2．1　认识无理数

教学目标

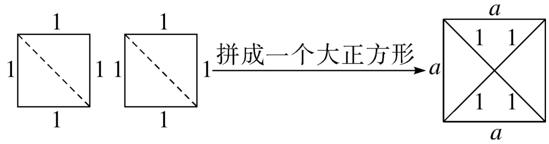
1．了解无理数的概念及意义，会判断一个数是有理数还是无理数；（重点）
2．会对一个无理数进行估算．（难点）

教学过程

一、情境导入

拼图发现新数——无理数

请大家四个人为一组，拿出自己准备好的两个边长为 1 的正方形纸片和剪刀，按虚线剪开拼成一个大的正方形．



因为两个小正方形面积之和等于大正方形的面积，所以根据正方形面积公式可知 $a^2=2$，那么 a 是整数吗？a 是分数吗？

二、合作探究

探究点一：无理数的概念及认识

例1 下列各数中，哪些是有理数？哪些是无理数？

3.14，$-\frac{5}{3}$，$0.\dot{5}\dot{8}$，-0.125，-5π，0.35，$\frac{22}{7}$，$5.3131131113\cdots$（相邻两个 3 之间 1 的个数逐次加 1）．

解析：准确理解有理数和无理数的概念是解答本题的关键．任何有限小数或无限循环小数都是有理数；无限不循环小数称为无理数，故 -5π，$5.3131131113\cdots$是无理数，其他都是有理数．

解：有理数：3.14，$-\frac{5}{3}$，$0.\dot{5}\dot{8}$，-0.125，0.35，$\frac{22}{7}$；无理数：-5π，$5.3131131113\cdots$（相邻两个 3 之间 1 的个数逐次加 1）．

方法总结：有理数与无理数的主要区别．

(1)无理数是无限不循环小数，而有理数可以用有限小数或无限循环小数表示．

(2)任何一个有理数都可以化为分数形式，而无理数则不能．

探究点二：借助计算器用“夹逼法”求无理数的近似值

例2 正数 x 满足 $x^2=17$，则 x 精确到十分位的值是________．

解析：已知 $x^2=17$，所以 $4<x<5$，$4.1^2=16.81<17$，$4.2^2=17.64>17$，所以 $4.1<x<4.2$．又因为 $4.12^2=16.9744<17$，$4.13^2=17.0569>17$，所以 $4.12<x<4.13$．故 x 精确到十分位是 4.1．

方法总结：估计 $x^2=a(a>0)$ 中的正数 x 各位上的数字的方法：(1)估计 x 的整数部分，

看它在哪两个连续整数之间，较小数即为整数部分；(2)确定 x 的十分位上的数，同样寻找它在哪两个连续整数之间；(3)按照上述方法可以依次确定 x 的百分位、千分位、…上的数，从而确定 x 的值.

三、板书设计

无理数$\begin{cases}\text{定义：无限不循环小数}\\ \text{识别}\end{cases}$

教学反思

让学生通过估计、借助计算器进行探索和讨论，体会数学学习的乐趣，体会无限逼近的数学思想，得到无理数的概念；同时引导学生回顾旧知、探索新知，形成一定的数学探究能力，进一步培养学生的分类和归纳的思想，为今后的数学学习打下坚实的基础.

第二章 实数

2.1 认识无理数

第一环节：质疑

内容：【想一想】

⑴一个整数的平方一定是整数吗？

⑵一个分数的平方一定是分数吗？

目的：作必要的知识回顾，为第二环节埋下伏笔，便于后续问题的说理．

效果：为后续环节的进行起了很好的铺垫的作用

第二环节：课题引入

内容：1.【算一算】

已知一个直角三角形的两条直角边长分别为 1 和 2，算一算斜边长 x 的平方 ，并提出问题： x 是整数（或分数）吗？

2.【剪剪拼拼】

把边长为 1 的两个小正方形通过剪、拼，设法拼成一个大正方形，你会吗？

目的：选取客观存在的“无理数“实例，让学生深刻感受“数不够用了”．

效果：巧设问题背景，顺利引入本节课题．

第三环节：获取新知

内容：【议一议】→【释一释】→【忆一忆】→【找一找】

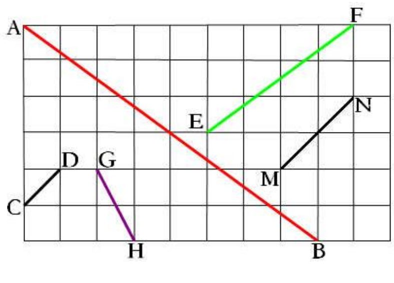
【议一议】：已知 $a^2=2$，请问：①a 可能是整数吗？②a 可能是分数吗？

【释一释】：释 1．满足 $a^2=2$ 的 a 为什么不是整数？

释 2．满足 $a^2=2$ 的 a 为什么不是分数？

【忆一忆】：让学生回顾“有理数”概念，既然 a 不是整数也不是分数，那么 a 一定不是有理数，这表明：有理数不够用了，为“新数”（无理数）的学习奠定了基础

【找一找】：在下列正方形网格中，先找出长度为有理数的线段，再找出长度不是有理数的线段



目的：创设从感性到理性的认知过程，让学生充分感受“新数”（无理数）的存在，从而激发学习新知的兴趣

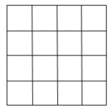
效果：学生感受到无理数产生的过程，确定存在一种数与以往学过的数不同，产生了学习新数的必要性.

第四环节：应用与巩固

内容：【画一画 1】→【画一画 2】→【仿一仿】→【赛一赛】

【画一画 1】：在右 1 的正方形网格中，画出两条线段：

1．长度是有理数的线段　2．长度不是有理数的线段

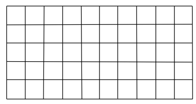


（右 1）

【画一画 2】：在右 2 的正方形网格中画出四个三角形

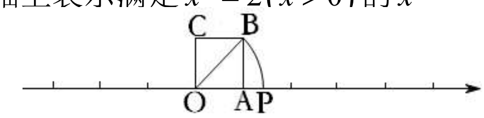
2．三边长都是有理数　　2．只有两边长是有理数

3．只有一边长是有理数　4．三边长都不是有理数



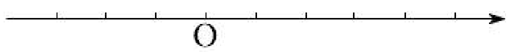
【仿一仿】：例：在数轴上表示满足 $x^2=2(x>0)$ 的 x

解：

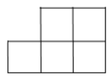


（右 2）

仿：在数轴上表示满足 $x^2=5(x>0)$ 的 x



【赛一赛】：右 3 是由五个单位正方形组成的纸片，请你把它剪成三块，然后拼成一个正方形，你会吗？试试看！



（右 3）

目的：进一步感受“新数”的存在，而且能把“新数”表示在数轴上

效果：加深了对“新知”的理解，巩固了本课所学知识.

第五环节：课堂小结

内容：1．通过本课学习，感受有理数又不够用了，请问你有什么收获与体会？

2．客观世界中，的确存在不是有理数的数，你能列举几个吗？

3．除了本课所认识的非有理数的数以外，你还能找到吗？

目的：引导学生自己小结本节课的知识要点及数学方法，使知识系统化．

效果：学生总结、相互补充，学会进行概括总结．

第六环节：布置作业

习题 2.1

教学设计反思

（一）生活是数学的源泉，兴趣是学习的动力

大量事实都证明一点，与生活贴得越近的东西最容易引起学习者的浓厚兴趣，才能激发学习者的学习积极性，学习才可能是主动的．本节课中教师首先用拼图游戏引发学生学习的欲望，把课程内容通过学生的生活经验呈现出来，然后进行大胆置疑，生活中的数并不都是有理数，那它们究竟是什么数呢？从而引发了学生的好奇心，为获取新知，创设了积极的氛围．在教学中，不要盲目的抢时间，让学生能够充分的思考与操作．

（二）化抽象为具体

常言道：“数学是锻炼思维的体操”，数学教师应通过一系列数学活动开启学生的思维，因此对新数的学习不能仅仅停留于感性认识，还应要求学生充分理解，并能用恰当数学语言进行解释．正是基于这个原因，在教学过程中，刻意安排了一些环节，加深对新数的理解，充分感受新数的客观存在，让学生觉得新数并不抽象．

（三）强化知识间联系，注意纠错

既然称之为“新数”，那它当然不是有理数，亦即不是整数，也不是分数，所以“新数”不可以用分数来表示，这为进一步学习“新数”，即第二课时教学埋下了伏笔，在教学中，要着重强调这一点：“新数”不能表示成分数，为无理数的教学奠好基．

2．2　平方根

第 1 课时　算术平方根

教学目标

1．了解算术平方根的概念，会用根号表示一个数的算术平方根；(重点)
2．根据算术平方根的概念求出非负数的算术平方根；(重点)
3．了解算术平方根的性质．(难点)

教学过程

一、情境导入

上一节课我们做过：由两个边长为 1 的小正方形，通过剪一剪，拼一拼，得到一个边长为 a 的大正方形，那么有 $a^2=2$，a=________，2 是有理数，而 a 是无理数．在前面我们学过若 $x^2=a$，则 a 叫做 x 的平方，反过来 x 叫做 a 的什么呢？

二、合作探究

探究点一：算术平方根的概念

【类型一】 <u>求一个数的算术平方根</u>

例1 求下列各数的算术平方根：

(1)64；(2)$2\frac{1}{4}$；(3)0.36；(4)$\sqrt{41^2-40^2}$.

解析：根据算术平方根的定义求非负数的算术平方根，只要找到一个非负数的平方等于这个非负数即可.

解：(1)∵$8^2=64$，∴64 的算术平方根是 8；

(2)∵$(\frac{3}{2})^2=\frac{9}{4}=2\frac{1}{4}$，∴$2\frac{1}{4}$的算术平方根是$\frac{3}{2}$；

(3)∵$0.6^2=0.36$，∴0.36 的算术平方根是 0.6；

(4)∵$\sqrt{41^2-40^2}=\sqrt{81}$，又 $9^2=81$，∴$\sqrt{81}=9$，而 $3^2=9$，∴$\sqrt{41^2-40^2}$的算术平方根是 3.

方法总结：(1)求一个数的算术平方根时，首先要弄清是求哪个数的算术平方根，分清求$\sqrt{81}$与 81 的算术平方根的不同意义，不要被表面现象迷惑.

(2)求一个非负数的算术平方根常借助平方运算，因此熟记常用平方数对求一个数的算术平方根十分有用.

【类型二】 <u>利用算术平方根的定义求值</u>

例2 3＋a 的算术平方根是 5，求 a 的值.

解析：先根据算术平方根的定义，求出 3＋a 的值，再求 a.

解：因为 $5^2=25$，所以 25 的算术平方根是 5，即 3＋a＝25，所以 a＝22.

方法总结：已知一个数的算术平方根，可以根据平方运算来解题.

探究点二：算术平方根的性质

【类型一】 **<u>含算术平方根式子的运算</u>**

例3 计算：$\sqrt{49}+\sqrt{9+16}-\sqrt{225}$.

解析：首先根据算术平方根的定义进行开方运算，再进行加减运算.

解：$\sqrt{49}+\sqrt{9+16}-\sqrt{225}=7+5-15=-3$.

方法总结：解题时容易出现如$\sqrt{9+16}=\sqrt{9}+\sqrt{16}$的错误.

【类型二】 **<u>算术平方根的非负性</u>**

例4 已知 x，y 为有理数，且$\sqrt{x-1}+3(y-2)^2=0$，求 $x-y$ 的值.

解析：算术平方根和完全平方式都具有非负性，即$\sqrt{a}\geqslant 0$，$a^2\geqslant 0$，由几个非负数相加和为 0，可得每一个非负数都为 0，由此可求出 x 和 y 的值，进而求得答案.

解：由题意可得 $x-1=0$，$y-2=0$，所以 $x=1$，$y=2$. 所以 $x-y=1-2=-1$.

方法总结：算术平方根、绝对值和完全平方式都具有非负性，即$\sqrt{a}\geqslant 0$，$|a|\geqslant 0$，$a^2\geqslant 0$，当几个非负数的和为 0 时，各数均为 0.

三、板书设计

$$\text{算术平方根}\begin{cases}\text{概念：非负数 } a \text{ 的算术平方根记作}\sqrt{a}\\ \text{性质：双重非负性}\begin{cases}a\geqslant 0,\\ \sqrt{a}\geqslant 0\end{cases}\end{cases}$$

教学反思

让学生正确、深刻地理解算术平方根的概念，需要由浅入深、不断深化. 概念的形成过程也是思维过程，加强概念形成过程的教学，对提高学生的思维水平是很有帮助的. 概念教学过程中要做到：讲清概念，加强训练，逐步深化.

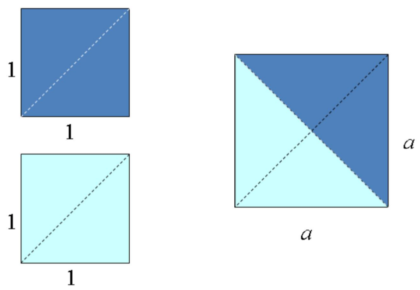
2.2 平方根

第 1 课时 算术平方根

第一环节：问题情境

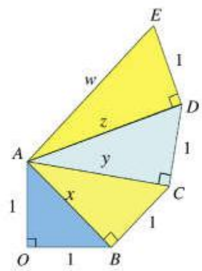
方法一：问题导入

内容：上节课学习了无理数，了解到无理数产生的实际背景和引入的必要性，掌握了无理数的概念，知道有理数和无理数的区别是：有理数是有限小数或无限循环小数，无理数是无限不循环小数. 比如上一节课我们做过的：由两个边长为 1 的小正方形，通过剪一剪，拼一拼，得到一个边长为 a 的大的正方形，那么有 $a^2=2$，$a=$________，2 是有理数，而 a 是无理数. 在前面我们学过若 $x^2=a$，则 a 叫 x 的平方，反过来 x 叫 a 的什么呢？本节课我们一起来学习.



方法二：问题导入

内容：前面我们学习了勾股定理，请大家根据勾股定理，结合图形完成填空：



$x^2=$____________，$y^2=$____________，$z^2=$____________，$w^2=$___________.

目的：方法一和二都是带着问题进入到这节课的学习，让学生体会到学习算术平方根的必要性.

效果：能表示 $x^2=2$，$y^2=3$，$z^2=4$，$w^2=5$；能求得 $z=2$，但不能求得 x，y，w 的值.

说明：方法一的引入是由上节课“数怎么又不够用了”的例子，起到了承前启后的作用，方法二的引入是由学生学习了第一章“勾股定理”后的应用，说明学习这节课的必要性. 相对而言，建议选用方法二.

第二环节：初步探究

内容 1：情境引出新概念

$x^2=2$，$y^2=3$，$z^2=4$，$w^2=5$，已知幂和指数，求底数x，你能求出来吗？

目的：让学生体验概念形成过程，感受到概念引入的必要性.

效果：学生可以估算出x，y是 1 到 2 之间的数，w是 2 到 3 之间的数，但无法表示x，y，w，从而激发学生继续往下学习的兴趣，进而引入新的运算——开方.

说明：无论是用方法一引入，还是方法二引入，都是激发学生继续往下学习的兴趣，都可以提出同样的问题“已知幂和指数，求底数x，你能求出来吗？”

内容 2：在上面思考的基础上，明晰概念：

一般地，如果一个正数x的平方等于a，即$x^2=a$，那么这个正数x就叫做a的算术平方根，记为“$\sqrt{a}$”，读作“根号a”. 特别地，我们规定 0 的算术平方根是 0，即$\sqrt{0}=0$.

目的：对算术平方根概念的认识.

效果：了解算术平方根的概念，知道平方运算和求正数的算术平方根是互逆的.

内容 3：简单运用　巩固概念

例 1　求下列各数的算术平方根：

(1) 900；　(2) 1；　(3) $\dfrac{49}{64}$；　(4) 14.

目的：体验求一个正数的算术平方根的过程，利用平方运算求一个正数的算术平方根的方法，让学生明白有的正数的算术平方根可以开出来，有的正数的算术平方根只能用根号表示，如 14 的算术平方根是$\sqrt{14}$.

效果：会求一个正数的算术平方根，更进一步了解算术平方根的性质：一个正数的算术平方根是正数，0 的算术平方根是 0，负数没有算术平方根.

答案：解：(1)因为$30^2=900$，所以900的算术平方根是30，即$\sqrt{900}=30$；

(2)因为$1^2=1$，所以1的算术平方根是1，即$\sqrt{1}=1$；

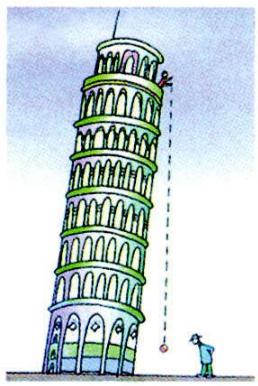
(3)因为$(\frac{7}{8})^2=\frac{49}{64}$，所以 $\frac{49}{64}$ 的算术平方根是$\frac{7}{8}$， 即$\sqrt{\frac{49}{64}}=\frac{7}{8}$；

(4)14 的算术平方根是$\sqrt{14}$.

内容 4：回解课堂引入问题

$x^2=2$，$y^2=3$，$w^2=5$，那么$x=\sqrt{2}$，$y=\sqrt{3}$，$w=\sqrt{5}$.

第三环节：深入探究



内容 1：例 2　自由下落物体的高度h(米)与下落时间t(秒)的关系为$h=4.9t^2$. 有一铁球从 19.6 米高的建筑物上自由下落，到达地面需要多长时间？

目的：用算术平方根的知识解决实际问题.

效果：学生多能利用等式的性质将$h=4.9t^2$进行变形，再用求算术平方根的方法求得题目的解.

解：将$h=19.6$代入公式$h=4.9t^2$，得$t^2=4$，所以正数$t=\sqrt{4}=2$(秒).

即铁球到达地面需要 2 秒.

说明：强调实际问题t是正数，用的是算术平方根，此题是为得出下面的结论作铺垫的.

内容 2：观察我们刚才求出的算术平方根有什么特点.

目的：让学生认识到算术平方根定义中的两层含义：$\sqrt{a}$中的a是一个非负数，a的算术平方根$\sqrt{a}$也是一个非负数，负数没有算术平方根．这也是算术平方根的性质——双重非负性.

效果：再一次深入地认识算术平方根的概念，明确只有非负数才有算术平方根．

第四环节：反馈练习

一、填空题：

1．若一个数的算术平方根是$\sqrt{7}$，那么这个数是__________；

2．$\sqrt{9}$的算术平方根是__________；

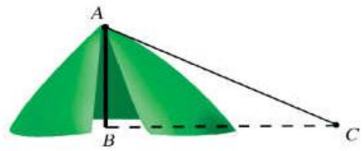
3．$(\frac{2}{3})^2$的算术平方根是__________；

4．若$\sqrt{m+2}=2$，则$(m+2)^2=$__________．

二、求下列各数的算术平方根：

36，$\frac{121}{144}$，15，0.64，10^{-4}，$\sqrt{225}$，$(\frac{5}{6})^0$．

三、如图，从帐篷支撑竿 *AB* 的顶部 *A* 向地面拉一根绳子 *AC* 固定帐篷．若绳子的长度为 5.5 米，地面固定点 *C* 到帐篷支撑竿底部 *B* 的距离是 4.5 米，则帐篷支撑竿的高是多少米？



答案：一、1．7；2．$\sqrt{3}$；3．$\frac{2}{3}$；4．16；二、6；$\frac{11}{12}$；$\sqrt{15}$；0.8；10^{-2}；$\sqrt{15}$；1．

三、解：由题意得 AC＝5.5 米，BC＝4.5 米，∠ABC＝90°，在 Rt△*ABC* 中，由勾股定理得$AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=\sqrt{5.5^2-4.5^2}=\sqrt{10}$(米)．所以帐篷支撑竿的高是$\sqrt{10}$米．

目的：旨在检测学生对算术平方根的概念和性质的掌握情况，以便根据学生情况调整教学进程.

效果：练习注意了问题的梯度性，由浅入深，一步步加深对算术平方根的概念以及性质的认识.对学生的回答，教师要给予评价和点评.

第五环节：学习小结

内容：这节课学习的算术平方根是本章的基本概念，是为以后的学习做铺垫的．通过这节课的学习，我们要掌握以下的内容：

(1)算术平方根的概念，式子$\sqrt{a}$中的双重非负性：一是 $a\geqslant 0$，二是$\sqrt{a}\geqslant 0$.

(2)算术平方根的性质：一个正数的算术平方根是一个正数；0 的算术平方根是 0；负数没有算术平方根.

(3)求一个正数的算术平方根的运算与平方运算是互逆的运算，利用这个互逆运算关系求非负数的算术平方根.

目的：依照本节课的教学目标引导学生自己小结本节课的知识要点，强化算术平方根的概念和性质.

第六环节：作业布置

习题 2.3

四、教学设计反思

1．细讲概念、强化训练

要想让学生正确、牢固地树立起算术平方根的概念，需要由浅入深、不断深化的过程．概念是由具体到抽象、由特殊到一般，经过分析、综合去掉非本质特征，保持本质属性而形成的．概念的形成过程也是思维过程，加强概念形成过程的教学，对提高学生的思维水平是很有必要的．概念教学过程中要做到：讲清概念，加强训练，逐步深化.

“讲清概念”就是通过具体实例揭露算术平方根的本质特征．算术平方根的本质特征就是定义中指出的：“如果一个正数x的平方等于a，即$x^2=a$，那么这个正数x就叫做a的算术平方根，”的“正数x”，即被开方数是正的，由平方的意义，a也是正数，因此算术平方根也必须是正的．当然零的算术平方根是零.

“加强训练”不但指要加强求算术平方根的基本训练，使练习题达到一定的质和量，也包括书写格式的训练，如在求正数的算术平方根时，不是直接写出算

术平方根，而是通过平方运算来求算术平方根，非平方数的算术平方根只能用根号来表示.

“逐步深化”是指利用算术平方根的概念和性质的题目按不同的“梯度”组成题组，在教学的不同阶段按由浅入深的原则加以使用.

2．发展思维、适度拓展

在教学中，根据学生的实际情况，在学有余力的情况下，可以对$\sqrt{a}$的双重非负性的知识进行适当的拓展.

第 2 课时　平方根

教学目标

1．了解平方根的概念，会用根号表示一个数的平方根；(重点)

2．了解开平方与平方是互逆运算，会用开平方运算求非负数的平方根．(难点)

教学过程

一、情境导入

填空：(1)3 的平方等于 9，那么 9 的算术平方根就是________；(2)$\frac{2}{5}$的平方等于$\frac{4}{25}$，那么$\frac{4}{25}$的算术平方根就是________；(3)展厅的地面为正方形，其面积是 49 平方米，则边长为________米．

平方等于 9，$\frac{4}{25}$，49 的数还有吗？

二、合作探究

探究点一：平方根的概念及性质

【类型一】 求一个数的平方根

例1　求下列各数的平方根：

(1)$1\frac{24}{25}$；(2)0.0001；(3)$(-4)^2$；(4)$\sqrt{81}$.

解析：把带分数化为假分数，含有乘方运算先求出它的幂．注意正数有两个互为相反数的平方根．

解：(1)$\because 1\frac{24}{25}=\frac{49}{25}$，$(\pm\frac{7}{5})^2=\frac{49}{25}$，$\therefore 1\frac{24}{25}$的平方根为$\pm\frac{7}{5}$，即$\pm\sqrt{1\frac{24}{25}}=\pm\frac{7}{5}$；

(2)$\because(\pm0.01)^2=0.0001$，$\therefore$0.0001 的平方根是$\pm0.01$，即$\pm\sqrt{0.0001}=\pm0.01$；

(3)$\because(\pm4)^2=(-4)^2$，$\therefore(-4)^2$的平方根是±4，即$\pm\sqrt{(-4)^2}=\pm4$；

(4)$\because(\pm3)^2=9=\sqrt{81}$，$\therefore\sqrt{81}$的平方根是$\pm3$.

方法总结：正确理解平方根的概念，明确是求哪一个数的平方根．如(4)中就是求 9 的平方根．

【类型二】 利用平方根的性质求数的值

例2　一个正数的两个平方根分别是 $2a+1$ 和 $a-4$，求这个数．

解析：因为一个正数的平方根有两个，且它们互为相反数，所以 $2a+1$ 和 $a-4$ 互为相反数，根据互为相反数的两个数的和为 0 列方程求解．

解：由于一个正数的两个平方根是 $2a+1$ 和 $a-4$，则有 $2a+1+a-4=0$. 即 $3a-3=0$，解得 $a=1$. 所以这个数为$(2a+1)^2=(2+1)^2=9$.

方法总结：一个正数的平方根有两个，它们互为相反数，即它们的和为零．

探究点二：开平方及相关运算

例3 求下列各式中 x 的值.

(1) $x^2=361$；(2) $81x^2-49=0$；(3) $(3x-1)^2=(-5)^2$.

解析：若 $x^2=a(a\geq0)$，则 $x=\pm\sqrt{a}$，先把各题化为 $x^2=a$ 的形式，再求 x. 其中(3)中可将 $(3x-1)$ 看作一个整体，先通过开平方求出这个整体的值，然后解方程求出 x.

解：(1) ∵ $x^2=361$，∴开平方得 $x=\pm\sqrt{361}=\pm19$；

(2) 整理 $81x^2-49=0$，得 $x^2=\frac{49}{81}$，∴开平方得 $x=\pm\sqrt{\frac{49}{81}}=\pm\frac{7}{9}$；

(3) ∵ $(3x-1)^2=(-5)^2$，∴开平方得 $3x-1=\pm5$；当 $3x-1=5$ 时，$x=2$；当 $3x-1=-5$ 时，$x=-\frac{4}{3}$；综上所述，$x=2$ 或 $-\frac{4}{3}$.

方法总结：利用平方根的定义进行开平方解方程，从而求出未知数的值，一个正数的平方根有两个，它们互为相反数；开平方时，不要漏掉负平方根.

三、板书设计

1．平方根的概念：若 $x^2=a$，则 x 叫 a 的平方根，$x=\pm\sqrt{a}$.

2．平方根的性质：正数有两个平方根，且它们互为相反数；0 的平方根是 0；负数没有平方根.

3.开平方及相关运算:求一个数 a 的平方根的运算叫做开平方,其中 a 叫做被开方数.开平方与平方互为逆运算.

教学反思

为学生提供有趣且富有数学含义的问题，让学生进行充分的探索和交流. 如把正方形的面积不断地扩大为原来的 2 倍、3 倍、n 倍，引导学生充分进行交流、讨论与探索，从中感受学习平方根的必要性.

2.2 平方根

第 2 课时 平方根

第一环节 复习旧知 引入新知

内容:方法一　复习引入

1．什么叫算术平方根?

3 的平方等于 9，那么 9 的算术平方根就是___3___.

$\frac{2}{5}$的平方等于 $\frac{4}{25}$ ，那么 $\frac{4}{25}$ 的算术平方根就是____$\frac{2}{5}$____.

展厅的地面为正方形，其面积 49 平方米，则边长__7__米.

2．到目前为止，我们已学过哪些运算?这些运算之间的关系如何？

乘方有没有逆运算?

平方与算术平方根之间的关系？

已知折叠着的正方形 ABCD 面积为 1，则边长为__1___．将它扩展，若面积变为原来的 2 倍，那么它的边长为___$\sqrt{2}$___；若面积变为原来的 3 倍，则边长为___$\sqrt{3}$___；若面积变为原来的 *n* 倍，则边长为___$\sqrt{n}$___.

方法二　复习引入

问题 平方等于 9，$\frac{4}{25}$，49 的数还有吗？

目的: 这一环节主要是复习旧知识和提出问题，由上节课的“算术平方根”的求法使学生能明白“平方”和“算术平方根”的关系，让学生在几何图形中认识．熟悉它们的互化关系．并把上节课的思考题制作成 Flash 情景引入，增加动画效果.

效果 借助多媒体吸引学生的注意力，激发学生的学习兴趣.

说明 数学知识源于生活，并服务于我们的生活．这两种方法通过生活中的具体问题激发学生的学习兴趣，并让他们产生解决问题的强烈愿望.

第二环节 ：新课学习

内容 （一）探究新知

填空

$3^2=(9)$

$(-3)^2=(9)$ $\qquad$ $(\quad)^2=9$ $\qquad\qquad$ $0^2=0$

$(\frac{1}{2})^2=(\frac{1}{4})$ $\qquad$ $(\quad)^2=\frac{1}{4}$ $\qquad\qquad$ $(\text{不存在})^2=-4$

$(-\frac{1}{2})^2=(\frac{1}{4})$

（二）形成概念(1)

一般地，如果一个数的平方等于 a，那么这个数叫做 a 的平方根或二次方根．而把正的平方根叫做 *a* 的算术平方根．

表达式为:若 $x^2=a$，那么 *x* 叫做 *a* 的平方根． 记作 $\pm\sqrt{a}$．

例如:$(\pm4)^2=16$，则+4 和－4 都是 16 的平方根；即 16 的平方根是±4；4 是 16 的算术平方根．

（三）探索平方与开平方的关系:

给出几组具体的数据，由平方探知开平方与平方的互逆关系．

（四）概念辨析

平方根与算术平方根的联系与区别

联系 1．包含关系 平方根包含算术平方根，算术平方根是平方根的一种．

2．只有非负数才有平方根和算术平方根．

3． 0 的平方根是 0，算术平方根也是 0．

区别 1．个数不同：一个正数有两个平方根，但只有一个算术平方根．

2．表示法不同：平方根表示为 $\pm\sqrt{a}$ ，而算术平方根表示为$\sqrt{a}$．

目的 形成“平方根”的概念．在列举一些具体数据的感性认识基础上，由平方运算反推出平方根的概念和定义，并让学生非常熟练地进行平方和平方根之间的互化并，明白它们之间的互逆关系，辨析概念“平方根”与“算术平方根”的区别与联系，使之与上一节课紧密联系．

效果 由于遵循了从具体到抽象的过程，注重学生原有认知基础的回顾，并

和原有的概
念进行了比较与辨析，因此，学生对这一抽象的概念掌握得比较牢靠．

说明 平方根与算术平方根的区别是本节课的一大难点，也是学生经常容易出错的地方．
对这两个概念加以比较与区别有利于学生的理解与掌握．

第三环节　例题和新知巩固

（一）例题示范

求下列各数的平方根:

(1)64；(2) $\frac{49}{121}$；(3)　0.0004；(4) $\left(-25\right)^2$；(5) 11

解 （1）$\because (\pm 8)^2=64$，$\therefore 64$的平方根是± 8，即$\pm\sqrt{64}=\pm 8$；

（2）$\because \left(\pm\frac{7}{11}\right)^2=\frac{49}{121}, \therefore \frac{49}{121}$的平方根为$\pm\frac{7}{11}$，即$\pm\sqrt{\frac{49}{121}}=\pm\frac{7}{11}$；

（3）$\because (\pm 0.02)^2=0.0004, \therefore 0.0004$的平方根是$\pm 0.02$，即$\pm\sqrt{0.0004}=\pm 0.02$；

（4）$\because (\pm 25)^2=(-25)^2, \therefore (-25)^2$的平方根是$\pm 25$，　即$\pm\sqrt{(-25)^2}=\pm 25$；

（5）$\because 11$的平方根是$\pm\sqrt{11}$

目的 这是书上的例题，要求学生能正确掌握平方根的文字说理及符号化的表达．能熟
练地求出一个数的平方根，然后由题中的数据探索出正数、0、负数的平方根的个数．

效果 通过对例题的详解，学生能准确地书写表达，规范平方根的书写格式，掌握正
确的符号化语言．

（二）思考提升

1．$(-5)^2$的平方根是______，$\sqrt{81}$的算术平方根是_____，$\frac{4}{9}$的平方根是_____；

2．$\left(\sqrt{64}\right)^2=$_____，$\sqrt{(-5)^2}=$_____　，$\pm\sqrt{64}=$______，$\sqrt{0.04}=$_______；

3．$\sqrt{a^2}=$________，当$a\geq 0$时，$\left(\sqrt{a}\right)^2=$_________　．

（三）巩固练习

1．下列说法正确的是__________

①-3是$\sqrt{81}$的平方根;②25 的平方根是 5；③－36 的平方根是－6；④平方根等于 0 的数是 0；⑤64 的平方根是 8．

2．下列说法不正确的是(　　　)．

(A)0 的平方根是 0　　　　(B)-2^2的平方根是± 2

(C)非负数的平方根是互为相反数　　　　(D)一个正数的算术平方根一定大于这个数的相反数

3．已知一个自然数的算术平方根是 a，则该自然数的下一个自然数的算术平方根是（　　）.

(A) a+1　　(B)$\sqrt{a+1}$　　(C)　a^2+1　　(D)$\sqrt{a^2+1}$

4．x为何值，$\sqrt{-\frac{x}{2}}$ 有意义？

答 因为$-\dfrac{x}{2}\geq 0$，所以$x\leq 0$

目的 围绕本节课的重点知识 （平方根）作适当的练习，在不同的变式练习中加深对平方根意义的理解.

效果 学生基本能顺利解决这些问题，并利用探索的规律进行规范的表达.

第四环节　课堂小结

内容 引导学生总结本课时的知识、方法.

目的 让学生对所学的知识进行梳理，使之思路清晰，既巩固了有关知识，又培养了学生良好的学习习惯.

效果 在老师的引导下学生自己总结本节课的知识、方法，如

平方根的概念 若$x^2=a$，则 x 叫 a 的平方根，$x=\pm\sqrt{a}$

平方根的个数 正数有 2 个平方根，0 的平方根是 0，负数没有平方根.

平方与开方之间的关系；

求平方根的方法 求一个数的平方根就是转化寻找哪个数平方等于这个数.

第五环节　提高训练

内容 1．$5+\sqrt{11}$的小数部分为 a，$5-\sqrt{11}$的小数部分为 b，求$a+b$的值．

2．已知实数 a，b 满足$b^2+\sqrt{a-4}+9=6b$

①若 a，b 为ΔABC的两边，求第三边 c 的取值范围；

②若 a，b 为ΔABC的两边，第三边 c 等于 5，求ΔABC的面积．

目的 安排了两道题，其中最后一题是用算术平方根的意义来解决三角形的问题，这一环节主要针对层次较好的学生提供的题．可供老师根据教学的实际情况灵活处理．

第六环节　作业布置

习题 2． 4

四、教学设计反思

本节课是八年级上册第二章《平方根》的第二课时．主要知识是平方根的学习和运用．教材是教师提供最基本的教学素材，教师完全可以根据学生的实际情况进行适当调整．

（一）注重概念的形成过程，让学生在概念的形成的过程中，逐步理解所学的概念． 概念是由具体到抽象、由特殊到一般，经过分析、综合去掉非本质特征，保持本质属性而形成的．概念的形成过程也是思维过程，加强概念形成过程的教学，对提高学生的思维水平是很必要的．所以在学习平方根的概念时，对正数有两个平方根学生不太容易接受，往往丢掉负的平方根，因为这与他们以前的经验不符．对此，在平方根的引入时，可多提一些具体的问题．如“9 的算术平方根是 3，也就是说，3 的平方是 9．还有其他的数，它的平方也是 9 吗？”等等，旨在引起学生的思考，让学生从具体的例子中抽象出初步的平方根的概念．再让学生去讨论 一个正数有几个平方根？0 有几个平方根？负数呢？引导学生更深刻地理解平方根的概念，然后通过具体的求平方根的练习，巩固新学的概念．

（二）鼓励学生进行探究和交流　本节课为学生提供了有趣而富有数学含

义的问题，让学生进行充分的探索和交流．如 把正方形的面积不断的扩大为 2 倍、3 倍、*n* 倍，来引导学生充分进行交流、讨论与探索等数学活动，从中感受学习平方根的必要性．

（三）设计之中多处运用类比的方法，使学生清楚新旧知识的区别和联系．类比概念 “平方根”和“算术平方根”的区别和联系，“平方”和“开平方”运算．

（四）根据学生实际，灵活使用教材

教材上只安排了一道例题和几个想一想，为了让学生对新知巩固，我增加了部分练习题，围绕“平方根”这一知识点进行各种题型的变式练习．当然，选题要有层次，有梯度．老师们在进行教学时可以根据学生的实际情况作适当的取舍．

（五）建议

根据知识结构的逻辑关系与学生的认知规律，建议教材在内容安排上平方根置于算术平方根之前．

2．3　立方根

教学目标

1．了解立方根的概念及性质，会用根号表示一个数的立方根；（重点）
2．了解开立方与立方是互逆运算，会用开立方运算求一个数的立方根．（难点）

教学过程

一、情境导入

填空并回答问题：

(1)(　　)^3＝0.001；(2)(　　)^3＝0；

(3)若正方体的棱长为a，体积为8，根据正方体的体积公式得a^3＝8，那么a叫做8的什么呢？

二、合作探究

探究点一：立方根的概念及性质

【类型一】 <u>立方根的概念及性质</u>

例1 立方根等于本身的数有________个．

解析：在正数中，$\sqrt[3]{1}=1$，在负数中，$\sqrt[3]{-1}=-1$，又$\sqrt[3]{0}=0$，∴立方根等于本身的数有1，－1，0.故填3.

方法总结：不论正数、负数还是零，都有立方根.

【类型二】 <u>立方根与平方根的综合问题</u>

例2 已知x－2的平方根是±2，2x＋y＋7的立方根是3，求x^2+y^2的算术平方根．

解析：根据平方根、立方根的定义和已知条件可知$x-2=4$，$2x+y+7=27$，从而解出x，y，最后代入x^2+y^2求其算术平方根即可.

解：∵x－2的平方根是±2，∴x－2＝4.∴x＝6.∵2x＋y＋7的立方根是3，∴2x＋y＋7＝27，把x＝6代入解得y＝8，∴$x^2+y^2=6^2+8^2=100$.∴x^2+y^2的算术平方根为10.

方法总结：本题先根据平方根和立方根的定义，运用方程思想列方程求出x，y的值，再根据算术平方根的定义求出x^2+y^2的算术平方根.

【类型三】 <u>立方根的实际应用</u>

例3 已知球的体积公式是$V=\frac{4}{3}\pi r^3$(r为球的半径，π取3.14)，现已知一个小皮球的体积是113.04cm^3，求这个小皮球的半径r.

解析：将公式变形为$r^3=\frac{3V}{4\pi}$，从而求r.

解：由$V=\frac{4}{3}\pi r^3$，得$r^3=\frac{3V}{4\pi}$，∴$r=\sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$.∵V＝113.04$cm^3$，π取3.14，∴$r\approx\sqrt[3]{\frac{3\times113.04}{4\times3.14}}=\sqrt[3]{27}=3$(cm)．故这个小皮球的半径r约为3cm.

方法总结：解此题的关键是灵活应用球的体积公式，并将公式适当变形.

探究点二：开立方运算

例4 求下列各式的值.

(1)$-\sqrt[3]{343}$；(2)$\sqrt[3]{\frac{10}{27}-5}$；(3)$-\sqrt[3]{-8}\div\sqrt{2\frac{1}{4}}+\sqrt{(-1)^{100}}$.

解：(1)$-\sqrt[3]{343}=-7$；

(2) $\sqrt[3]{\frac{10}{27}-5}=\sqrt[3]{-\frac{125}{27}}=-\frac{5}{3}$;

(3) $-\sqrt[3]{-8}\div\sqrt{2\frac{1}{4}}+\sqrt{(-1)^{100}}=2\div\sqrt{\frac{9}{4}}+\sqrt{1}=2\div\frac{3}{2}+1=2\times\frac{2}{3}+1=\frac{7}{3}$.

方法总结：做开平方或开立方运算时，一般都是利用它们的定义去掉根号；当被开方数不是单独一个数时，则需先将它们进行化简，再进行开方运算.

三、板书设计

1．每个数 a 都只有一个立方根，记为“$\sqrt[3]{a}$”，读作“三次根号 a”.

2．正数的立方根是正数；0 的立方根是 0；负数的立方根是负数.

3．求一个数 a 的立方根的运算叫做开立方，其中 a 叫做被开方数．开立方与立方互为逆运算.

教学反思

本节课让学生应用类比法学习立方根的概念、性质和运算．学生在以后的数学学习中，要注意渗透类比的思维方式，让学生在学习新知识的同时巩固已学的知识，并通过新旧对比更好地掌握知识.

2.3 立方根

一 、 学生起点分析

学生已经学习了平方根的概念，掌握了求一个非负数的平方根和算术平方根的方法，明确了平方运算与开平方的互逆关系．学生在平方根学习活动中体会了类比的思想方法，为立方根的学习提供了一定的经验基础和学习方法．立方根的计算有着非常广泛的应用，有关空间形体的计算经常涉及开立方，因此本节知识是后续学习内容的基础.

二 、 教学任务分析

《立方根》是义务教育教科书北师大版八年级（上）第二章《实数》第三节．本节内容 1 个学时完成．主要是通过对立方根与平方根的类比，探索立方根的概念、计算和简单性质．因此，除了具体的知识技能以外，关注学生的学习方法培养，渗透数学思想方法也是教师教学过程中的关注点．为此本节课的三维教学目标是：

①了解立方根的概念，会用根号表示一个数的立方根；会用立方运算求一个数的立方根，了解开立方与立方互为逆运算，了解立方根的性质；区分立方根与平方根的不同；

②经历对立方根的探究过程，在探究中学会解决立方根的一些基本方法和策略，培养逆向思维能力和分类讨论的意识．学生在经历用类比的方法学习立方根的有关知识过程中，领会类比思想；

③立方根概念、符号、运算及性质的探究过程中，培养学生联系实际、善于观察、勇于探索和勤于思考的精神；

三、教学过程设计

本节课设计了七个教学环节：第一环节：创设问题情境；第二环节：复习引入、类比学习；第三环节：初步探究；第四环节：尝试反馈，巩固练习；第五环节：深入探究；第六环节：课时小结；探究与思考；第七环节：作业布置及课外探究．

第一环节：创设问题情境

内容：

某化工厂使用一种球形储气罐储藏气体，现在要造一个新的球形储气罐，如果它的体积是原来的 8 倍，那么它的半径是原储气罐的多少倍？如果储气罐的体积是原来的 4 倍呢？

（球的体积公式为 $v=\frac{4}{3}\pi R^3$，R 为球的半径）

提问：怎样求出半径 R ？学完本节知识后，相信你会有一个满意的答案．有

关体积的运算和面积的运算有类似之处，让我们用上节课解决问题的方法来学习新知识 .

目的：通过实际情境引入，让学生感受新知学习的必要性，激发学生的求知欲望.

效果：在思考问题的同时，学生既感受了数学的应用价值，激发了学生的学习热情，又很快将问题归结为如何确定一个数，它的立方等于 4，从而顺利引入新课.

第二环节：复习引入、类比学习

内容：

提问：（1）什么叫一个数 a 的平方根？如何用符号表示数 a（$a≥0$）的平方根?

（2）正数的平方根有几个？它们之间的关系是什么？负数有没有平方根？0 的平方根是什么？

（3）平方和开平方运算有何关系？

（4）算术平方根和平方根有何区别与联系？

强调：一个正数的平方根有两个，且互为相反数；一个负数没有平方根；0 的平方根是 0.

（5）为了解决前面情景中的问题，需要引入一个新的运算，你将如何定义这个新运算？

1．一般地，如果一个数 x 的平方等于 a，即 $x^2=a$，那么这个数 x 就叫做 a 的**平方根**（也叫做二次方根）.

2．一般地，如果一个数 x 的立方等于 a，即 $x^3=a$，那么这个数 x 就叫做 a 的**立方根**（cube root，也叫做三次方根）. 如：2 是 8 的立方根，－3是－27的立方根，0 是 0 的立方根.

目的：学生通过回顾上节课的学习内容，为进一步研究立方根的概念及性质做好铺垫，同时突出平方根与立方根的对比，以利于弄清两者的区别和联系.

效果：复习引入既复习了平方根的知识，又利于学生用类比学习法学习立方

根知识.

第三环节：初步探究

内容：

1 做一做：怎样求下列括号内的数？各题中已知什么数？求什么数？

（1）（　　）^{3}＝0.001　；　（2）（　　）^{3}＝$-\frac{27}{64}$　；　（3）（　　）^{3}＝0 .

目的：通过计算练习,使学生进一步了解求一个数的立方，与求一个数的立方根是互为逆运算,感受一个数的立方根的唯一性，计算中对 a 的取值分别选为正数、负数、0，这样设计，在此过程中渗透分类讨论的思想方法.

2 议一议：

（1）正数有几个立方根？

（2）0 有几个立方根

（3）负数呢？

意图：提问，是为了指出平方根与立方根的对比，以利于弄清两者的区别和联系.

3 在上面的基础上明晰下列内容，对知识进行梳理

（1）每个数 a 都只有一个立方根，记为"$\sqrt[3]{a}$"，读作"三次根号 a". 例如 x^3=7 时，x 是 7 的立方根，即 $\sqrt[3]{7}=x$；与数的平方根的表示比较，数的立方根中根号前**没有**"±"符号，但根指数 3 不能省略.

（2）正数的立方根是正数；0 的立方根是 0；负数的立方根是负数.

（3）求一个数 a 的立方根的运算叫做**开立方**(extrction of cubic root)，其中 a 叫做**被开方数**．开立方与立方互为逆运算.

效果：学生通过类比学习，初步掌握立方根的概念，能用符号语言表示一个数的立方根.

第四环节：尝试反馈，巩固练习

内容：

例 1 求下列各数的立方根：

（1）－27；　（2）$\frac{8}{125}$；　（3）$3\frac{3}{8}$；　（4）0.216；　（5）－5.

解：（1）因为$(-3)^3=-27$，所以－27 的立方根是－3，即$\sqrt[3]{-27}=-3$；

（2）因为$\left(\frac{2}{5}\right)^3=\frac{8}{125}$，所以$\frac{8}{125}$的立方根是$\frac{2}{5}$，即$\sqrt[3]{\frac{8}{125}}=\frac{2}{5}$；

（3）因为$(\frac{3}{2})^3=\frac{27}{8}=3\frac{3}{8}$，所以$3\frac{3}{8}$的立方根是$\frac{3}{2}$，即$\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}=\frac{3}{2}$；

（4）因为$(0.6)^3=0.216$，所以0.216的立方根是0.6，即$\sqrt[3]{0.216}=0.6$；

（5）-5的立方根是$\sqrt[3]{-5}$.

例 2 求下列各式的值：

（1）$\sqrt[3]{-8}$;　（2）$\sqrt[3]{0.064}$;　（3）$-\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$；　（4）$\left(\sqrt[3]{9}\right)^3$.

解：（1）$\sqrt[3]{-8}=\sqrt[3]{(-2)^3}=-2$；　（2）$\sqrt[3]{0.064}=\sqrt[3]{(0.4)^3}=0.4$；

（3）$-\sqrt[3]{\frac{8}{125}}=-\sqrt[3]{\left(\frac{2}{5}\right)^3}=-\frac{2}{5}$；　（4）$\left(\sqrt[3]{9}\right)^3=9$.

反馈练习

1．求下列各数的立方根：

$\sqrt[3]{0.125}$;　$\sqrt[3]{-64}$;　$-\sqrt[3]{64}$　;　$\sqrt[3]{5^3}$;　$\left(\sqrt[3]{16}\right)^3$.

2．通过上面的计算结果，你发现了什么规律？

目的：例 1 着眼于弄清立方根的概念，因此这里不仅用立方的方法求立方根，而且书写上采用了语言叙述和符号表示互相补充的做法，学生在熟练以后可以简化写法．例 2 则巩固立方根的计算，引导学生思考立方根的性质．

效果：学生通过练习掌握立方根的概念和计算，通过对计算结果的分析得出立方根的性质，若学生不能发现规律，教师可以再给出几个例子，如：$\sqrt[3]{-8}=\sqrt[3]{-2^3}=-2$;　$\sqrt[3]{3^3}=\sqrt[3]{27}=3$; $\left(\sqrt[3]{8}\right)^3=$ ②$^3=8$. 引导学生观察被开方数、根指数及运算结果之间的关系，从而得出立方根的性质；也可以安排学生分小组讨论，通过交流，展示学生发现的规律；若学生的讨论不够深入，可由教师补充得出结论．

第五环节：深入探究

想一想：

（1）$\sqrt[3]{a}$表示 a 的立方根，那么$\left(\sqrt[3]{a}\right)^3$等于什么？$\sqrt[3]{a^3}$ 呢？

（2）$\sqrt[3]{-a}$ 与$-\sqrt[3]{a}$有何关系？

目的：明晰$\left(\sqrt[3]{a}\right)^3$ $=a$，$\sqrt[3]{a^3}$ $=a$

说明：若学生通过上面的计算得出了立方根的性质，可以直接展示学生的成果；若没有得出结果，可以引导学生分析，如果 $x^3=a$,那么 x 就是 a 的立方根，即 $x=\sqrt[3]{a}$,所以 $x^3=\left(\sqrt[3]{a}\right)^3=a$, 同样，根据定义，$a^3$ 是的 a 三次方，所以 a^3 的立方根就是 a, 即$\sqrt[3]{a^3}=a$，$\sqrt[3]{-a}=-\sqrt[3]{a}$.

第六环节　课时小结

内容 1：提问通过本节课的学习你学到了哪些知识？归纳、总结学生的回答，得出下列内容：

1．了解立方根的概念，会用三次根号表示一个数的立方根，能用立方运算求一个数的立方根.

2．在学习中应注意以下 5 点：

（1）符号$\sqrt[3]{a}$中根指数“3”不能省略；

（2）对于立方根，被开方数没有限制，正数、零、负数都有一个立方根；

（3）平方根和立方根的区别：正数有两个平方根，但只有一个立方根；负数没有平方根，但却有一个立方根；

（4）灵活运用公式：$(\sqrt[3]{a})^3=a$, $\sqrt[3]{a^3}=a$，$\sqrt[3]{-a}=-\sqrt[3]{a}$；

（5）立方与开立方也互为逆运算.我们可以用立方运算求一个数的立方根，或检验一个数是不是另一个数的立方根.

目的：引导学生自己小结本节课的知识要点及数学方法，使知识系统化.

效果：通过小结，学生进一步加深了对类比学习方法的感受，对所学的知识进行了梳理，学习更有条理性.

内容 2：回顾引例

某化工厂使用一种球形储气罐储藏气体，现在要造一个新的球形储气罐，如果它的体积是原来的 8 倍，那么它的半径是原储气罐半径的多少倍？如果储气罐

的体积是原来的 4 倍呢？

如有时间，学生能力许可，还可以安排学生探究下列问题：

1．回顾上节课的内容：已知 $2x^2-18=0$，求 x 的值．

2．求下列各式中的 x．

(1) $8x^3+27=0$；（2）$(x-1)^3-0.343=0$；(3) $81(x+1)^4=16$；（4）$32x^5-1=0$．

目的：回顾引例，使得教学环节更完整，同时体现了数学的实用价值．安排有层次的探究问题，可更好地调动不同学生的学习热情，让学生通过练习解决有关问题，培养学生综合解决问题的能力．

效果：学生通过引例的解决，体会到了立方根及开立方运算的实用性，并类比应用方法解决（3）（4），培养并形成能力．

第七环节　作业布置

1、　习题 2.5　2、再次体会总结立方根与平方根的区别与联系

四、教学设计说明

（一）关注类比思想的渗透，关注学习方法的指导

类比是在两类不同的事物之间进行的对比，在找出若干相同或相似点之后，推测在这两类事物的其他方面也可能存在相同或相似之处的一种思维方式．当然，类比的结果是猜测的，不一定可靠，但它作为一种思考问题的方法，可以发现数学结论，可以沟通数学知识，可以解决生活中的一些实际问题，具有发现的功能，有助于发展学生的创新精神．因此，学习中要注意渗透这样的思维方式，实际上，类比学习法让学生省时省力，在学习新知的同时巩固已学的知识，通过新旧对比更好地掌握知识．为此，本节课让学生应用类比法顺理成章的学习立方根的概念、性质、运算．同样在学生以后的数学学习中，可以通过三角形类比四面体、通过圆类比球……

（二）关注学生个体差异，关注学生探究过程

根据新课标的评价理念，教师在课堂教学中应尊重学生的个体差异，满足多样化的学习需要，鼓励探索方式、表述方式和解题方法的多样化．在教学活动中教师关注的是学生的参与程度和表现出来的思维水平，关注的是学生对“议一议”、

“想一想”、“比一比”的探究情况和学生反馈练习的完成情况，教师要关注学生是否理解立方和开立方是互为逆运算的，是否会用根号正确的表示一个数的立方根。教学过程中，教师应给足学生思考和计算的时间使学生用原有知识进行新知识建构，这是一个学生自主学习、探究学习的过程，充分开展这样的活动，可以使学生的个性得到张扬，探究能力得到培养。课堂上，教师要充分发挥评价的教育功能，对于学生的回答应给予恰当的评价和鼓励，帮助学生认识自我，建立自信.

（三）需要说明的几个问题：

在第四教学环节中的例题 1 中补充了带分数的立方根求法,在教学中只要讲明将带分数转化为假分数,再求立方根的方法,学生就容易掌握；例题 2 则为第五环节补充立方根性质的 3 个公式($(\sqrt[3]{a})^3=a$, $\sqrt[3]{a^3}=a$，$\sqrt[3]{-a}=-\sqrt[3]{a}$)打下了基础,若学生基础较差,教师也可删去这 3 个公式;第六环节中的探究与思考,将平方根、立方根的求法拓展到求四次方根、五次方根的学习，教师在教学过程中可根据学生的学习情况确定是否补充这部分内容，也可留给学生课后思考，分层要求，调动不同学生的学习热情.

2．4　估　算

教学目标

1．能估算一个无理数的大致取值范围；（重点）
2．能通过估算比较两个数的大小；（难点）
3．掌握估算的方法，形成估算的意识.

教学过程

一、情境导入

小丽：“我想在一块面积为 $500cm^2$ 的正方形纸片中，沿着边的方向裁出一块面积为

$300cm^2$的长方形的纸片，使它的长是宽的2倍，不知能否裁出？”

小明：“用一块面积大的纸片裁出一块面积小的纸片，那肯定行．”

你同意小明的说法吗？小丽能否用这块纸片裁出符合要求的纸片呢？为什么？学习了下面的知识你就知道啦！

二、合作探究

探究点一：估算一个无理数的近似值

【类型一】 **估算无理数的取值范围**

例1 估算$\sqrt{19}-2$的值(　　)

A．在1和2之间　B．在2和3之间

C．在3和4之间　D．在4和5之间

解析：因为$4^2<19<5^2$，所以$4<\sqrt{19}<5$，所以$2<\sqrt{19}-2<3$.故选B.

方法总结：本题利用被开方数两边比较接近的完全平方数的算术平方根估计这个数的算术平方根的大小.

【类型二】 **确定无理数的整数与小数部分**

例2 已知a是$\sqrt{8}$的整数部分，b是$\sqrt{8}$的小数部分，求$(-a)^3+(b+2)^2$的值.

解析：本题综合考查有理数与无理数的关系．因为$2<\sqrt{8}<3$，所以$\sqrt{8}$的整数部分是2，所以$a=2$，$\sqrt{8}$是无限不循环小数，它的小数部分应是$\sqrt{8}-2$，所以$b=\sqrt{8}-2$，再将a，b代入代数式求值.

解：因为$2<\sqrt{8}<3$，a是$\sqrt{8}$的整数部分，所以$a=2$.因为b是$\sqrt{8}$的小数部分，所以$b=\sqrt{8}-2$.所以$(-a)^3+(b+2)^2=(-2)^3+(\sqrt{8}-2+2)^2=-8+8=0$.

方法总结：解此题的关键是确定$\sqrt{8}$的整数部分和小数部分(用这个无理数减去它的整数部分即为小数部分).

探究点二：用估算法比较数的大小

例3 通过估算比较下列各组数的大小：

(1)$\frac{\sqrt{6}+1}{2}$与1.5；　(2)$\sqrt[3]{26}$与2.1.

解析：(1)先估算$\sqrt{6}$的大小，再比较$\sqrt{6}$与2的大小，从而进一步比较$\frac{\sqrt{6}+1}{2}$与1.5的大小；(2)先估算$\sqrt[3]{26}$的大小或求2.1的立方，比较26与2.1^3的大小.

解：(1)因为$6>4$，所以$\sqrt{6}>\sqrt{4}$，所以$\sqrt{6}>2$，所以$\frac{\sqrt{6}+1}{2}>\frac{2+1}{2}=1.5$，即$\frac{\sqrt{6}+1}{2}>1.5$；

(2)因为$26<27$，所以$\sqrt[3]{26}<\sqrt[3]{27}$.即$\sqrt[3]{26}<3$，但接近于3，所以$\sqrt[3]{26}>2.1$.

方法总结：比较两数的大小常用方法有：①作差比较法；②求值比较法；③移因式于根号内，再比较大小；④利用平方法比较无理数的大小等.

三、板书设计

估算
- 估算一个无理数的近似值
  - 估算无理数的大致范围
  - 估算比较两个数的大小
- 估算的应用

教学反思

在解决问题的同时引导学生对解决方法进行总结，和学生一起归纳出估算的方法．让学生从被动学习到主动探究，激发学生的学习热情，培养学生自主学习数学的能力．通过独立思考与小组讨论相结合的方式解决新的实际问题，让学生初步体会数学知识的实际应用价值．

2.4 估算

第一环节：情境引入

内容：

由修建环保公园的实际问题情境引出本节课的学习内容——公园有多宽．

某市开辟了一块长方形的荒地用来建一个以环保为主题的公园．已知这块地的长是宽的两倍，它的面积为 400000 平方米．此时公园的宽是多少?长是多少?给出这个问题情境，先让学生凭感觉说出公园的长和宽分别是多少．

给出引导问题：公园的宽有 1000 米吗？（没有）那么怎么计算出公园的长和宽．

解：设公园的宽为 x 米，则它的长为 $2x$ 米，由题意得：

$x\cdot 2x=400000$，

$2x^2=400000$，

$x=\sqrt{200000}$．

那么 $\sqrt{200000}=?$

目的：

从现实情境引入，一方面让学生初步建立数感，另一方面让学生体会生活中的数学从而激发学习的积极性．

效果：

学生通过与生活紧密联系的问题情境初步感受到估算的实用价值．

第二环节：活动探究

内容：

1．探究一个无理数估算结果的合理性．

2．学会估算一个无理数的大致范围．

例 1 下列结果正确吗？你是怎样判断的？与同伴交流．

①$\sqrt{40}\approx 20$；　②$\sqrt{0.9}\approx 0.3$；

③$\sqrt{100000}\approx 500$；　④$\sqrt[3]{900}\approx 96$．

解答：这些结果都不正确．

怎样估算一个无理数的范围?

例 2 你能估算它们的大小吗？说出你的方法．

①$\sqrt{40}$；　②$\sqrt{0.9}$；　③$\sqrt{100000}$；　④$\sqrt[3]{900}$．

（①②误差小于 0.1；③误差小于 10；④误差小于 1．）

解答：

$\sqrt{40}\approx 6.3$；　$\sqrt{0.9}\approx 0.9$；　$\sqrt{100000}\approx 310$；　$\sqrt[3]{900}\approx 9$．

说明：误差小于 10 就是估算出的值与准确值之间的差的绝对值小于 10，所以$\sqrt{100000}$的估算值在误差小于 10 的前提下可以是 310，也可以是 320，还可以是 310 到 320 之间的任何数．教材使用误差小于 10，而不用精确到哪一位，目的在于降低要求。

目的：

同伴间进行交流，教师适时引导．在解决问题的同时引导学生对解决方法进行总结，和学生一起归纳出估算的方法．让学生从被动学习到主动探究，激发学生的学习热情，培养学生自主学习数学的能力．

效果：

通过简单无理数大致范围的估计，初步积累一些解决问题的经验，为接下来的实际应用做好准备．

第三环节：深入探究

内容：

用估算来解决数学的实际问题．

例 1　你能比较$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$与$\frac{1}{2}$的大小吗？你是怎样想的？

小明是这样想的：$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$与$\frac{1}{2}$的分母相同，只要比较他们的分子就可以了，因为$\sqrt{5}$＞2，所以$\sqrt{5}$-1＞1，　$\frac{\sqrt{5}-1}{2}>\frac{1}{2}$.

解：∵5＞4，即（$\sqrt{5}$）^{2}＞2^2，

∴$\sqrt{5}$＞2，

$\sqrt{5}$-1＞1，

即$\frac{\sqrt{5}-1}{2}>\frac{1}{2}$.

例 2　解决引入时“公园有多宽？”的问题情境中提出的问题．

$\sqrt{200000}$=?

（1）如果要求误差小于 10 米，它的宽大约是？

（大约 440 米或 450 米）

说明：只要是 440 与 450 之间的数都可以．

（2）该公园中心有一个圆形花圃，它的面积是 800 平方米，你能估计它的半径吗（误差小于 1 米）？

（15 米或 16 米）

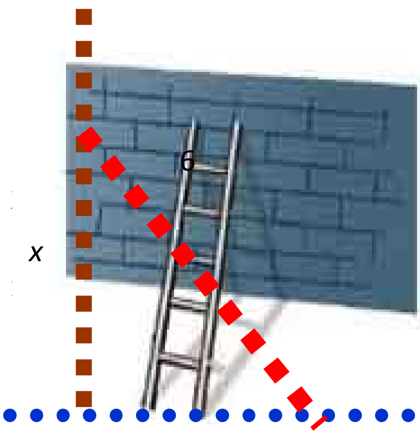
说明：只要是 15 与 16 之间的数都可以．

例 3　给出新的问题情境——画能挂上去吗？

生活表明，靠墙摆放梯子时，若梯子底端离墙距离为梯子长度的三分之一，则梯子比较稳定．现有一长度为 6 米的梯子，当梯子稳定摆放时，

（1）他的顶端最多能到达多高（保留到 0.1）？

（2）现在如果请一个同学利用这个梯子在墙高 5.9 米的地方张贴一副宣传画，他能办到吗？



为 x 米，此时梯子底端离墙恰好为梯子长度的 $\frac{1}{3}$，

$\frac{1}{3}\times6$ x+4=36，

x^2=32 ，

$x=\sqrt{32}$，

因为 $5.6^2=31.36<32$

因为 $5.7^2=32.49>32$

所以画不能挂上去

目的：

学生通过独立思考与小组讨论相结合的方式解决新的实际问题，让学生初步