极小值也即是最小值, 而  $h(1) = 0$ , 所以  $h(x) = 0$  有唯

一解. 也即方程③有唯一解  $x_0 = 1$ . 所以切线方程为  $y = 2x + 3$ . 即  $a = 2, b = 3$ . 不等式组  $\begin{cases} x - ay + 3 \geq 0 \\ x + by - 2 \geq 0 \end{cases}$  即

$\begin{cases} x - 2y + 3 \geq 0 \\ x + 3y - 2 \geq 0 \end{cases}$ , 画出其对应的区域如下图所示. 圆  $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 22 = 0$  可化为  $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 24$ , 圆心为

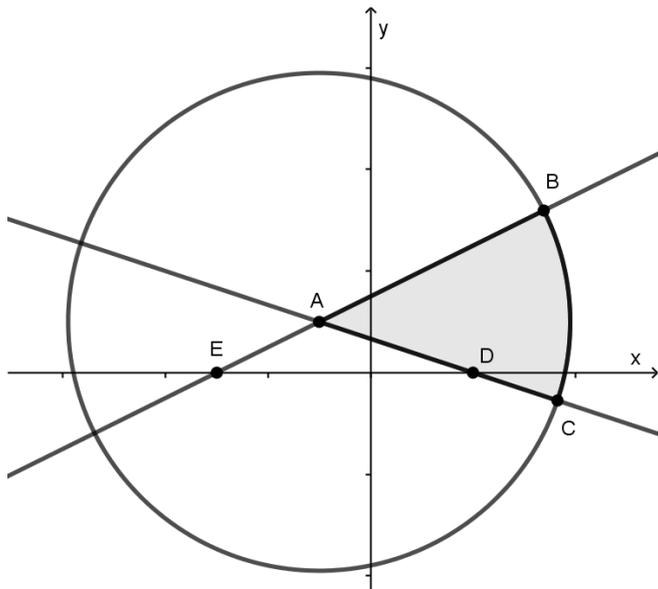
$A(-1, 1)$ . 而方程组  $\begin{cases} x - 2y + 3 = 0 \\ x + 3y - 2 = 0 \end{cases}$  的解也是  $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$ . 画出图像如下图所示, 不等式组  $\begin{cases} x - 2y + 3 \geq 0 \\ x + 3y - 2 \geq 0 \end{cases}$  所确定的平面区

域在  $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 22 = 0$  内的部分如下图阴影部分所示. 直线  $x - 2y + 3 = 0$  的斜率为  $\frac{1}{2}$ , 直线  $x + 3y - 2 = 0$  的

斜率为  $-\frac{1}{3}$ . 所以  $\tan \angle BAC = \tan(\angle AED + \angle ADE) = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}} = 1$ , 所以  $\angle BAC = \frac{\pi}{4}$ , 而圆  $A$  的半径为

$\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ , 所以阴影部分的面积是  $\frac{1}{2} \times \frac{\pi}{4} \times (2\sqrt{6})^2 = 3\pi$ .

故选: B



**【点睛】**

本小题主要考查根据公共切线求参数，考查不等式组表示区域的画法，考查圆的方程，考查两条直线夹角的计算，考查扇形面积公式，考查数形结合的数学思想方法，考查分析思考与解决问题的能力，属于难题.

8、D

**【解析】**

利用交集的定义直接计算即可.

**【详解】**

$$A = \{x \mid x \leq 2\}, \text{ 故 } A \cap B = \{0, 1, 2\},$$

故选：D.

**【点睛】**

本题考查集合的交运算，注意常见集合的符号表示，本题属于基础题.

9、D

**【解析】**

$$\text{因为 } a = \log_{0.08} 0.04 = 2 \log_{0.08} 0.2 = \log_{\sqrt{0.08}} 0.2 > \log_{\sqrt{0.08}} 1 = 0, \quad b = \log_{0.3} 0.2 > \log_{0.3} 1 = 0,$$

$$\text{所以 } \frac{1}{a} = \log_{0.2} \sqrt{0.08}, \frac{1}{b} = \log_{0.2} 0.3 \text{ 且 } y = \log_{0.2} x \text{ 在 } (0, +\infty) \text{ 上单调递减, 且 } \sqrt{0.08} < 0.3$$

$$\text{所以 } \frac{1}{a} > \frac{1}{b}, \text{ 所以 } b > a,$$

$$\text{又因为 } a = \log_{\sqrt{0.08}} 0.2 > \log_{\sqrt{0.08}} \sqrt{0.08} = 1, \quad c = 0.3^{0.04} < 0.3^0 = 1, \text{ 所以 } a > c,$$

所以  $b > a > c$ .

故选：D.

**【点睛】**

本题考查利用指数函数的单调性比较指数的大小,难度一般.除了可以直接利用单调性比较大小,还可以根据中间值“0,1”比较大小.

10、C

**【解析】**

显然函数  $f(x) = 2^x - \frac{2}{x} - a$  在区间  $(1,2)$  内连续,由  $f(x)$  的一个零点在区间  $(1,2)$  内,则  $f(1)f(2) < 0$ ,即可求解.

**【详解】**

由题,显然函数  $f(x) = 2^x - \frac{2}{x} - a$  在区间  $(1,2)$  内连续,因为  $f(x)$  的一个零点在区间  $(1,2)$  内,所以  $f(1)f(2) < 0$ ,即  $(2-2-a)(4-1-a) < 0$ ,解得  $0 < a < 3$ ,

故选:C

**【点睛】**

本题考查零点存在性定理的应用,属于基础题.

11、C

**【解析】**

由题意,(1)中,根据全称命题与存在性命题的关系,即可判定是正确的;(2)中,根据正态分布曲线的性质,即可判定是正确的;(3)中,由回归直线方程的性质和直线的点斜式方程,即可判定是正确;(4)中,基本不等式和充要条件的判定方法,即可判定.

**【详解】**

由题意,(1)中,根据全称命题与存在性命题的关系,可知命题  $p: \exists x_0 \in R$  使得  $x_0^2 - 1 \leq 0$ ,则  $\neg p: \forall x \in R$  都有  $x^2 - 1 > 0$ ,是错误的;

(2)中,已知  $X \sim N(2, \sigma^2)$ ,正态分布曲线的性质,可知其对称轴的方程为  $x = 2$ ,所以  $P(X > 2) = 0.5$  是正确的;

(3)中,回归直线的斜率的估计值是 2,样本点的中心为  $(4,5)$ ,由回归直线方程的性质和直线的点斜式方程,可得回归直线方程为  $\hat{y} = 2x - 3$  是正确的;

(4)中,当  $x \geq 1$  时,可得  $x + \frac{1}{x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{1}{x}} = 2$  成立,当  $x + \frac{1}{x} \geq 2$  时,只需满足  $x > 0$ ,所以“ $x \geq 1$ ”是“ $x + \frac{1}{x} \geq 2$ ”

成立的充分不必要条件.

**【点睛】**

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/718074003015007002>