

江苏省无锡市锡东片 2024-2025 学年九年级上学期期中考试数学试题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

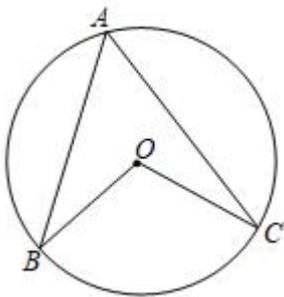
1. 下列方程中, 是一元二次方程的是 ()

- A. $x-1=0$ B. $x^2=3$ C. $4x-3y=3$ D. $x^2-y^2=3$

2. 已知 $3a=5b$, 下列等式正确的是 ().

- A. $\frac{a}{3}=\frac{5}{b}$ B. $\frac{b}{3}=\frac{5}{a}$ C. $\frac{b}{a}=\frac{5}{3}$ D. $\frac{a}{5}=\frac{b}{3}$

3. 如图, 点 A, B, C 在 $\odot O$ 上, $\angle BAC=54^\circ$, 则 $\angle BOC$ 的度数为 ()



- A. 27° B. 108° C. 116° D. 128°

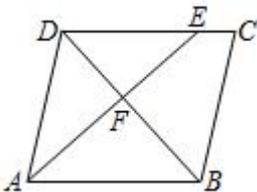
4. 一元二次方程 $y^2-4y+1=0$ 配方后可化为 ()

- A. $(y-1)^2=0$ B. $(y-2)^2=1$ C. $(y-2)^2=3$ D. $(y+2)^2=3$

5. 已知 $\odot O$ 的半径为 5, 点 P 到圆心 O 的距离为 d , 若点 P 在圆内, 则 d 的取值范围为 ()

- A. $d \leq 5$ B. $d = 5$ C. $d > 5$ D. $0 \leq d < 5$

6. 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 在 DC 边上, 连接 AE , 交 BD 于点 F , 若 $DE:EC=3:2$, 则 $\triangle DEF$ 的面积与 $\triangle BAF$ 的面积之比为 ()



- A. 3: 5 B. 9: 4 C. 9: 25 D. 3: 2

7. 如图, D 是 $\triangle ABC$ 边 AB 上一点, 连接 CD , 则添加下列条件后, 仍不能判定 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$

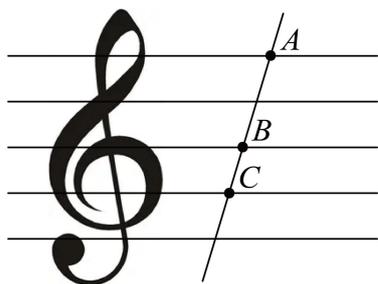
$$S_{\triangle PGF} : S_{\text{矩形}ABCD} = 1:8.$$

- A. ①②③ B. ①②④ C. ①③④ D. ①②③④

二、填空题

11. 一元二次方程 $x^2 - x = 0$ 的解是_____.

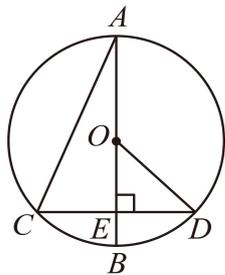
12. 如图，五线谱是由等距离的五条平行横线组成的. 如果直线 l 上的三个点 A 、 B 、 C 都在横线上，且 A 、 B 两点间的距离为 4，那么 B 、 C 两点间的距离为_____.



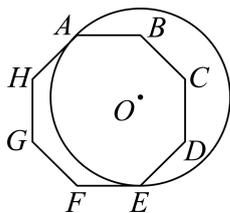
13. 已知圆锥的底面直径为 2cm ，侧面积为 $10\pi\text{cm}^2$ ，则该圆锥的母线长为_____ cm .

14. 某城区采取多项综合措施降低降尘量提升空气质量，降尘量由 2020 年的 5.2 吨/(平方公里·月)，下降至 2022 年的 3.6 吨/(平方公里·月). 若设降尘量的年平均下降率为 x ，则可列出关于 x 的方程为_____.

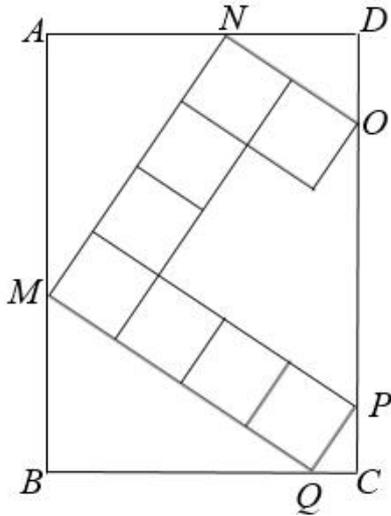
15. 如图，在 $\odot O$ 中，直径 $AB \perp CD$ 于点 E ， $CD = 6$ ， $BE = 1$ ，则弦 AC 的长为_____.



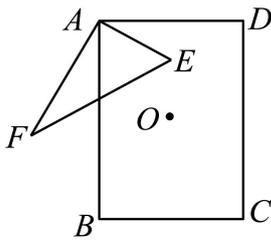
16. 如图， $\odot O$ 与正八边形 $ABCDEFGH$ 相切于点 A 、 E ，若正八边形的边长为 2，则 AE 的长为_____.



17. 如图，一个由 8 个正方形组成的“C”型模板恰好完全放入一个矩形框内，模板四周的直角顶点 M 、 N 、 O 、 P 、 Q 都在矩形 $ABCD$ 的边上，若 8 个小正方形的面积均为 1，则边 AB 的长为_____.



18. 已知在矩形 $ABCD$ 中, $AD=9$, $AB=12$, O 为矩形的中心; 在 $\text{Rt}\triangle AEF$ 中, $\angle EAF=90^\circ$, $AE=6$, $AF=8$. 将 $\triangle AEF$ 绕点 A 按顺时针方向旋转一周, 则 EF 边上的高为_____. 连接 CE , 取 CE 中点 M , 连接 FM , 写出 FM 的取值范围_____.



三、解答题

19. 用合适的方法解下列方程:

(1) $x^2 + 2x - 4 = 0$;

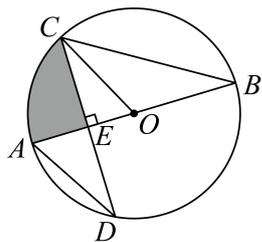
(2) $x(2x - 5) = 4x - 10$.

20. 已知关于 x 的方程 $x^2 + 2x + m - 2 = 0$.

(1) 若该方程有两个不相等的实数根, 求实数 m 的取值范围;

(2) 当该方程的一个根为 -3 时, 求 m 的值及方程的另一根.

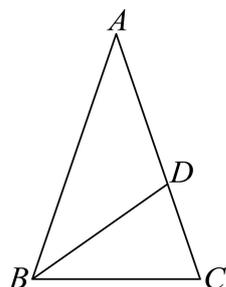
21. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 是 $\odot O$ 的一条弦, 且 $CD \perp AB$ 于点 E .



(1) 求证: $\angle BCO = \angle D$;

(2)若 $CD = 4\sqrt{3}$, $AE = 2$, 求阴影部分面积.

22. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle A = 36^\circ$, $\angle ABC$ 的平分线交 AC 于点 D .



(1)求证: $\triangle ABC \sim \triangle BDC$;

(2)若 $BC = 2$, ①求 AD 的长; ②求 AB 的长.

23. 根据以下素材, 探索完成任务

素材 1	泥塑, 俗称“彩塑”, 泥塑艺术是中国民间传统的一种古老常见的民间艺术. 某泥塑作坊制作泥塑进行销售, 7 月份制作泥塑 1000 件, 同年 9 月份制作泥塑 1440 件.
素材 2	泥塑的制作成本为 30 元/件, 销售一段时间后发现, 当泥塑售价为 40 元/件时, 月销售量为 400 件. 若在此基础上每件售价每上涨 1 元, 则月销售量将减少 10 件.
问题解决	
任务 1	求该泥塑作坊 7 月份到 9 月份制作泥塑数量的月平均增长率;
任务 2	为使月销售利润达到 6000 元, 而且尽可能让顾客得到实惠, 则该泥塑的售价应定为多少元/件?

24. 我们规定: 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的变形方程为 $a(x+1)^2 + b(x+1) + c = 0$. 例如, 方程

$2x^2 - 3x + 4 = 0$ 的变形方程为 $2(x+1)^2 - 3(x+1) + 4 = 0$

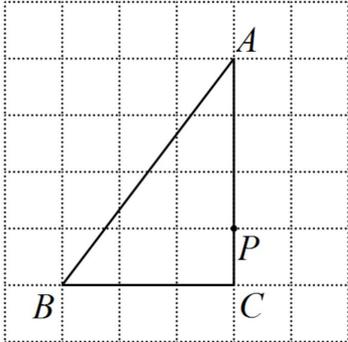
(1)若方程 $x^2 + 2x + m = 0$ 的变形方程有两个不相等的实数根, 求 m 的取值范围;

(2)若方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的变形方程为 $x^2 + 2x + 1 = 0$, 直接写出 $a + b + c$ 的值.

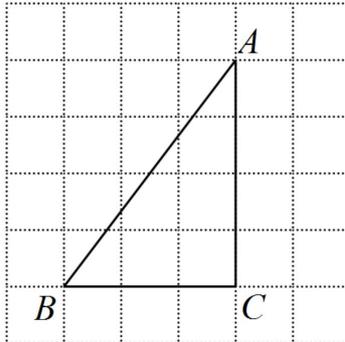
25. 如图, 在边长为 1 小正方形的网格中, $\triangle ABC$ 的顶点 A 、 B 、 C 均落在格点上, 请用无刻度的直尺按要求作图. (保留画图痕迹, 请将经过的格点描重一点, 不需证明)

(1) 如图 1, 点 P 在格点上, 在线段 AB 上找出所有符合条件的点 Q , 使 $\triangle APQ$ 和 $\triangle ABC$ 相似;

(2) 如图 2, 在 AB 上找点 Q , 使 $BQ=3$, 并求此时 CQ 的长为_.



(图1)

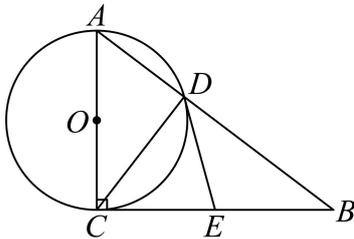


(图2)

26. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 点 E 是 BC 的中点, 以 AC 为直径的 $\odot O$ 与 AB 边交于点 D , 连接 DE .

(1) 判断直线 DE 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

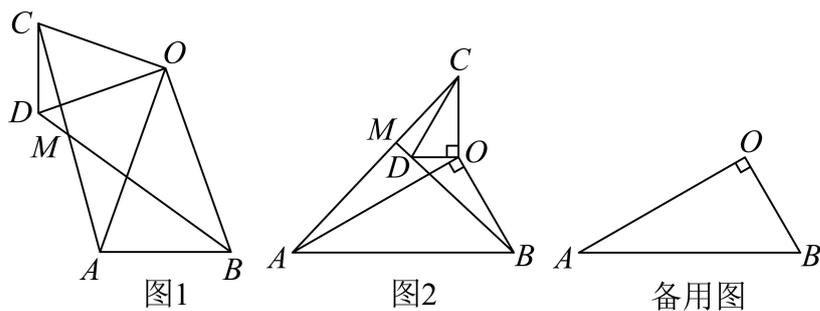
(2) 若 $CD=3$, $DE=\frac{5}{2}$, 求 $\odot O$ 的直径.



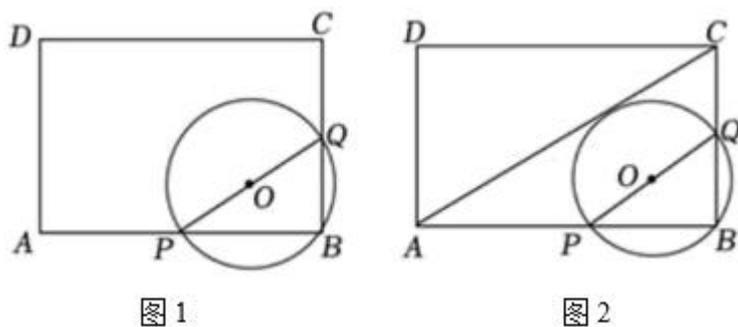
27. (1) 如图1, 在 $\triangle OAB$ 和 $\triangle OCD$ 中, $OA=OB$, $OC=OD$, $\angle AOB=\angle COD=39^\circ$, 连接 AC , BD 交于点 M , 填空: $\frac{AC}{BD}$ 的值为_____, $\angle AMB$ 的度数为_____;

(2) 如图2, 在 $\triangle OAB$ 和 $\triangle OCD$ 中, $\angle AOB=\angle COD=90^\circ$, $\angle OBA=\angle ODC=60^\circ$, 连接 AC 交 BD 的延长线于点 M , 请判断 $\frac{AC}{BD}$ 的值, 并说明理由;

(3) 在 (2) 的条件下, 将 $\triangle OCD$ 绕点 O 在平面内旋转, AC , BD 所在直线交于点 M , 若 $OD=1$, $OB=\sqrt{6}$; 点 Q 为 CD 的中点, 则在旋转的过程中, AQ 的最大值为_____.



28. 如图 1, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4\sqrt{3}\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$, 点 P 以 $\sqrt{3}\text{cm/s}$ 的速度从点 A 向点 B 运动, 点 Q 以 1cm/s 的速度从点 C 向点 B 运动, 两点同时出发, 设运动时间为 $t\text{s}$, $\odot O$ 是 $\triangle PQB$ 的外接圆.



- (1) 当 $t = 1$ 时, $\odot O$ 半径是_____ cm , $\odot O$ 与边 CD 的位置关系是_____.
- (2) 连接 CO , 则 CO 长的取值范围是_____.
- (3) 如图 2, 连接 AC , 当 $\odot O$ 与线段 AC 相切时, 求 t 的值.

参考答案:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	D	B	C	D	C	C	B	A	B

1. B

【分析】本题主要考查一元二次方程的定义，只含有一个未知数（元），且未知数的最高次数是2，且两边都是整式，这样的方程叫一元二次方程.

【详解】解：A. $x-1=0$ ，是一元一次方程，故该选项不正确，不符合题意；

B. $x^2=3$ ，是一元二次方程，故该选项正确，符合题意；

C. $4x-3y=3$ ，含有2个未知数，不是一元二次方程，故该选项不正确，不符合题意；

D. $x^2-y^2=3$ ，含有2个未知数，不是一元二次方程，故该选项不正确，不符合题意；

故选：B.

2. D

【分析】本题考查了比例的基本性质，掌握基本性质是解题关键. 四个数成比例则内项之积等于两外项之积，据此可进行解答.

【详解】解：A、 $\frac{a}{3}=\frac{5}{b}$ ，则 $ab=15$ ，故不符合题意；

B、 $\frac{b}{3}=\frac{5}{a}$ ，则 $ab=15$ ，故不符合题意；

C、 $\frac{b}{a}=\frac{5}{3}$ ，则 $3b=5a$ ，故不符合题意；

D、 $\frac{a}{5}=\frac{b}{3}$ ，则 $3a=5b$ ，故符合题意.

故选：D.

3. B

【分析】直接利用圆周角定理即可得.

【详解】解：∵ $\angle BAC = 54^\circ$ ，

∴ 由圆周角定理得： $\angle BOC = 2\angle BAC = 108^\circ$ ，

故选：B.

【点睛】本题考查了圆周角定理，熟练掌握圆周角定理是解题关键.

4. C

【分析】本题考查配方法解一元二次方程，先移项，再利用完全平方公式配方即可.

【详解】解： $y^2-4y+1=0$ ，

移项，得 $y^2 - 4y = -1$ ，

配方，得 $y^2 - 4y + 4 = -1 + 4$ ，

即 $(y-2)^2 = 3$ ，

故选：C.

5. D

【分析】根据点与圆的位置关系判断得出即可.

【详解】解：∵点 P 在圆内，且 $\odot O$ 的半径为 5，

∴ $0 \leq d < 5$ ，

故选：D.

【点睛】此题主要考查了点与圆的位置关系. 解题的关键在于熟练掌握点与圆的位置关系有 3 种： $\odot O$ 的半径为 r ，点 P 到圆心的距离 $OP=d$ ，则有：①点 P 在圆外 $\Leftrightarrow d > r$ ，②点 P 在圆上 $\Leftrightarrow d = r$ ，③点 P 在圆内 $\Leftrightarrow d < r$.

6. C

【分析】先判断 $\triangle DEF \sim \triangle BAF$ ，根据相似三角形的面积比等于相似比的平方计算即可.

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $DC \parallel AB$ ， $DC = AB$ ，

∴ $\triangle DEF \sim \triangle BAF$ ，

$$\therefore \frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle BAF}} = \left(\frac{DE}{AB}\right)^2.$$

又∵ $DE: EC = 3: 2$ ，

$$\therefore \frac{DE}{AB} = \frac{DE}{DC} = \frac{DE}{DE + EC} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle BAF}} = \left(\frac{DE}{AB}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}.$$

故选 C.

【点睛】本题考查平行四边形的性质、相似三角形的判定和性质，熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键.

7. C

【分析】本题考查添加条件证明三角形相似. 根据相似三角形的判定方法（两边对应成比例

且夹角相等、三边对应成比例或两角对应相等的两个三角形相似), 逐一进行判断是解题的关键.

【详解】A. 当 $\angle ACD = \angle B$ 时, 再由 $\angle A = \angle A$, 可得出 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$, 故此选项不符合题意;

B. 当 $\angle ADC = \angle ACB$ 时, 再由 $\angle A = \angle A$, 可得出 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$, 故此选项不符合题意;

C. 当 $\frac{AD}{AC} = \frac{CD}{BC}$ 时, 再由 $\angle A = \angle A$, 无法判定 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$, 故此选项符合题意;

D. 当 $AC^2 = AD \cdot AB$, 即 $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}$ 时, 再由 $\angle A = \angle A$, 可得出 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$, 故此选项不符合题意.

故选 C.

8. B

【分析】此题考查了确定圆的条件, 三角形外心的性质等知识,

根据确定圆的条件对①进行判断; 根据圆心角、弧、弦的关系对②进行判断; 根据圆周角定理对③进行判断; 根据三角形外心的性质对④⑤进行判断.

【详解】解: (1) 不共线的三个点确定一个圆, 故错误;

(2) 在同圆或等圆中, 相等的圆心角所对的弦相等, 故错误;

(3) 同弧或等弧所对的圆周角相等, 故正确;

(4) 三角形的外心到三角形三个顶点的距离相等, 故错误;

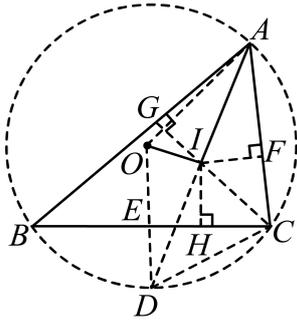
(5) 外心在三角形的一边上的三角形是直角三角形, 故正确;

故选: B.

9. A

【分析】延长 AI 交 $\triangle ABC$ 外接圆于点 D , 连接 OA, OD, CD, CI , 过 I 作 $IF \perp AC$ 于 F , $IG \perp AB$ 于 G , $IH \perp BC$ 于 H , 根据三角形内切圆和圆周角定理求出 $CD = ID = AI$, 根据 AAS 证明 $\triangle DCE \cong \triangle IAF$, 可得出 $AF = CE = 5$, 根据点 I 是 $\triangle ABC$ 的内心, 可得出 $AB + AC - BC = 2AF$, 即可求解.

【详解】解: 延长 AI 交 $\triangle ABC$ 外接圆于点 D , 连接 OA, OD, CD, CI , 过 I 作 $IF \perp AC$ 于 F , $IG \perp AB$ 于 G , $IH \perp BC$ 于 H ,



则 AB 与 $\triangle ABC$ 的内切圆相切于 G , AC 与 $\triangle ABC$ 的内切圆相切于 F , BC 与 $\triangle ABC$ 的内切圆相切于 H ,

$$\therefore AG = AH, \quad BG = BH, \quad CF = CH,$$

$$\therefore AB + AC - BC = AG + BG + AF + CF - BH - CH = 2AF,$$

$$\because AO = DO, \quad OI \perp AI,$$

$$\therefore AI = DI,$$

\because 点 I 是 $\triangle ABC$ 的内心,

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD, \quad \angle ACI = \angle BCI,$$

$$\therefore \widehat{BD} = \widehat{CD},$$

$$\therefore \angle CAD = \angle BCD,$$

$$\because \angle DIC = \angle DAC + \angle ACI, \quad \angle DCI = \angle BCD + \angle BCI,$$

$$\therefore \angle DIC = \angle DCI,$$

$$\therefore DI = DC = AI,$$

$$\because \widehat{BD} = \widehat{CD}, \quad OD \text{ 是半径},$$

$$\therefore BE = CE = \frac{1}{2}BC = 5, \quad OD \perp BC,$$

在 $\triangle DCE$ 和 $\triangle FAI$ 中,

$$\begin{cases} \angle DEC = \angle AFI = 90^\circ \\ \angle DCE = \angle EAF \\ DC = IA \end{cases},$$

$$\therefore \triangle DCE \cong \triangle IAF,$$

$$\therefore CE = AF = 5,$$

$$\therefore AB + AC - BC = 10, \quad \text{即 } 12 + AC - 10 = 10,$$

解得 $AC = 8$,

故选: A.

【点睛】本题考查了三角形的外心与内心，切线长定理，全等三角形的判定与性质，垂径定理等知识，明确题意，添加合适的辅助线是解题的关键.

10. B

【分析】根据题意，证明 $\triangle PEH \sim \triangle PGF$ ，可判定①；由 $\angle BOC = 60^\circ$ ，得到 $\angle GOE = 180^\circ - \angle BOC = 120^\circ$ ，由 $PG \perp BD, PE \perp AC$ ，及四边形内角和定理可得 $\angle GPE = 60^\circ$ ，可判定②；连接 PA, PB, PO ，过点 P 作 $PM \perp AB$ 与点 M ，则有 $S_{\triangle POB} + S_{\triangle POA} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle PAB}$ ，可得 $PG + PE = \frac{2S_{\triangle AOB}}{OA} + \frac{AB}{OA} \cdot PM$ ，当 PM 为最大时， $PG + PE$ 为最大，根据题意可得 $S_{\triangle AOB} = \frac{\sqrt{3}}{4}OA^2$ ，可判定③；当 $\triangle PEH \cong \triangle CBA$ 时，则 $PE = BC$ ，根据题意可得 $S_{\text{矩形}ABCD} = AB \cdot BC = \sqrt{3}OA \cdot OA = \sqrt{3}OA^2$ ， $S_{\triangle PGF} = \frac{1}{2}PG \cdot OG = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}OA \times \frac{\sqrt{3}}{2}OA = \frac{\sqrt{3}}{8}OA^2$ ，可判定④；由此即可求解.

【详解】解： $\because PG \perp BD, PE \perp AC$ ，
 $\therefore \angle PEH = \angle PGF = 90^\circ$ ，
 又 $\because \angle HPE = \angle FPG$ ，
 $\therefore \triangle PEH \sim \triangle PGF$ ，

$\therefore \frac{PE}{PG} = \frac{PH}{PF}$ ，故①正确；

$\because \angle BOC = 60^\circ$ ，

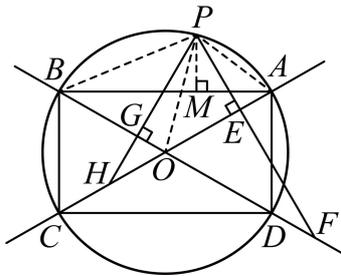
$\therefore \angle GOE = 180^\circ - \angle BOC = 120^\circ$ ，

$\because PG \perp BD, PE \perp AC$ ，

$\therefore \angle PGO = \angle PEO = 90^\circ$ ，

在四边形 $PGOE$ 中， $\angle GPE = 360^\circ - (\angle PGO + \angle PEO + \angle GOE) = 60^\circ$ ，故②正确；

如图所示，连接 PA, PB, PO ，过点 P 作 $PM \perp AB$ 与点 M ，



$\because S_{\triangle POB} + S_{\triangle POA} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle PAB}$ ， AC, BD 是 $\odot O$ 的直径， $\angle AOB = 120^\circ$ ，

∴ 四边形 $ABCD$ 为矩形,

$$\therefore AC = 2BO = 2OA,$$

$$\because \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC = 30^\circ,$$

$$\therefore BC = \frac{1}{2} AC = OA,$$

由勾股定理可得, $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{3}OA,$

$$\therefore S_{\text{矩形}ABCD} = AB \cdot BC = \sqrt{3}OA \cdot OA = \sqrt{3}OA^2,$$

在 $Rt\triangle OPG$ 中, $\angle GOP = \angle AOB - \angle POA = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ,$

$$\therefore PG = \frac{1}{2} OP = \frac{1}{2} OA, \quad OG = \sqrt{OP^2 - PG^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} OP = \frac{\sqrt{3}}{2} OA,$$

$$\therefore S_{\triangle POG} = \frac{1}{2} PG \cdot OG = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} OA \times \frac{\sqrt{3}}{2} OA = \frac{\sqrt{3}}{8} OA^2,$$

$$\therefore S_{\triangle POG} : S_{\text{矩形}ABCD} = 1:8, \text{ 故④正确};$$

综上所述, 正确的有①②④,

故选: B .

【点睛】 此题主要考查了圆心角、弧、弦的关系, 矩形的判定和性质, 全等三角形的性质, 相似三角形的判定与性质, 理解圆心角、弧、弦的关系, 矩形的判定和性质, 熟练掌握全等三角形的性质, 相似三角形的判定与性质是解决问题的关键.

11. $x_1 = 0, x_2 = 1$

【分析】 本题考查了利用因式分解的方法求解一元二次方程, 利用两数相乘积为 0, 两因式中至少有一个为 0 转化为两个一元一次方程来求解.

【详解】 解: $x^2 - x = 0,$

$$\therefore x(x-1) = 0,$$

$$\therefore x_1 = 0, x_2 = 1,$$

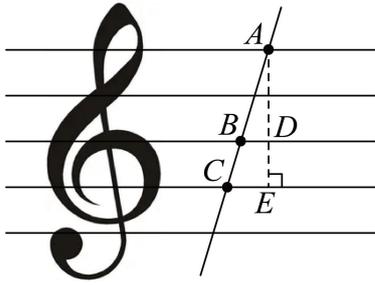
故答案为: $x_1 = 0, x_2 = 1.$

12. 2

【分析】 过点 A 作平行横线的垂线, 交点 B 所在的平行横线于点 D, 交点 C 所在的平行横线于点 E, 根据平行线分线段成比例定理列出比例式, 求解即可.

【详解】 解: 如下图, 过点 A 作平行横线的垂线, 交点 B 所在的平行横线于点 D, 交点 C 所

在的平行横线于点 E ，



$$\text{则 } \frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DE}, \text{ 即 } \frac{4}{BC} = 2,$$

解得 $BC = 2$.

故答案为：2.

【点睛】本题主要考查了平行线分线段成比例定理，灵活运用平行线分线段成比例定理，找准等量关系是解题关键.

13. 10

【分析】根据圆的周长公式求出圆锥的底面周长，再根据圆锥的侧面积的计算公式计算即可.

【详解】解：设圆锥的母线长为 $R\text{cm}$ ，

圆锥的底面周长 $= \pi \times 2 = 2\pi(\text{cm})$ ，

$$\text{则 } \frac{1}{2} \times 2\pi \times R = 10\pi,$$

解得： $R = 10$ ，

故答案为：10.

【点睛】本题考查的是圆锥的计算，理解圆锥的侧面展开图与原来的扇形之间的关系是解决本题的关键，理解圆锥的母线长是扇形的半径，圆锥的底面圆周长是扇形的弧长是解决本题的关键.

$$14. 5.2(1-x)^2 = 3.6$$

【分析】本题考查一元二次方程的实际应用，涉及平均增长率问题的解法，读懂题意，找到等量关系列出方程是解决问题的关键.

根据“2020年的降尘量 $\times (1 - \text{年平均下降率})^2 = 2022$ 年的降尘量”求解即可.

【详解】解：若设降尘量的年平均下降率为 x ，则 $5.2(1-x)^2 = 3.6$ ，

故答案为： $5.2(1-x)^2 = 3.6$.

$$15. 3\sqrt{10}$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/718127101024007003>