

2024 届云浮市重点中学高三下学期 3 月测试数学试题试卷

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型 (B) 填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 五行学说是华夏民族创造的哲学思想，是华夏文明重要组成部分.古人认为，天下万物皆由金、木、水、火、土五类元素组成，如图，分别是金、木、水、火、土彼此之间存在的相生相克的关系.若从 5 类元素中任选 2 类元素，则 2 类元素相生的概率为 ()

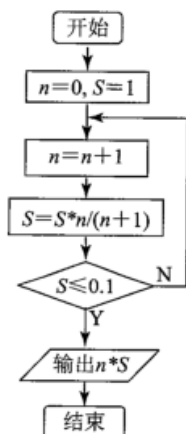


- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{5}$

2. 已知直线 $y=k(x-1)$ 与抛物线 $C: y^2=4x$ 交于 A, B 两点，直线 $y=2k(x-2)$ 与抛物线 $D: y^2=8x$ 交于 M, N 两点，设 $\lambda=|AB|-2|MN|$ ，则 ()

- A. $\lambda < -16$ B. $\lambda = -16$ C. $-12 < \lambda < 0$ D. $\lambda = -12$

3. 阅读下面的程序框图，运行相应的程序，程序运行输出的结果是 ()



- A. 1. 1 B. 1 C. 2. 9 D. 2. 8

4. 已知 F_1, F_2 是椭圆与双曲线的公共焦点, P 是它们的一个公共点, 且 $|PF_2| > |PF_1|$, 椭圆的离心率为 e_1 , 双曲线的离心率为 e_2 , 若 $|PF_1| = |F_1F_2|$, 则 $\frac{3}{e_1} + \frac{e_2}{3}$ 的最小值为 ()

- A. $6 + 2\sqrt{3}$ B. $6 + 2\sqrt{2}$ C. 8 D. 6

5. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 S_n 为前 n 项和, $2a_9 = a_{11} + 12$, 则 S_{13} 的值是 ()

- A. 156 B. 124 C. 136 D. 180

6. 函数 $f(x) = \sin(x + \theta)$ 在 $[0, \pi]$ 上为增函数, 则 θ 的值可以是 ()

- A. 0 B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. $\frac{3\pi}{2}$

7. 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin 2x - 2 \cos^2 x + 1$, 将 $f(x)$ 的图象上的所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$, 纵坐标保持不变, 再把所得图象向上平移 1 个单位长度, 得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 若 $g(x_1) \cdot g(x_2) = 9$, 则 $|x_1 - x_2|$ 的值可能为 ()

- A. $\frac{5\pi}{4}$ B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{3}$

8. 已知函数 $f(x)$ 满足: 当 $x \in [-2, 2)$ 时, $f(x) = \begin{cases} x(x+2), & -2 \leq x \leq 0 \\ \log_2 x, & 0 < x < 2 \end{cases}$, 且对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有

$f(x+4) = f(x)$, 则 $f(2019) =$ ()

- A. 0 B. 1 C. -1 D. $\log_2 3$

9. $(x^2 - 2)(x + 2)^5$ 的展开式中含 x^4 的项的系数为 ()

- A. -20 B. 60 C. 70 D. 80

10. 已知命题 p : " $m = 1$ " 是“直线 $x - my = 0$ 和直线 $x + my = 0$ 互相垂直”的充要条件; 命题 q : 函数 $f(x) = x + \frac{4}{x}$ 的最小值为 4. 给出下列命题: ① $p \wedge q$; ② $p \vee q$; ③ $p \wedge (\neg q)$; ④ $(\neg p) \wedge (\neg q)$, 其中真命题的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

11. $\triangle ABC$ 中, $AB = 3$, $BC = \sqrt{13}$, $AC = 4$, 则 $\triangle ABC$ 的面积是 ()

- A. $3\sqrt{3}$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ C. 3 D. $\frac{3}{2}$

12. $\tan 570^\circ =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. $f(x) = \begin{cases} 2e^{x-1}, & x < 2 \\ \log_3(x^2 - 1), & x \geq 2 \end{cases}$, 则 $f(f(2))$ 的值为_____.

14. 设点 P 在函数 $f(x) = \frac{1}{2}e^x$ 的图象上, 点 Q 在函数 $g(x) = \ln(2x)$ 的图象上, 则线段 PQ 长度的最小值为_____.

15. 某校13名学生参加军事冬令营活动, 活动期间各自扮演一名角色进行分组游戏, 角色按级别从小到大共9种, 分别为士兵、排长、连长、营长、团长、旅长、师长、军长和司令. 游戏分组有两种方式, 可以2人一组或者3人一组. 如果2人一组, 则必须角色相同; 如果3人一组, 则3人角色相同或者3人为级别连续的3个不同角色. 已知这13名学生扮演的角色有3名士兵和3名司令, 其余角色各1人, 现在新加入1名学生, 将这14名学生分成5组进行游戏, 则新加入的学生可以扮演的角色的种数为_____.

16. 已知 $x > 0$, $y > 0$, 且 $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 1$, 则 $x + 2y$ 的最小值是_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\cos A = \frac{3}{5}$, $\tan(B - A) = \frac{1}{3}$.

(1) 求 $\tan B$ 的值;

(2) 若 $c = 13$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (12分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右顶点分别为 A, B , 焦距为2, 直

线 l 与椭圆交于 C, D 两点 (均异于椭圆的左、右顶点). 当直线 l 过椭圆的右焦点 F 且垂直于 x 轴时, 四边形 $ACBD$ 的面积为6.

(1) 求椭圆的标准方程;

(2) 设直线 AC, BD 的斜率分别为 k_1, k_2 .

①若 $k_2 = 3k_1$, 求证: 直线 l 过定点;

②若直线 l 过椭圆的右焦点 F , 试判断 $\frac{k_1}{k_2}$ 是否为定值, 并说明理由.

19. (12分) 若数列 $\{a_n\}$ 满足: 对于任意 $n \in \mathbb{N}^*$, $a_n + |a_{n+1} - a_{n+2}|$ 均为数列 $\{a_n\}$ 中的项, 则称数列 $\{a_n\}$ 为“ T 数列”.

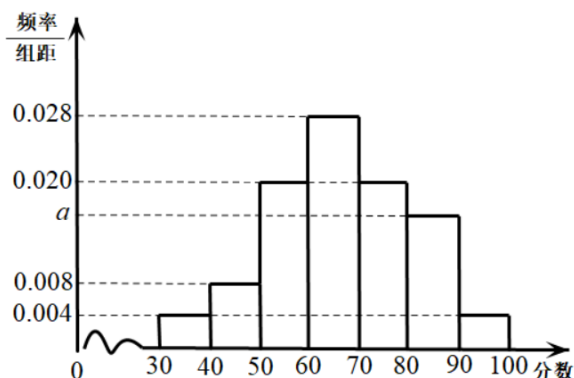
(1) 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 4n - 2n^2$, $n \in \mathbb{N}^*$, 试判断数列 $\{a_n\}$ 是否为“ T 数列”? 说明理由;

- (2) 若公差为 d 的等差数列 $\{a_n\}$ 为“ T 数列”，求 d 的取值范围；
- (3) 若数列 $\{a_n\}$ 为“ T 数列”， $a_1 = 1$ ，且对于任意 $n \in \mathbf{N}^*$ ，均有 $a_n < a_{n+1}^2 - a_n^2 < a_{n+1}$ ，求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式。

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = |x+2| + |x-4|$.

- (1) 求不等式 $f(x) \leq 3x$ 的解集；
- (2) 若 $f(x) \geq k|x-1|$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立，求 k 的取值范围.

21. (12 分) 改革开放 40 年，我国经济取得飞速发展，城市汽车保有量在不断增加，人们的交通安全意识也需要不断加强. 为了解某城市不同性别驾驶员的交通安全意识，某小组利用假期进行一次全市驾驶员交通安全意识调查. 随机抽取男女驾驶员各 50 人，进行问卷测评，所得分数的频率分布直方图如图所示. 在 80 分以上为交通安全意识强.



- (1) 求 a 的值，并估计该城市驾驶员交通安全意识强的概率；
- (2) 已知交通安全意识强的样本中男女比例为 4:1，完成下列 2×2 列联表，并判断有多大把握认为交通安全意识与性别有关；

	安全意识强	安全意识不强	合计
男性			
女性			
合计			

- (3) 用分层抽样的方式从得分在 50 分以下的样本中抽取 6 人，再从 6 人中随机选取 2 人对未来一年内的交通违章情况进行跟踪调查，求至少有 1 人得分低于 40 分的概率.

附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ 其中 $n = a+b+c+d$.

$P(K^2 \geq k)$	0.010	0.005	0.001
k	6.635	7.879	10.828

22. (10 分) 已知函数 $f(x) = (ax-1)e^x + ax + 1$, 其中 e 为自然对数的底数, $a \in R$.

- (1) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线与直线 $2x - y + 1 = 0$ 平行, 求 a 的值;
- (2) 若 $a = \frac{1}{2}$, 问函数 $f(x)$ 有无极值点? 若有, 请求出极值点的个数; 若没有, 请说明理由.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

列举出金、木、水、火、土任取两个的所有结果共 10 种, 其中 2 类元素相生的结果有 5 种, 再根据古典概型概率公式可得结果.

【详解】

金、木、水、火、土任取两类, 共有:

金木、金水、金火、金土、木水、木火、木土、水火、水土、火土 10 种结果,

其中两类元素相生的有火木、火土、木水、水金、金土共 5 结果,

所以 2 类元素相生的概率为 $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$, 故选 A.

【点睛】

本题主要考查古典概型概率公式的应用, 属于基础题, 利用古典概型概率公式求概率时, 找准基本事件个数是解题的关键, 基本事件的探求方法有 (1)枚举法: 适合给定的基本事件个数较少且易一一列举出的; (2)树状图法: 适合于较为复杂的问题中的基本事件的探求.在找基本事件个数时, 一定要按顺序逐个写出: 先 (A_1, B_1) , $(A_1, B_2) \dots (A_1, B_n)$, 再 (A_2, B_1) , $(A_2, B_2) \dots (A_2, B_n)$ 依次 (A_3, B_1) $(A_3, B_2) \dots (A_3, B_n) \dots$ 这样才能避免多写、漏写现象的发生.

2、D

【解析】

分别联立直线与抛物线的方程，利用韦达定理，可得 $|AB| = 4 + \frac{4}{k^2}$ ， $|AB| = 4 + \frac{4}{k^2}$ ，然后计算，可得结果.

【详解】

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$,

$$\text{联立} \begin{cases} y = k(x-1) \\ y^2 = 4x \end{cases} \Rightarrow k^2 x^2 - (2k^2 + 4)x + k^2 = 0$$

$$\text{则 } x_1 + x_2 = \frac{2k^2 + 4}{k^2} = 2 + \frac{4}{k^2},$$

因为直线 $y = k(x-1)$ 经过 C 的焦点，

$$\text{所以 } |AB| = x_1 + x_2 + p = 4 + \frac{4}{k^2}.$$

$$\text{同理可得 } |MN| = 8 + \frac{2}{k^2},$$

$$\text{所以 } \lambda = 4 - 16 = -12$$

故选： D .

【点睛】

本题考查的是直线与抛物线的交点问题，运用抛物线的焦点弦求参数，属基础题。

3、C

【解析】

根据程序框图的模拟过程，写出每执行一次的运行结果，属于基础题.

【详解】

初始值 $n = 0, S = 1$

$$\text{第一次循环: } n = 1, S = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2};$$

$$\text{第二次循环: } n = 2, S = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3};$$

$$\text{第三次循环: } n = 3, S = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4};$$

$$\text{第四次循环: } n = 4, S = \frac{1}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{5};$$

$$\text{第五次循环: } n = 5, S = \frac{1}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{6};$$

$$\text{第六次循环: } n = 6, S = \frac{1}{6} \times \frac{6}{7} = \frac{1}{7};$$

$$\text{第七次循环: } n = 7, S = \frac{1}{7} \times \frac{7}{8} = \frac{1}{8};$$

第九次循环: $n=8$, $S=\frac{1}{8}\times\frac{8}{9}=\frac{1}{9}$;

第十次循环: $n=9$, $S=\frac{1}{9}\times\frac{9}{10}=\frac{1}{10}\leq 0.1$;

所以输出 $S=9\times\frac{1}{10}=0.9$.

故选: C

【点睛】

本题考查了循环结构的程序框图的读取以及运行结果, 属于基础题.

4、C

【解析】

由椭圆的定义以及双曲线的定义、离心率公式化简 $\frac{3}{e_1}+\frac{e_2}{3}$, 结合基本不等式即可求解.

【详解】

设椭圆的长半轴长为 a , 双曲线的半实轴长为 a' , 半焦距为 c ,

则 $e_1=\frac{c}{a}$, $e_2=\frac{c}{a'}$, 设 $|PF_2|=m$

由椭圆的定义以及双曲线的定义可得:

$$|PF_1|+|PF_2|=2a \Rightarrow a=\frac{m}{2}+c, \quad |PF_2|-|PF_1|=2a' \Rightarrow a'=\frac{m}{2}-c$$

$$\text{则 } \frac{3}{e_1}+\frac{e_2}{3}=\frac{3a}{c}+\frac{c}{3a'}=\frac{3\left(c+\frac{m}{2}\right)}{c}+\frac{c}{3\left(\frac{m}{2}-c\right)}=6+\frac{3\left(\frac{m}{2}-c\right)}{c}+\frac{c}{3\left(\frac{m}{2}-c\right)}$$

$$\geq 6+2\sqrt{\frac{3\left(\frac{m}{2}-c\right)}{c}\cdot\frac{c}{3\left(\frac{m}{2}-c\right)}}=8$$

当且仅当 $a=\frac{7}{3}c$ 时, 取等号.

故选: C.

【点睛】

本题主要考查了椭圆的定义以及双曲线的定义、离心率公式, 属于中等题.

5、A

【解析】

因为 $a_7+a_{11}=2a_9=a_{11}+12$, 可得 $a_7=12$, 根据等差数列前 n 项和, 即可求得答案.

【详解】

$$Q \ a_7 + a_{11} = 2a_9 = a_{11} + 12,$$

$$\therefore a_7 = 12,$$

$$\therefore S_{13} = \frac{13(a_1 + a_{13})}{2} = 13a_7 = 13 \times 12 = 156.$$

故选：A.

【点睛】

本题主要考查了求等差数列前 n 项和，解题关键是掌握等差中项定义和等差数列前 n 项和公式，考查了分析能力和计算能力，属于基础题.

6、D

【解析】

依次将选项中的 θ 代入，结合正弦、余弦函数的图象即可得到答案.

【详解】

当 $\theta = 0$ 时， $f(x) = \sin x$ 在 $[0, \pi]$ 上不单调，故 A 不正确；

当 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 时， $f(x) = \cos x$ 在 $[0, \pi]$ 上单调递减，故 B 不正确；

当 $\theta = \pi$ 时， $f(x) = -\sin x$ 在 $[0, \pi]$ 上不单调，故 C 不正确；

当 $\theta = \frac{3\pi}{2}$ 时， $f(x) = -\cos x$ 在 $[0, \pi]$ 上单调递增，故 D 正确.

故选：D

【点睛】

本题考查正弦、余弦函数的单调性，涉及到诱导公式的应用，是一道容易题.

7、C

【解析】

利用二倍角公式与辅助角公式将函数 $y = f(x)$ 的解析式化简，然后利用图象变换规律得出函数 $y = g(x)$ 的解析式为

$g(x) = 2\sin\left(4x - \frac{\pi}{6}\right) + 1$ ，可得函数 $y = g(x)$ 的值域为 $[-1, 3]$ ，结合条件 $g(x_1) \cdot g(x_2) = 9$ ，可得出 $g(x_1)$ 、 $g(x_2)$

均为函数 $y = g(x)$ 的最大值，于是得出 $|x_1 - x_2|$ 为函数 $y = g(x)$ 最小正周期的整数倍，由此可得出正确选项.

【详解】

$$\text{函数 } f(x) = \sqrt{3} \sin 2x - 2 \cos^2 x + 1 = \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right),$$

将函数 $y = f(x)$ 的图象上的所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍, 得 $y = 2 \sin\left(4x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象;

再把所得图象向上平移 1 个单位, 得函数 $y = g(x) = 2 \sin\left(4x - \frac{\pi}{6}\right) + 1$ 的图象, 易知函数 $y = g(x)$ 的值域为 $[-1, 3]$.

若 $g(x_1) \cdot g(x_2) = 9$, 则 $g(x_1) = 3$ 且 $g(x_2) = 3$, 均为函数 $y = g(x)$ 的最大值,

$$\text{由 } 4x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z}), \text{ 解得 } x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z});$$

其中 x_1, x_2 是三角函数 $y = g(x)$ 最高点的横坐标,

$$\therefore |x_1 - x_2| \text{ 的值为函数 } y = g(x) \text{ 的最小正周期 } T \text{ 的整数倍, 且 } T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}. \text{ 故选 C.}$$

【点睛】

本题考查三角函数图象变换, 同时也考查了正弦型函数与周期相关的问题, 解题的关键在于确定 $g(x_1)$ 、 $g(x_2)$ 均为函数 $y = g(x)$ 的最大值, 考查分析问题和解决问题的能力, 属于中等题.

8、C

【解析】

由题意可知 $f(2019) = f(-1)$, 代入函数表达式即可得解.

【详解】

由 $f(x+4) = f(x)$ 可知函数 $f(x)$ 是周期为 4 的函数,

$$\therefore f(2019) = f(-1 + 4 \times 505) = f(-1) = -1 \times (-1 + 2) = -1.$$

故选: C.

【点睛】

本题考查了分段函数和函数周期的应用, 属于基础题.

9、B

【解析】

展开式中含 x^4 的项是由 $(x+2)^5$ 的展开式中含 x^4 和 x^2 的项分别与前面的常数项 -2 和 x^2 项相乘得到, 由二项式的通项, 可得解

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/725101122112011304>