

## 专题 22 直角三角形【十六大题型】

### ► 题型梳理

|                                 |    |
|---------------------------------|----|
| 【题型 1 由直角三角形的性质求解】 .....        | 3  |
| 【题型 2 根据已知条件判定直角三角形】 .....      | 8  |
| 【题型 3 利用勾股定理求解】 .....           | 14 |
| 【题型 4 判断勾股数问题】 .....            | 17 |
| 【题型 5 勾股定理与网格问题】 .....          | 20 |
| 【题型 6 利用勾股定理解决折叠问题】 .....       | 27 |
| 【题型 7 勾股定理与无理数】 .....           | 34 |
| 【题型 8 利用勾股定理证明线段的平方关系】 .....    | 37 |
| 【题型 9 勾股定理的证明方法】 .....          | 44 |
| 【题型 10 以弦图为背景的计算】 .....         | 49 |
| 【题型 11 利用勾股定理构造图形解决问题】 .....    | 54 |
| 【题型 12 利用勾股定理解决实际问题】 .....      | 57 |
| 【题型 13 在网格中判定直角三角形】 .....       | 62 |
| 【题型 14 利用勾股定理逆定理求解】 .....       | 68 |
| 【题型 15 图形上与已知两点构成直角三角形的点】 ..... | 71 |
| 【题型 16 用勾股定理解决实际生活问题】 .....     | 76 |

### ► 举一反三

#### 【知识点 直角三角形】

##### 1. 直角三角形的性质与判定

**直角三角形的定义：**有一个角是直角的三角形叫做直角三角形.

**直角三角形的性质：**1) 直角三角形两个锐角互余.

2) 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

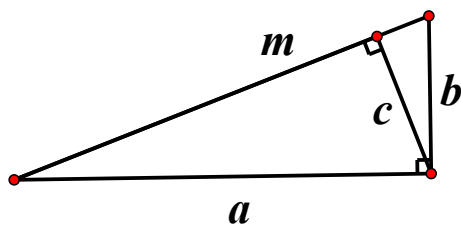
3) 在直角三角形中， $30^\circ$ 角所对的直角边等于斜边的一半.

**直角三角形的判定：**1) 两个内角互余的三角形是直角三角形.

2) 有一个角是直角的三角形叫做直角三角形.

3) 勾股定理的逆定理：如果三角形的三边长  $a$ ， $b$ ， $c$  有关系  $a^2+b^2=c^2$ ，那么这个三角形是直角三角形.

**面积公式：** $S=\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}cm$  (其中： $c$  为斜边上的高， $m$  为斜边长)



## 2. 勾股定理

**勾股定理的概念：**如果直角三角形的两直角边分别为 $a$ ， $b$ ，斜边为 $c$ ，那么 $a^2 + b^2 = c^2$ 。

**变式：** $a^2 = c^2 - b^2$ ， $b^2 = c^2 - a^2$ ， $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ ， $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ ， $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ 。

**勾股定理的证明方法（常见）：**

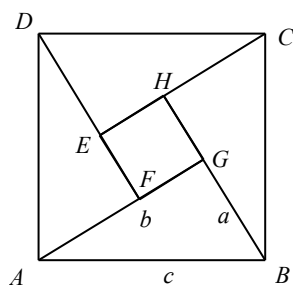
方法一（图一）： $4S_{\Delta} + S_{\text{正方形EFGH}} = S_{\text{正方形ABCD}}$ ， $4 \times \frac{1}{2}ab + (b-a)^2 = c^2$ ，化简可证。

方法二（图二）：四个直角三角形的面积与小正方形面积的和等于大正方形的面积。

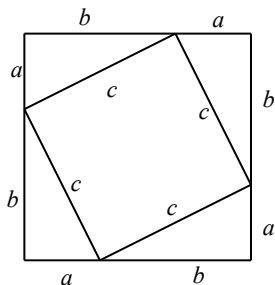
四个直角三角形的面积与小正方形面积的和为 $S = 4 \times \frac{1}{2}ab + c^2 = 2ab + c^2$

大正方形面积为 $S = (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，所以 $a^2 + b^2 = c^2$

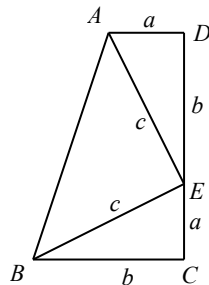
方法三（图三）： $S_{\text{梯形}} = \frac{1}{2}(a+b) \cdot (a+b)$ ， $S_{\text{梯形}} = 2S_{\Delta ADE} + S_{\Delta ABE} = 2 \cdot \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$ ，化简得证 $a^2 + b^2 = c^2$



图一



图二



图三

**勾股数概念：**能够构成直角三角形的三边长的三个正整数称为勾股数，即 $a^2 + b^2 = c^2$ 中， $a$ ， $b$ ， $c$ 为正整数时，称 $a$ ， $b$ ， $c$ 为一组勾股数。

**常见的勾股数：**如3,4,5；6,8,10；5,12,13；7,24,25等。

**判断勾股数的方法：**1) 确定是三个正整数  $a$ ， $b$ ， $c$ ；

2) 确定最大的数  $c$ ；

3) 计算较小的两个数的平方 $a^2 + b^2$ 是否等于 $c^2$ 。

## 3. 勾股定理的逆定理

如果三角形三边长 $a$ ， $b$ ， $c$ 满足 $a^2 + b^2 = c^2$ ，那么这个三角形是直角三角形，其中 $c$ 为斜边。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/726022012230010130>