

第25章 锐角的三角比压轴题专练



一、单选题

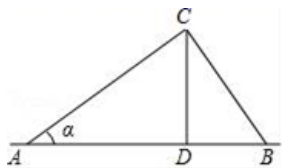
1. (2019·上海九年级单元测试) 因为 $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 210^\circ = -\frac{1}{2}$, 所以

$\sin 210^\circ = \sin(180^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ$; 因为 $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 225^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, 所以

$\sin 225^\circ = \sin(180^\circ + 45^\circ) = -\sin 45^\circ$, 由此猜想, 推理知: 一般地当 α 为锐角时有 $\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$, 由此可知: $\sin 240^\circ = (\quad)$.

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\sqrt{3}$

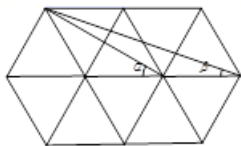
2. (2018·上海奉贤·中考模拟) 如图, 电线杆CD的高度为h, 两根拉线AC与BC互相垂直(A、D、B在同一条直线上), 设 $\angle CAB = \alpha$, 那么拉线BC的长度为()



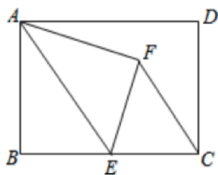
- A. $\frac{h}{\sin \alpha}$ B. $\frac{h}{\cos \alpha}$ C. $\frac{h}{\tan \alpha}$ D. $\frac{h}{\cot \alpha}$

二、填空题

3. (2019·上海市民办新竹园中学九年级月考) 如图, 由10个完全相同的正三角形构成的网格图中, $\angle \alpha$ 、 $\angle \beta$ 如图所示, 则 $\cos(\alpha + \beta) = \underline{\hspace{2cm}}$.

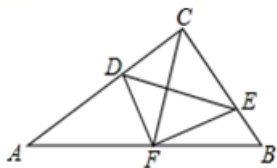


4. (2019·上海九年级月考) 如图, 四边形ABCD为矩形, $AB=4$, $BC=6$, 点E是BC边的中点, 将 $\triangle ABE$ 沿直线AE折叠, 点B落在点F处, 连接CF, 则 $\sin \angle ECF$ 的值为__.

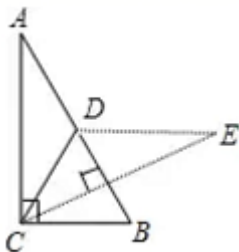


5. (2019·上海浦东新·) 若点G是等边三角形ABC的重心, 且 $AG = \frac{2}{3}\sqrt{3}$, 则等边三角形的边长为_____.

6. (2020·上海九年级月考) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 点 D 、 E 分别在边 AC 、 BC 上, 且 $\angle CDE=\angle B$, 将 $\triangle CDE$ 沿 DE 折叠, 点 C 恰好落在 AB 边上的点 F 处, 若 $AC=2BC$, 则 $\frac{DE}{CF}$ 的值为_____.

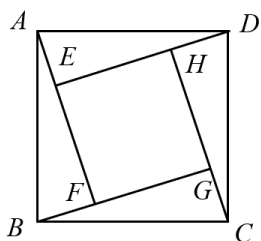


7. (2018·上海黄浦区·格致中学九年级月考) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, CD 为 AB 边上的中线, 将 $\triangle ACD$ 沿 CD 翻折到 $\triangle ECD$ 的位置, 若 $CE \perp AB$, 则 $\frac{AC}{AB} =$ _____.



8. (2020·上海普陀·九年级月考) 勾股定理是世界文明宝库中的一颗璀璨明珠, 我国汉代数学家赵爽将四个全等的直角三角形拼成了一个大正方形 $ABCD$, 同时留下一个小正方形 $EFGH$ 的空隙(如图), 利用面积证明了勾股定理. 如果小正方形 $EFGH$ 的面积是4,

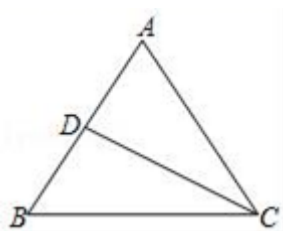
$\sin \angle GBC = \frac{\sqrt{10}}{10}$, 那么大正方形 $ABCD$ 的面积等于_____.



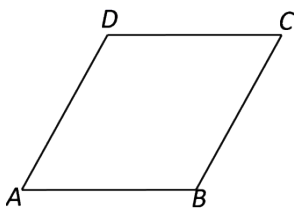
9. (2019·上海市上外民办劲松中学九年级二模) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $BC=2$, 将矩形 $ABCD$ 绕点 D 顺时针旋转 90° , 点 A 、 C 分别落在点 A' 、 C' 处, 如果点 A' 、 C' 、 B 在同一条直线上, 那么 $\tan \angle ABA'$ 的值为_____.



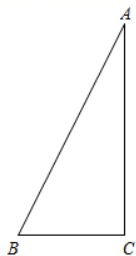
10. (2018 · 上海虹口区 · 中考模拟) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $BC=8$, $\tan B = \frac{3}{2}$, 点 D 是 AB 的中点, 如果把 $\triangle BCD$ 沿直线 CD 翻折, 使得点 B 落在同一平面内的 B' 处, 联结 AB' , 那么 AB' 的长为_____.



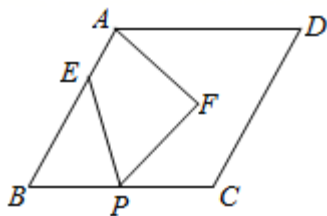
11. (2021 · 上海) 如图, 有一菱形纸片 $ABCD$, $\angle A = 60^\circ$, 将该菱形纸片折叠, 使点 A 恰好与 CD 的中点 E 重合, 折痕为 FG , 点 F 、 G 分别在边 AB 、 AD 上, 联结 EF , 那么 $\cos \angle EFB$ 的值为_____.



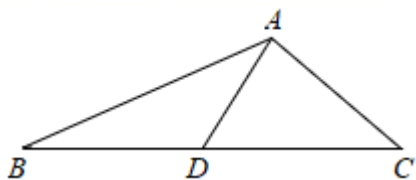
12. (2021 · 上海金山区 ·) 已知在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC=1$, $AC=2$, 以点 C 为直角顶点的 $Rt\triangle DCE$ 的顶点 D 在 BA 的延长线上, DE 交 CA 的延长线于点 G , 若 $\tan \angle CED = \frac{1}{2}$, $CE = GE$, 那么 BD 的长等于_____.



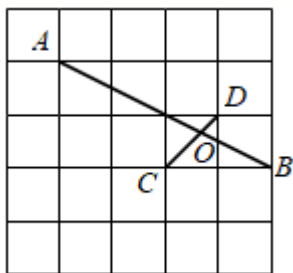
13. (2021 · 上海九年级专题练习) 如图, 菱形 $ABCD$ 中, $AB=9$, $\angle ABC = 60^\circ$, 点 E 在 AB 边上, 且 $BE = 2AE$, 动点 P 在 BC 边上, 连接 PE , 将线段 PE 绕点 P 顺时针旋转 60° 至线段 PF , 连接 AF , 则线段 AF 长的最小值为_____.



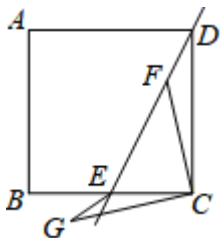
14. (2021 · 上海奉贤区 · 九年级二模) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线, $\angle ADC = 60^\circ$, $BC = 3AD$. 将 $\triangle ABD$ 沿直线 AD 翻折, 点 B 落在平面上的 B' 处, 联结 AB' 交 BC 于点 E , 那么 $\frac{CE}{BE}$ 的值为_____.



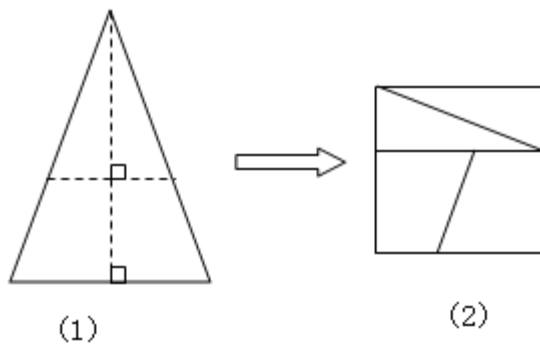
15. (2021 · 上海杨浦区 · 九年级二模) 如图, 已知在正方形网格中, 点 A 、 B 、 C 、 D 在小正方形的顶点上, 线段 AB 与线段 CD 相交于点 O , 那么 $\tan \angle AOC =$ _____.



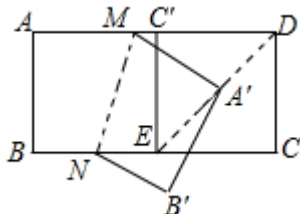
16. (2021 · 上海九年级专题练习) 如图, 四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, E 是 BC 边的中点, F 是直线 DE 上的动点. 连接 CF , 将线段 CF 逆时针旋转 90° 得到 CG , 连接 EG , 则 EG 的最小值是_____.



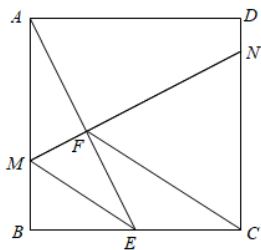
17. (2021 · 上海) 先将如图 (1) 的等腰三角形的纸片沿着虚线剪成四块, 再用这四块小纸片进行拼接, 恰好拼成一个如图 (2) 无缝隙、不重叠的正方形, 则该等腰三角形底角的正切值是_____.



18. (2021 · 上海) 如图, 矩形纸片 $ABCD$, $AD = 2AB = 12$, 点 E 在线段 BC 上, 将 $\triangle ECD$ 沿 DE 向上翻折, 点 C 的对应点 C' 落在线段 AD 上, 点 M 、 N 分别是线段 AD 与线段 BC 上的点, 将四边形 $ABNM$ 沿 MN 向下翻折, 点 A 恰好落在线段 DE 的中点 A' 处. 则线段 MN 的长为 _____.

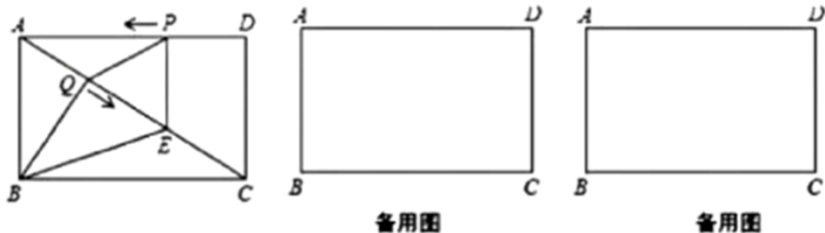


19. (2021 · 上海普陀 ·) 如图, 正方形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, E 为边 BC 的中点, 点 F 在 AE 上, 过点 F 作 $MN \perp AE$, 分别交边 AB 、 DC 于点 M 、 N , 联结 FC , 如果 $\triangle FNC$ 是以 CN 为底边的等腰三角形, 那么 $FC =$ _____.



三、解答题

20. (2020 · 上海市西南模范中学九年级月考) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $BC = 4$, 动点 P 从点 D 出发沿 DA 向终点 A 运动, 同时动点 Q 从点 A 出发沿对角线 AC 向终点 C 运动, 过点 P 作 $PE \parallel DC$, 交 AC 于点 E , 动点 P 、 Q 的运动速度是每秒 1 个单位长度, 运动时间为 x 秒, 当点 P 动到点 A 时, P 、 Q 两点同时停止运动, 设 $PE = y$.



- (1) 求 y 关于 x 的函数关系式；
- (2) 探究：当 x 为何值时，四边形 $PQBE$ 为梯形？
- (3) 是否存在这样的点 P 和点 Q ，使 P 、 Q 、 E 为顶点的三角形是等腰三角形？若存在，请求出所有满足要求的 x 的值；若不存在，请说明理由。

21. (2020 · 上海宝山 · 九年级月考) 已知 $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = 2$ ， $BC = 3$ ， $AD \parallel BC$ ， P 为线段 BD 上的动点，点 Q 在射线 AB 上，且满足 $\frac{PQ}{PC} = \frac{AD}{AB}$ (如图1所示)

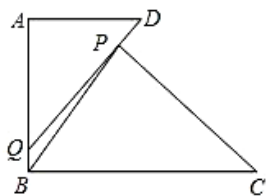


图 1

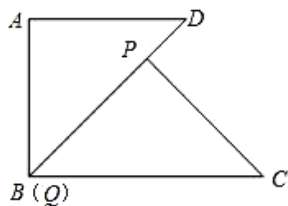


图 2

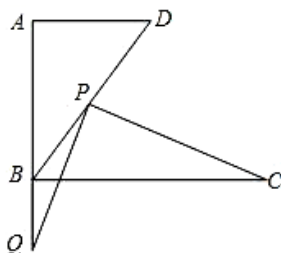


图 3

(1) 当 $AD=2$ ，且点 Q 与点 B 重合时（如图2所示），求线段 PC 的长；

(2) 在图1中，联结 AP ，当 $AD=\frac{3}{2}$ ，且点 Q 在线段 AB 上时，设点 B 、 Q 之间的距离为 x ，

$\frac{S_{\triangle APQ}}{S_{\triangle PBC}}=y$ ，其中 $S_{\triangle APQ}$ 表示 $\triangle APQ$ 的面积， $S_{\triangle PBC}$ 表示 $\triangle PBC$ 的面积，求 y 关于 x 的函数关系式，

并写出函数定义域；

(3) 当 $AD < AB$ ，且点 Q 在线段 AB 的延长线上时（如图3所示），求 $\angle QPC$ 的大小.

22. （2021·上海九年级专题练习）如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=6$ ， $BC=8$ ，点 E 是 AD 边上的动点，将矩形 $ABCD$ 沿 BE 折叠，点 A 落在点 A' 处，连接 $A'C$ 、 BD .

(1) 如图1，求证： $\angle DEA' = 2\angle ABE$;

(2) 如图2，若点 A' 恰好落在 BD 上，求 $\tan \angle ABE$ 的值；

(3) 若 $AE=2$ ，求 $S_{\triangle A'CB}$.

(4) 点 E 在 AD 边上运动的过程中， $\angle A'CB$ 的度数是否存在最大值，若存在，求出此时线段 AE 的长；若不存在，请说明理由.

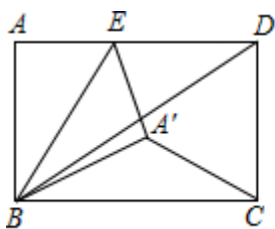


图1

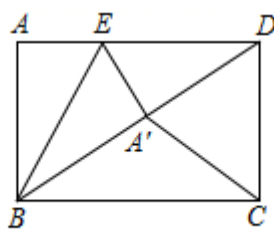
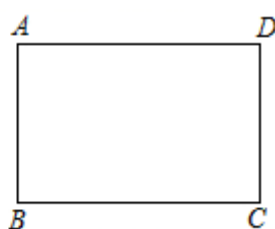


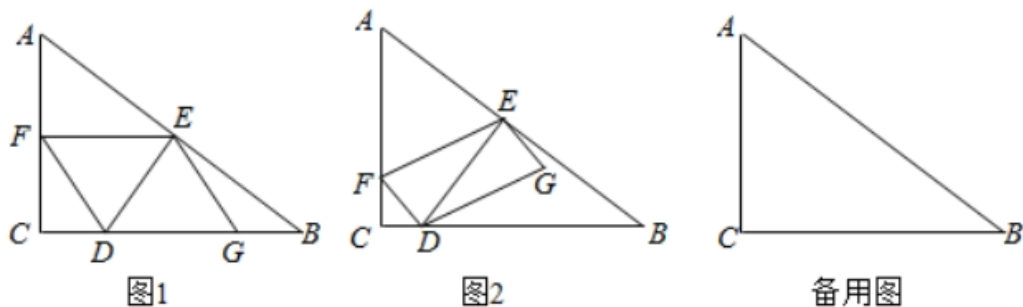
图2



备用图

23. (2021·上海奉贤·) 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=8$, $\cos B=\frac{4}{5}$, 点 D 是边 BC 上一点, 过点 D 作 $DE\perp AB$, 垂足为点 E , 点 F 是边 AC 上一点, 联结 DF 、 EF , 以 DF 、 EF 为邻边作平行四边形 $EFDG$.

- (1) 如图1, 如果 $CD=2$, 点 G 恰好在边 BC 上, 求 $\angle CDF$ 的余切值;
- (2) 如图2, 如果 $AF=AE$, 点 G 在 $\triangle ABC$ 内, 求线段 CD 的取值范围;
- (3) 在第(2)小题的条件下, 如果平行四边形 $EFDG$ 是矩形, 求线段 CD 的长.



24. (2021·上海嘉定区·) 已知点 P 为线段 AB 上的一点, 将线段 AP 绕点 A 逆时针旋转 60° , 得到线段 AC ; 再将线段 BP 绕点 B 逆时针旋转 120° , 得到线段 BD ; 点 M 是 AD 的中点, 联结 BM 、 CM .

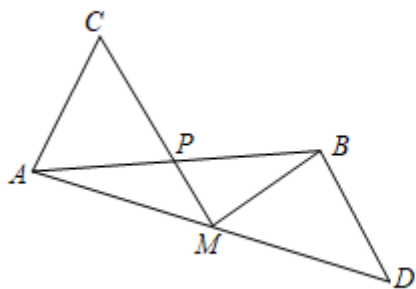


图 1

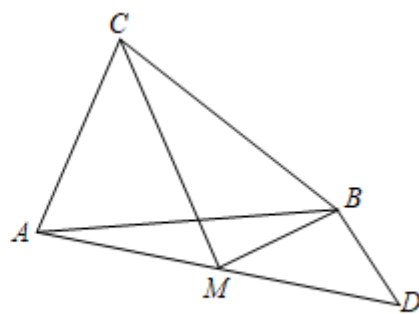


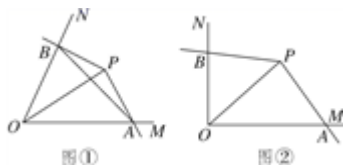
图 2

- (1) 如图1, 如果点 P 在线段 CM 上, 求证: $PM \parallel BD$;
- (2) 如图1, 如果点 P 在线段 CM 上, 求证: $PC = 2PM$;
- (3) 如果点 P 不在线段 CM 上 (如图12), 当点 P 在线段 AB 上运动时, $\angle BCM$ 的正切值是否发生变化? 如果发生变化, 简述理由; 如果不发生变化, 请求出 $\angle BCM$ 的正切值.

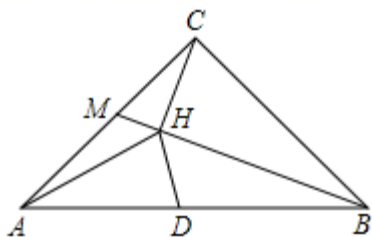
25. (2019·上海市民办新竹园中学九年级月考)如图①,点 P 为 $\angle MON$ 的平分线上一点,以 P 点为顶点的角的两边分别与射线 OM , ON 交于 A , B 两点,如果 $\angle APB$ 绕点 P 旋转时始终满足 $OA \cdot OB = OP^2$,我们就把 $\angle APB$ 叫作 $\angle MON$ 的智慧角.

(1)如图②,已知 $\angle MON=90^\circ$,点 P 为 $\angle MON$ 的平分线上一点,以点 P 为顶点的角的两边分别与射线 OM , ON 交于 A , B 两点,且 $\angle APB=135^\circ$,求证: $\angle APB$ 是 $\angle MON$ 的智慧角;

(2)如图①,已知 $\angle MON= \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), $OP=2$,若 $\angle APB$ 是 $\angle MON$ 的智慧角,连接 AB ,用含 α 的式子分别表示 $\angle APB$ 的度数和 $\triangle AOB$ 的面积.

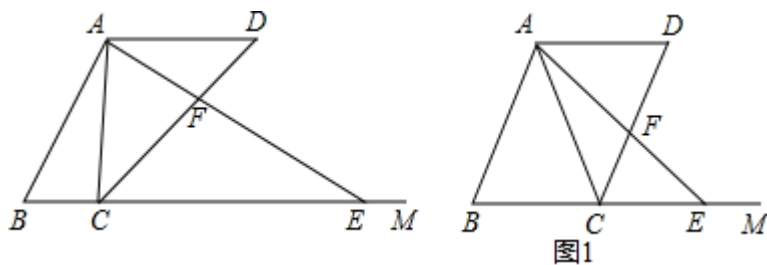


26. (2017·上海宋庆龄学校九年级月考)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=BC=2$, M 是边 AC 的中点, $CH \perp BM$ 于 H .



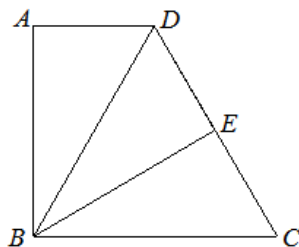
- (1) 求MH的长度；
- (2) 求证： $\angle MAH : \angle MBA$ ；
- (3) 若D是边AB上的点，且 $\angle AHD$ 为等腰三角形，直接写出AD的长.

27. (2019·上海浦东新·) 已知 $AB=5$, $AD=4$, $AD \parallel BM$, $\cos B = \frac{3}{5}$ (如图), 点 C , E 分别为射线 BM 上的动点 (点 C 、 E 都不与点 B 重合), 连接 AC 、 AE 使得 $\angle DAE = \angle BAC$, 射线 EA 交射线 CD 于点 F , 设 $BC = x$, $\frac{AF}{AC} = y$.



- (1) 如图1, 当 $x=4$ 时, 求AF的长.
- (2) 当点 E 在点 C 的右侧时, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出函数的定义域.
- (3) 连接 BD 交 AE 于点 P , 若 $\triangle ADP$ 是等腰三角形, 直接写出 x 的值.

28. (2019 · 上海金山区 ·) 如图, 已知在四边形 $ABCD$ 中 $\angle A = \angle ABC = 90^\circ$, 点 E 是 CD 的中点, $\triangle ABD$ 与 $\triangle EBD$ 关于直线 BD 对称, $AD = 1$, $AB = \sqrt{3}$.



- (1) 求点 A 和点 E 之间的距离;
- (2) 联结 AC 交 BE 于点 F , 求 $\frac{AF}{AC}$ 的值.

29. (2020 · 上海浦东新区 · 九年级月考) 在等腰直角三角形 ABC 中, $\angle BAC = 90^\circ$, 已知 $A(1,0)$, $B(0,3)$, M 为边 BC 的中点.

- (1) 求点 C 的坐标;
- (2) 设点 M 的坐标为 (a, b) , 求 $\frac{b}{a}$ 的值;
- (3) 探究: 在 x 轴上是否存在点 P , 使以 O 、 P 、 M 点的三角形与 $\triangle OBM$ 相似? 若存在, 请求出点 P 的坐标; 若不存在, 请简述理由.

- (1) 求证: $\frac{AD}{AB} = \frac{DF}{BE}$;
- (2) 当点 G 在 $\triangle ADF$ 的内部时, 用 x 的代数式表示 $\angle ADG$ 的余切;
- (3) 当 $\angle FGD = \angle AFE$ 时, 求线段 BE 的长.

32. (2021·上海杨浦区·) 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 8$, $\cos B = \frac{4}{5}$, 点 D 是边 BC 上一点, 过点 D 作 $DE \perp AB$, 垂足为点 E , 点 F 是边 AC 上一点, 联结 DF 、 EF , 以 DF 、 EF 为邻边作平行四边形 $EFDG$.

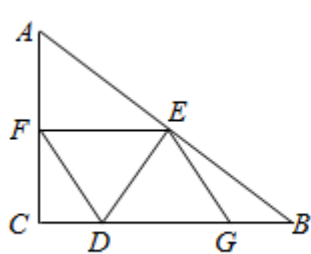


图1

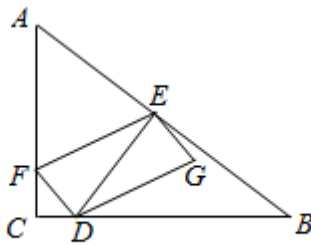
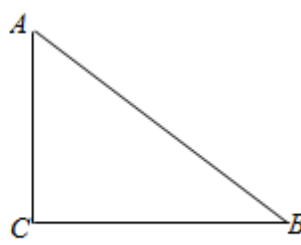


图2



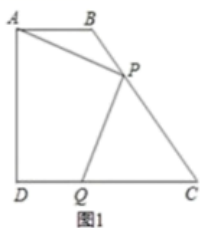
备用图

- (1) 如图1, 如果 $CD = 2$, 点 G 恰好在边 BC 上, 求 $\angle CDF$ 的余切值;
- (2) 如图2, 如果 $AF = AE$, 点 G 在 $\triangle ABC$ 内, 求线段 CD 的取值范围;
- (3) 在第 (2) 小题的条件下, 如果平行四边形 $EFDG$ 是矩形, 求线段 CD 的长.

33. (2018 · 上海黄浦区 · 格致中学九年级月考) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中,

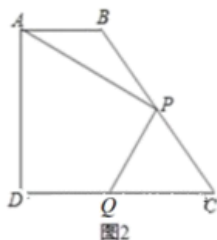
$AB \parallel CD, AB = 2, AD = 4, \tan C = \frac{4}{3}, \angle ADC = \angle DAB = 90^\circ, P$ 是腰 BC 上一个动点 (不含点 B, C),

作 $PQ \perp AP$ 交 CD 于点 Q (如图1)



求: (1) BC 的长和梯形 $ABCD$ 的面积;

(2) 当 $PQ = DQ$ 时, 求 BP 的长; (如图2)



(3) 设 $BP = x, CQ = y$, 试求出 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域

第25章 锐角的三角比压轴题专练



一、单选题

1. (2019·上海九年级单元测试) 因为 $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 210^\circ = -\frac{1}{2}$, 所以

$\sin 210^\circ = \sin(180^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ$; 因为 $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 225^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, 所以

$\sin 225^\circ = \sin(180^\circ + 45^\circ) = -\sin 45^\circ$, 由此猜想, 推理知: 一般地当 α 为锐角时有

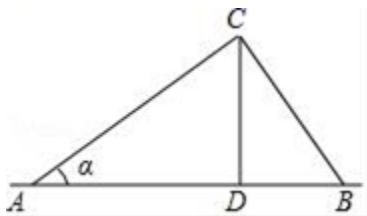
$\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$, 由此可知: $\sin 240^\circ = (\quad)$.

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\sqrt{3}$

【答案】C

【详解】本题考查的阅读理解能力. 由上述公式可得 $\sin 240^\circ = \sin(180^\circ + 60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. 故选择C.

2. (2018·上海奉贤·中考模拟) 如图, 电线杆CD的高度为h, 两根拉线AC与BC互相垂直 (A、D、B在同一条直线上), 设 $\angle CAB = \alpha$, 那么拉线BC的长度为 ()



- A. $\frac{h}{\sin \alpha}$ B. $\frac{h}{\cos \alpha}$ C. $\frac{h}{\tan \alpha}$ D. $\frac{h}{\cot \alpha}$

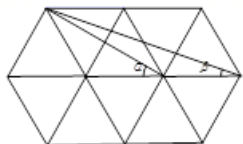
【答案】B

【解析】根据垂直的定义和同角的余角相等, 可由 $\angle CAD + \angle ACD = 90^\circ$, $\angle ACD + \angle BCD = 90^\circ$, 可求得 $\angle CAD = \angle BCD$, 然后在 $\text{Rt} \triangle BCD$ 中 $\cos \angle BCD = \frac{CD}{BC}$, 可得 $BC = \frac{CD}{\cos \angle BCD} = \frac{h}{\cos \alpha}$. 故选B.

点睛：本题主要考查解直角三角形的应用，熟练掌握同角的余角相等和三角函数的定义是解题的关键．

二、填空题

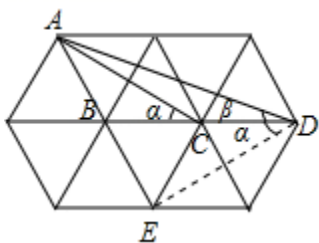
3. （2019•上海市民办新竹园中学九年级月考）如图，由10个完全相同的正三角形构成的网格图中， $\angle\alpha$ 、 $\angle\beta$ 如图所示，则 $\cos(\alpha+\beta)=$ _____.



【答案】 $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

【分析】给图中各点标上字母，连接DE，利用等腰三角形的性质及三角形内角和定理可得出 $\angle\alpha=30^\circ$ ，同理，可得出： $\angle CDE=\angle CED=30^\circ=\angle\alpha$ ，由 $\angle AEC=60^\circ$ 结合 $\angle AED=\angle AEC+\angle CED$ 可得出 $\angle AED=90^\circ$ ，设等边三角形的边长为a，则 $AE=2a$ ， $DE=\sqrt{3}a$ ，利用勾股定理可得出AD的长，再结合余弦的定义即可求出 $\cos(\alpha+\beta)$ 的值．

【详解】给图中各点标上字母，连接DE，如图所示．



在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=120^\circ$ ， $BA=BC$ ，

$\therefore \angle\alpha=30^\circ$.

同理，可得出： $\angle CDE=\angle CED=30^\circ=\angle\alpha$.

又 $\because \angle AEC=60^\circ$ ，

$\therefore \angle AED=\angle AEC+\angle CED=90^\circ$.

设等边三角形的边长为a，则 $AE=2a$ ， $DE=2\times\sin 60^\circ\cdot a=\sqrt{3}a$ ，

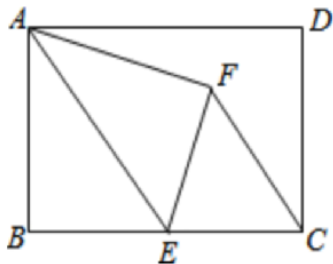
$\therefore AD=\sqrt{AE^2+DE^2}=\sqrt{7}a$ ，

$\therefore \cos(\alpha+\beta)=\frac{DE}{AD}=\frac{\sqrt{21}}{7}$.

故答案为 $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

【点睛】本题考查了解直角三角形、等边三角形的性质以及规律型：图形的变化类，构造出含一个锐角等于 $\angle \alpha + \angle \beta$ 的直角三角形是解题的关键．

4. （2019·上海九年级月考）如图，四边形ABCD为矩形，AB=4，BC=6，点E是BC边的中点，将 $\triangle ABE$ 沿直线AE折叠，点B落在点F处，连接CF，则 $\sin \angle ECF$ 的值为___.



【答案】 $\frac{4}{5}$.

【分析】先求得BE的长，然后依据勾股定理可求得AE的长，然后证明 $EF=EC$ ，从而得到 $\angle EFC = \angle FCE$ ，由翻折的性质可知 $\angle BEA = \angle FEA$ ，依据三角形的外角的性质可证明 $\angle AEB = \angle FCE$ ，最后依据三角函数的定义求解即可．

【详解】 $\because$ 点E为BC的中点， $\therefore BE = EC = 3$.

在 $\triangle ABE$ 中，由勾股定理得： $AE = \sqrt{AB^2 + BE^2} = 5$

由翻折的性质可知： $FE = BE$ ， $\angle BEA = \angle FEA$ ， $\therefore FE = EC$.

$\therefore \angle EFC = \angle FCE$.

$\because \angle CFE + \angle FCE = \angle BEA + \angle AEF$,

$\therefore 2\angle ECF = 2\angle BEA$. $\therefore \angle ECF = \angle BEA$.

$\therefore \sin \angle ECF = \sin \angle BEA = \frac{AB}{AE} = \frac{4}{5}$.

故答案为： $\frac{4}{5}$

【点睛】此题考查翻折变换（折叠问题），矩形的性质，解直角三角形，解题关键在于利用勾股定理进行运算

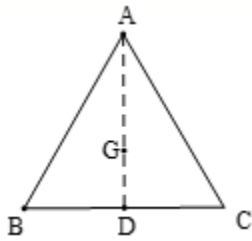
5. （2019·上海浦东新·）若点G是等边三角形ABC的重心，且 $AG = \frac{2}{3}\sqrt{3}$ ，则等边三角形的边长为_____.

【答案】2

【分析】如图，连接AG并延长，交BC与D，根据重心的定义和性质可得AD为BC边中线，
 $AG=2GD$ ，由 $AG=\frac{2}{3}\sqrt{3}$ 可得AD的长，由等边三角形的性质可得 $\angle B=60^\circ$ ， $AD\perp BC$ ，利用 $\angle B$ 的正弦值求出AB的长即可得答案.

【详解】如图，连接AG并延长，交BC与D，
 $\because$ 点G是等边三角形ABC的重心，
 $\therefore$ AD为BC边中线， $AG=2GD$ ， $\angle B=60^\circ$ ，
 $\therefore AD\perp BC$ ，
 $\because AG=\frac{2}{3}\sqrt{3}$ ，
 $\therefore DG=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，
 $\therefore AD=AG+DG=\sqrt{3}$ ，
 $\therefore \sin\angle B=\sin 60^\circ=\frac{AD}{AB}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，即 $\frac{\sqrt{3}}{AB}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

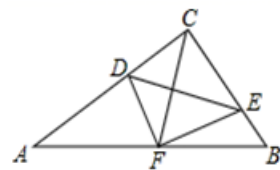
解得：AB=2，即等边三角形的边长为2，



故答案为：2

【点睛】本题考查等边三角形的性质、三角形重心的性质及特殊角的三角函数值，三角形的重心是三角形三条中线的交点，重心到顶点的距离是重心到对边中点的距离的2倍；熟练掌握重心的性质并熟记特殊角的三角函数值是解题关键.

6. (2020·上海九年级月考)如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，点D、E分别在边AC、BC上，且 $\angle CDE=\angle B$ ，将 $\triangle CDE$ 沿DE折叠，点C恰好落在AB边上的点F处，若 $AC=2BC$ ，则 $\frac{DE}{CF}$ 的值为_____.



【答案】 $\frac{5}{4}$

【分析】由折叠的性质可知， DE 是 CF 的中垂线，根据互余角，易证 $\angle CDE = \angle B = \angle BCF$ ；如图（见解析），分别在 $Rt\triangle CDO$ 、 $Rt\triangle ABC$ 、 $Rt\triangle COE$ 中，利用他们的正切函数值即可求解。

【详解】如图，设 DE 、 CF 的交点为 O

由折叠可知， DE 是 CF 的中垂线

$$\therefore CF \perp DE, CO = \frac{1}{2}CF, \therefore \angle COD = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CDE + \angle DCF = 90^\circ$$

$$\text{又} \angle ACB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BCF + \angle DCF = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BCF = \angle CDE$$

$$\text{Q } \angle CDE = \angle B$$

$$\therefore \angle CDE = \angle B = \angle BCF$$

$$\therefore \tan \angle B = \tan \angle CDE = \tan \angle BCF = \frac{AC}{BC} = 2$$

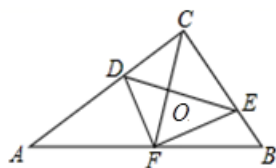
$$\text{设 } DO = k$$

$$\therefore CO = DO \cdot \tan \angle CDE = 2k$$

$$\therefore CF = 2CO = 4k, OE = CO \cdot \tan \angle BCF = 4k$$

$$\therefore DE = DO + OE = 5k$$

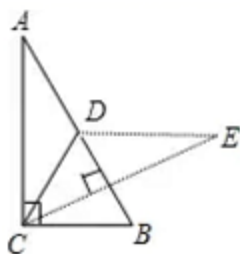
$$\therefore \frac{DE}{CF} = \frac{5k}{4k} = \frac{5}{4}.$$



【点睛】本题考查了图形折叠的性质、直角三角形中的正切函数，巧妙利用三个角的正切函数值相等是解题关键。

7. （2018·上海黄浦区·格致中学九年级月考）如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， CD 为 AB 边上的中线，将 $\triangle ACD$ 沿 CD 翻折到 $\triangle ECD$ 的位置，若 $CE \perp AB$ ，则 $\frac{AC}{AB} =$

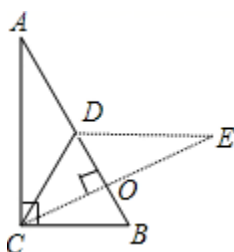
_____.



【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【分析】如图，根据翻折的性质以及等腰三角形三线合一的性质，结合三角形外角的性质和三角形内角和定理求得 $\angle A = \angle E = 30^\circ$ ，从而利用三角形函数的关系即可确定答案．

【详解】如图，设CE交AB于O，



$\because$ CD是AB边上的中线，

$\therefore CD = \frac{1}{2} AB = DA$ ， $\angle A = \angle ACD$ ，

根据翻折的性质可得 $AC = CE$ ， $DA = DE$ ， $\angle ACD = \angle ECD$ ， $\angle E = \angle A$ ，

$\because CE \perp AB$ ， $DA = DE = CD$ ，

$\therefore \angle CDO = \angle EDO$ ， $\angle DCO = \angle E$ ，

$\because \angle CDO = \angle A + \angle ACD$ ，

$\therefore \angle CDO = \angle EDO = 2\angle A = 2\angle E$ ，

$\therefore \angle DCO + \angle E + \angle CDO + \angle EDO = 6\angle E = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle A = \angle E = 30^\circ$ ，

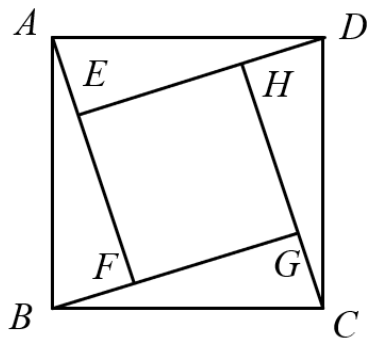
$$\frac{AC}{AB} = \cos A = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

故答案为： $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ．

【点睛】本题考查了翻折变换以及三角函数的知识，难度不大，解答本题的关键是利用直角三角形的斜边中线等于斜边一半．

8. (2020·上海普陀·九年级月考) 勾股定理是世界文明宝库中的一颗璀璨明珠，我国汉代数学家赵爽将四个全等的直角三角形拼成了一个大正方形 $ABCD$ ，同时留下一个小正方形 $EFGH$ 的空隙（如图），利用面积证明了勾股定理．如果小正方形 $EFGH$ 的面积是4，

$\sin \angle GBC = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ，那么大正方形 $ABCD$ 的面积等于_____．



【答案】10

【分析】由题意知小正方形边长为2，运用正弦函数定义求解．

【详解】解：由题意知小正方形边长为2， $\therefore EF=2$ ，

设 $BF=x$ ， $BG=2+x$ ， $\because \triangle BGC \cong \triangle AFB$ ，

$\therefore CG=BF=x$ ，

$$\because \sin \angle GBC = \frac{CG}{BC} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$\therefore BC = \frac{10x}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}x$$

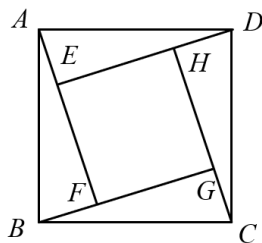
由勾股定理得： $(2+x)^2 + x^2 = 10x^2$

解得： $x=1$ 或 $x=-\frac{1}{2}$ （舍去）

$$BC = \sqrt{10}$$

大正方形 $ABCD$ 的面积 $= BC^2 = 10$

故答案为：10．



【点睛】本题考查了解直角三角形、勾股定理的证明和正方形面积，掌握解直角三角形、勾股定理的证明和正方形面积是解题的关键。

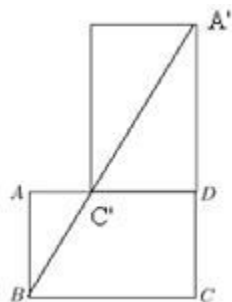
9. (2019·上海市上外民办劲松中学九年级二模) 如图，矩形 $ABCD$ 中， $BC=2$ ，将矩形 $ABCD$ 绕点 D 顺时针旋转 90° ，点 A 、 C 分别落在点 A' 、 C' 处，如果点 A' 、 C' 、 B 在同一条直线上，那么 $\tan \angle ABA'$ 的值为_____.



【答案】 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

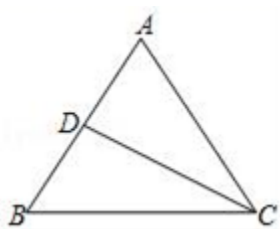
【详解】试题分析：如下图，设矩形的边长 $CD=x$ ，由 $\frac{A'D}{C'D} = \frac{A'C}{BC}$ ，得 $\frac{2}{x} = \frac{2+x}{2}$ ，整理，得：

$x^2 + 2x - 4 = 0$ ，解得： $x = -1 \pm \sqrt{5}$ ，所以， $CD = \sqrt{5} - 1$ ，所以， $\tan \angle BA'C = \frac{C'D}{A'D}$
 $= \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 。故答案为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 。



考点：三角形相似的性质，一元二次方程，三角函数。

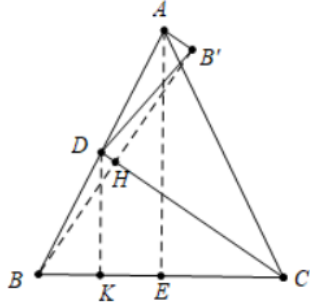
10. (2018·上海虹口区·中考模拟) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $BC=8$ ， $\tan B = \frac{3}{2}$ ，点 D 是 AB 的中点，如果把 $\triangle BCD$ 沿直线 CD 翻折，使得点 B 落在同一平面内的 B' 处，联结 AB' ，那么 AB' 的长为_____.



【答案】 $\frac{2}{5}\sqrt{5}$

【解析】分析：如图，作 $AE \perp BC$ 于 E ， $DK \perp BC$ 于 K ，连接 BB' 交 CD 于 H ．只要证明 $\angle AB'B = 90^\circ$ ，求出 AB 、 BB' ，理由勾股定理即可解决问题；

详解：如图，作 $AE \perp BC$ 于 E ， $DK \perp BC$ 于 K ，连接 BB' 交 CD 于 H ．



$\because AB=AC$ ， $AE \perp BC$ ，

$\therefore BE=EC=4$ ，

在 $Rt\triangle ABE$ 中， $\because \tan B = \frac{3}{2} = \frac{AE}{BE}$ ，

$\therefore AE=6$ ， $AB = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}$ ，

$\because DK \parallel AE$ ， $BD=AD$ ，

$\therefore BK=EK=2$ ，

$\therefore DK = \frac{1}{2} AE = 3$ ，

在 $Rt\triangle CDK$ 中， $CD = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5}$ ，

$\because B$ 、 B' 关于 CD 对称，

$\therefore BB' \perp CD$ ， $BH=HB'$

$\because S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot DK = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot BH$ ，

$\therefore BH = \frac{8\sqrt{5}}{5}$ ，

$\therefore BB' = \frac{16\sqrt{5}}{5}$ ，

$\because BD=AD=DB'$ ，

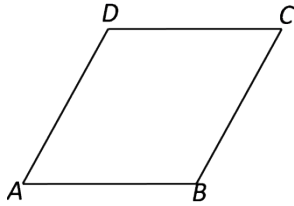
$\therefore \angle AB'B = 90^\circ$ ，

$\therefore AB' = \sqrt{AB^2 - BB'^2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ，

故答案为： $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

点睛：本题考查翻折变换、等腰三角形的性质、解直角三角形等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造直角三角形解决问题，属于中考常考题型．

11. （2021·上海）如图，有一菱形纸片 $ABCD$ ， $\angle A=60^\circ$ ，将该菱形纸片折叠，使点 A 恰好与 CD 的中点 E 重合，折痕为 FG ，点 F 、 G 分别在边 AB 、 AD 上，联结 EF ，那么 $\cos \angle EFB$ 的值为_____．



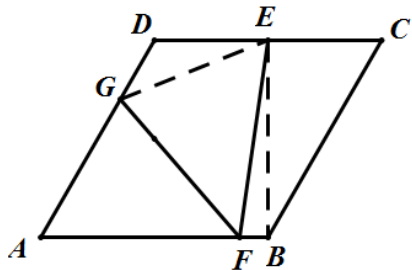
【答案】 $\frac{1}{7}$

【分析】连接 BE ，由菱形和折叠的性质，得到 $AF=EF$ ， $\angle C=\angle A=60^\circ$ ，由 $\cos \angle C=\frac{1}{2}$ ，

$\frac{CE}{BC}=\frac{1}{2}$ ，得到 $\triangle BCE$ 是直角三角形，则 $BE=\frac{\sqrt{3}}{2}BC$ ，则 $\triangle BEF$ 也是直角三角形，设菱形的边

长为 m ，则 $EF=m-FB$ ， $BE=\frac{\sqrt{3}}{2}m$ ，由勾股定理，求出 $FB=\frac{1}{8}m$ ，则 $EF=\frac{7}{8}m$ ，即可得到 $\cos \angle EFB$ 的值．

【详解】解：如图，连接 BE ，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AB=BC=CD$ ， $\angle C=\angle A=60^\circ$ ， $AB \parallel DC$ ，

由折叠的性质，得 $AF=EF$ ，

则 $EF=AB-FB$ ，

$\because \cos \angle C=\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$ ，

∵ 点E是CD的中线，

$$\therefore \frac{CE}{BC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \cos \angle C = \frac{CE}{BC} = \frac{1}{2},$$

∴ △BCE是直角三角形，即BE ⊥ CD，

∴ BE ⊥ AB，即△BEF是直角三角形.

$$\text{设 } BC=m, \text{ 则 } BE=BC \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}m,$$

在Rt△BEF中，EF = m - FB，

由勾股定理，得：FB² + BE² = EF²，

$$\therefore FB^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = (m - FB)^2,$$

$$\text{解得： } FB = \frac{1}{8}m,$$

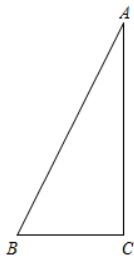
$$\text{则 } EF = \frac{7}{8}m,$$

$$\therefore \cos \angle EFB = \frac{FB}{EF} = \frac{\frac{1}{8}m}{\frac{7}{8}m} = \frac{1}{7};$$

故答案为： $\frac{1}{7}$.

【点睛】本题考查了解直角三角形，特殊角的三角函数值，菱形的性质，折叠的性质，以及勾股定理的运用，解题的关键是正确作出辅助线，构造直角三角形，从而利用解直角三角形进行解题.

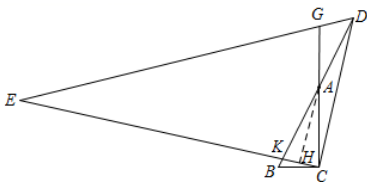
12. (2021 • 上海金山区 •) 已知在 Rt△ABC 中，∠C = 90°，BC = 1，AC = 2，以点 C 为直角顶点的 Rt△DCE 的顶点 D 在 BA 的延长线上，DE 交 CA 的延长线于点 G，若 $\tan \angle CED = \frac{1}{2}$ ，CE = GE，那么 BD 的长等于_____.



【答案】 $2 + \sqrt{5}$

【分析】根据题意画图，作 $AH \perp CE$ 于 H ，根据 $\tan \angle CED = \frac{1}{2} = \tan \angle BAC$ 得出 $\angle E = \angle BAC$ ，由等边对等角得 $\angle CGE = \angle ECG$ ，根据三角形的内角和可得出 $\angle AKC = \angle ECG$ ，得出 $AK = AC$ ，利用等腰三角形三线合一得 $KH = CH$ ，再证出 AH 为 $\triangle KCD$ 的中位线，可得出 AK ， AD 的长，利用勾股定理求出 AB ， $AB + AD$ 即可得 BD 的长。

【详解】解：如图，作 $AH \perp CE$ 于 H ，



$$\because \tan \angle CED = \frac{1}{2} = \tan \angle BAC,$$

$$\therefore \angle E = \angle BAC,$$

$$\because CE = GE,$$

$$\therefore \angle CGE = \angle ECG,$$

$$\therefore \angle AKC = \angle ECG,$$

$$\therefore AK = AC = 2,$$

$$\because AH \perp CE, \angle ECD = 90^\circ,$$

$$\therefore KH = CH, AH \parallel CD,$$

$$\therefore AH \text{ 为 } \triangle KCD \text{ 的中位线},$$

$$\therefore A \text{ 为 } DK \text{ 的中点}, DK = 2AK = 4, AD = AK = 2,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ, BC = 1, AC = 2,$$

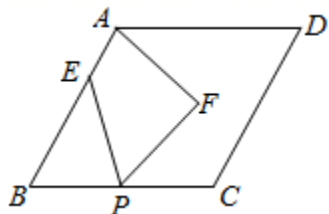
$$\therefore AB = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5},$$

$$\therefore BD = AD + AB = 2 + \sqrt{5}.$$

故答案为： $2 + \sqrt{5}$.

【点睛】本题考查三角函数-正切，等腰三角形的判定和性质，三角形的中位线，勾股定理等知识，作垂线构造三角形的中位线是解题的关键。

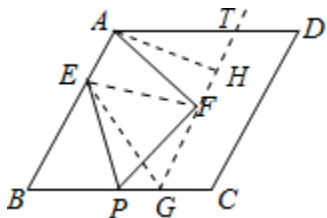
13. (2021·上海九年级专题练习)如图，菱形 $ABCD$ 中， $AB=9$, $\angle ABC=60^\circ$ ，点 E 在 AB 边上，且 $BE=2AE$ ，动点 P 在 BC 边上，连接 PE ，将线段 PE 绕点 P 顺时针旋转 60° 至线段 PF ，连接 AF ，则线段 AF 长的最小值为_____.



【答案】 $3\sqrt{3}$

【分析】在 BC 上取一点 G ，使得 $BG=BE$ ，连接 EG ， EF ，作直线 FG 交 AD 于 T ，过点 A 作 $AH \perp GF$ 于 H 。证明 $\angle BGF=120^\circ$ ，推出点 F 在射线 GF 上运动，根据垂线段最短可知，当点 F 与 H 重合时， AF 的值最小，求出 AH 即可。

【详解】解：在 BC 上取一点 G ，使得 $BG=BE$ ，连接 EG ， EF ，作直线 FG 交 AD 于 T ，过点 A 作 $AH \perp GF$ 于 H 。



$\because \angle B=60^\circ$ ， $BE=BG$ ，

$\therefore \triangle BEG$ 是等边三角形，

$\therefore EB=EG$ ， $\angle BEG=\angle BGE=60^\circ$ ，

$\because PE=PF$ ， $\angle EPF=60^\circ$ ，

$\therefore \triangle EPF$ 是等边三角形，

$\therefore \angle PEF=60^\circ$ ， $EF=EP$ ，

$\because \angle BEG=\angle PEF$ ，

$\therefore \angle BEP=\angle GEF$ ，

$\therefore \triangle BEP \cong \triangle GEF$ (SAS)，

$\therefore \angle EGF=\angle B=60^\circ$ ，

$\therefore \angle BGF=120^\circ$ ，

∴点F在射线GF上运动，

根据垂线段最短可知，当点F与H重合时，AF的值最小，

$$\because AB=9, BE=2AE,$$

$$\therefore BE=6, AE=3,$$

$$\because \angle BEG = \angle EGF = 60^\circ,$$

$$\therefore GT \parallel AB,$$

$$\because BG \parallel AT,$$

∴四边形ABGT是平行四边形，

$$\therefore AT = BG = BE = 6, \angle ATH = \angle B = 60^\circ,$$

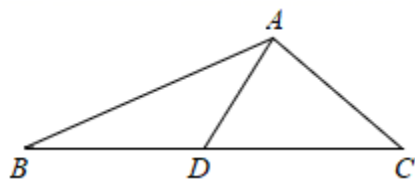
$$\therefore AH = AT \cdot \sin 60^\circ = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore AF \text{的最小值为 } 3\sqrt{3},$$

故答案为： $3\sqrt{3}$.

【点睛】 本题考查菱形的性质，全等三角形的判定和性质，解直角三角形等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题，属于中考常考题型.

14. (2021·上海奉贤区·九年级二模)如图，在 $\triangle ABC$ 中，AD是BC边上的中线， $\angle ADC = 60^\circ$ ， $BC = 3AD$. 将 $\triangle ABD$ 沿直线AD翻折，点B落在平面上的 B' 处，联结 AB' 交BC于点E，那么 $\frac{CE}{BE}$ 的值为_____.



【答案】 $\frac{3}{7}$

【分析】过A作 $AF \perp BC$ 于F，过B/作 $B/G \perp BC$ 于G，设 $AD = m$ ，根据翻折及 $\angle ADC = 60^\circ$ ，用m的代数式表示CE、BE即可得出答案.

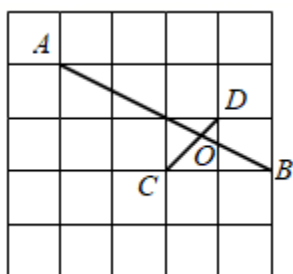
【详解】解：过A作 $AF \perp BC$ 于F，过B/作 $B/G \perp BC$ 于G，如图：

$$\therefore \frac{CE}{BE} = \frac{\frac{9}{10}m}{\frac{21}{10}m} = \frac{3}{7},$$

故答案为: $\frac{3}{7}$.

【点评】本题考查翻折、特殊角的三角函数及相似三角形性质等综合知识，解题的关键是做垂线把 60° 角放入直角三角形.

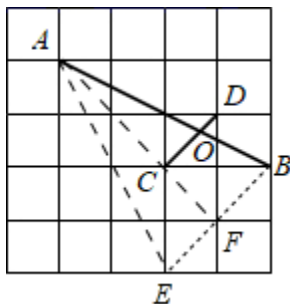
15. (2021·上海杨浦区·九年级二模) 如图，已知在正方形网格中，点 A 、 B 、 C 、 D 在小正方形的顶点上，线段 AB 与线段 CD 相交于点 O ，那么 $\tan \angle AOC = \underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】3

【分析】如图，取格点 E 、 F ，连接 AE 、 AF 、 BE ，通过计算得到等腰三角形 $\triangle ABE$ ，利用等腰三角形的三线合一得出 $AF \perp BE$ ，接着推出 $\angle AOC = \angle ABF$. 在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中，由勾股定理求出两直角边的长，再依据正切值的意义可求解.

【详解】解：如图，取格点 E 、 F ，连接 AE 、 AF 、 BE ，可知 AF 经过点 C ， BE 经过点 F ，



设网格中的小正方形的边长为1，

$$\text{则 } AE = AB = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5},$$

$\therefore F$ 是 BE 的中点，

$\therefore AF \perp BE$.

由题意： $\angle DCB = \angle CBE = 45^\circ$.

$\therefore CD \parallel BE$,

$$\therefore \angle AOC = \angle ABF.$$

$$\therefore \tan \angle AOC = \tan \angle ABF.$$

$$\because BF = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2},$$

$$AF = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2},$$

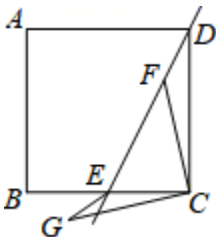
$$\therefore \tan \angle ABF = \frac{AF}{BF} = 3.$$

$$\therefore \tan \angle AOC = 3.$$

故答案为：3.

【点睛】本题考察了网格中的边和角的计算问题，涉及到了等腰三角形的性质、勾股定理、三角函数等知识，要求学生能挖掘出图中的隐含条件，构造直角三角形，利用正切公式求出角的正切值，本题蕴含了数形结合的思想方法.

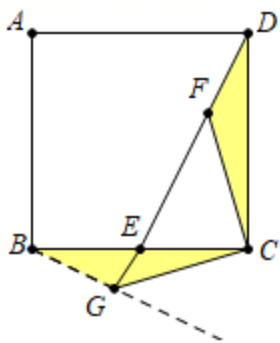
16. (2021·上海九年级专题练习) 如图，四边形 $ABCD$ 是边长为2的正方形， E 是 BC 边的中点， F 是直线 DE 上的动点. 连接 CF ，将线段 CF 逆时针旋转 90° 得到 CG ，连接 EG ，则 EG 的最小值是_____.



【答案】 $\frac{\sqrt{5}}{5}$

【分析】如图，连接 BG . 由 $\triangle CBG \cong \triangle CDF$ ，推出 $\angle CBG = \angle CDF$ ，因为 $\angle CDF$ 是定值，推出点 G 在射线 BG 上运动，且 $\tan \angle CBG = \tan \angle CDF = \frac{EC}{CD} = \frac{1}{2}$ ，根据垂线段最短可知，当 $EG \perp BG$ 时， EG 的长最短；

【详解】解：如图，作射线 BG .



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore CB = CD, \angle BCD = 90^\circ$,

$\because \angle FCG = \angle DCB = 90^\circ$,

$\therefore \angle BCG + \angle BCF = 90^\circ$, $\angle DCF + \angle BCF = 90^\circ$,

$\therefore \angle BCG = \angle DCF$,

在 $\triangle CBG$ 和 $\triangle CDF$ 中

$$\begin{cases} BC = CD \\ \angle BCG = \angle DCF , \\ CG = CF \end{cases}$$

$\therefore \triangle CBG \cong \triangle CDF$,

$\therefore \angle CBG = \angle CDF$,

$\because \angle CDF$ 是定值,

$\therefore$ 点 G 在射线 BG 上运动, 且 $\tan \angle CBG = \tan \angle CDF = \frac{EC}{CD} = \frac{1}{2}$,

根据垂线段最短可知, 当 $EG \perp BG$ 时, EG 的长最短,

此时 $\tan \angle EBG = \frac{EG}{BG} = \frac{1}{2}$, 设 $EG = m$, 则 $BG = 2m$,

在 $\text{Rt} \triangle BEG$ 中,

$\because BE^2 = BG^2 + EG^2$,

$\therefore 1 = m^2 + 4m^2$,

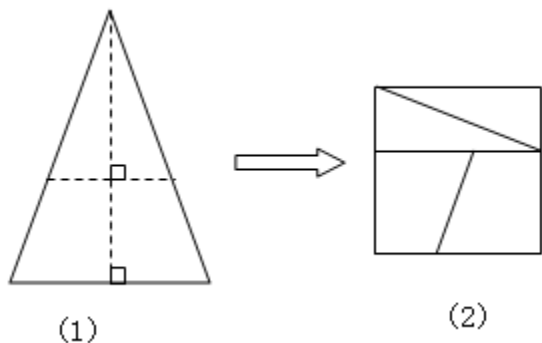
$\therefore m = \frac{\sqrt{5}}{5}$ (负根已经舍弃),

$\therefore EG$ 的最小值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$,

故答案为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

【点睛】本题考查了正方形的性质，旋转的性质，勾股定理，全等三角形的判定与性质，垂线段最短，以及锐角三角函数的知识，

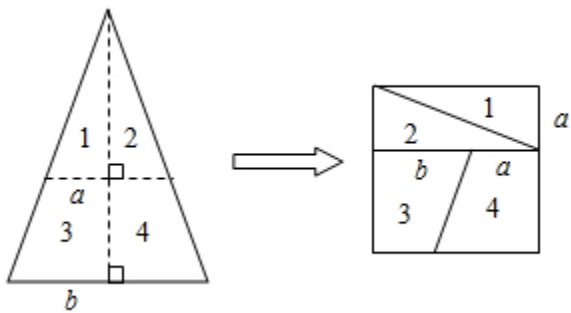
17. （2021•上海）先将如图（1）的等腰三角形的纸片沿着虚线剪成四块，再用这四块小纸片进行拼接，恰好拼成一个如图（2）无缝隙、不重叠的正方形，则该等腰三角形底角的正切值是_____.



【答案】 $\frac{\sqrt{5}+3}{2}$

【分析】设图3的上底为 a ，下底为 b ，根据题意，得 $(a+b)^2 = \frac{1}{2} \times 2b(2b+a)$ ，设 $a=1$ ，求出 $b = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ，进而求出正切值.

【详解】解：如图，等腰三角形纸片沿图中虚线剪成四块图形，能拼成一个没有缝隙的正方形，设图3的上底为 a ，下底为 b ，由拼图可知，等腰三角形底边上的高为： $2b+a$ ；



设 $a=1$,

根据题意，得

$$(a+b)^2 = \frac{1}{2} \times 2b(2b+a),$$

$\because a=1$,

$$\therefore b^2 - b - 1 = 0,$$

解得 $b = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ (负值舍去),

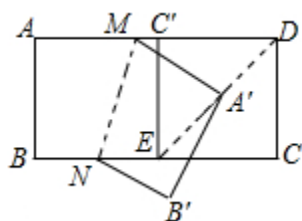
$$\therefore b = \frac{1 + \sqrt{5}}{2},$$

$\therefore$ 等腰三角形底角的正切值是: $(2b+a) : b = (1+1+\sqrt{5}) : (\frac{1+\sqrt{5}}{2}) = \frac{\sqrt{5}+3}{2}$.

故答案为: $\frac{\sqrt{5}+3}{2}$.

【点睛】本题考查了图形的剪拼、等腰三角形的性质、正方形的性质、解一元二次方程, 解决本题的关键是利用转化思想, 构建方程.

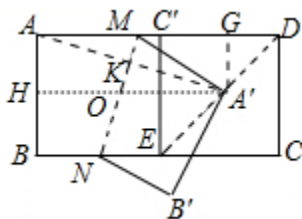
18. (2021·上海) 如图, 矩形纸片 $ABCD$, $AD = 2AB = 12$, 点 E 在线段 BC 上, 将 $\triangle ECD$ 沿 DE 向上翻折, 点 C 的对应点 C' 落在线段 AD 上, 点 M 、 N 分别是线段 AD 与线段 BC 上的点, 将四边形 $ABNM$ 沿 MN 向下翻折, 点 A 恰好落在线段 DE 的中点 A' 处. 则线段 MN 的长为 _____.



【答案】 $2\sqrt{10}$

【分析】如图, 作 $A'G \perp AD$ 于 G , $A'H \perp AB$ 于 H , 交 MN 于 O , 连接 AA' 交 MN 于 K , 设 $AM = MA' = x$, 在 $Rt\triangle MGA'$ 中, 利用勾股定理求出 AM 的长, 利用 $\sin \angle MAK = \frac{MK}{AM} = \frac{A'G}{AA'}$, 求出 MK 的长, 再证明 $MN = 4MK$, 即可解决问题.

【详解】解: 如图, 作 $A'G \perp AD$ 于 G , $A'H \perp AB$ 于 H , 交 MN 于 O , 连接 AA' 交 MN 于 K .



由题意四边形 $DCEC'$ 是正方形, $\triangle DGA'$ 是等腰直角三角形,

$\therefore DG = GA' = 3$, $AG = AD - DG = 9$, 设 $AM = MA' = x$,

在 $Rt\triangle MGA'$ 中, $x^2 = (9-x)^2 + 3^2$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/725113102144011221>