北京师范大学实验华夏女子中学 2024—2025 学年度第一学期学业评价

初三数学试题

注意事项：

1．本试卷共 8 页，满分 100 分，考试时间 120 分钟．

2．在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名和学号．

3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效．

4．在答题卡上，选择题、画图题用 2*B* 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答．

5．考试结束，请将考试材料一并交回．

第一部分（选择题共 16 分）

一、单项选择题：本大题共 8 小题．每题 2 分，共 16 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目的要求．把正确答案填涂在答题卡上．

1. 下列图形中，是轴对称图形，但不是中心对称图形的是（）

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念对各图形分析判断后利用排除法求解．

解：A、图形不是中心对称轴图形，是轴对称图形，此选项正确；

B、图形是中心对称轴图形，不是轴对称图形，此选项错误；

C、图形是中心对称轴图形，也是轴对称图形，此选项错误；

D、图形不是中心对称轴图形，也不是轴对称图形，此选项错误；

故选：A．

【点睛】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合．

2. 抛物线 $y=-3\left(x-2\right)^2+4$ 的开口方向和顶点坐标分别是（）

A. 向上，$\left(2,4\right)$　　B. 向上，$\left(-2,4\right)$

C. 向下，$\left(2,4\right)$　　D. 向下，$\left(2,-4\right)$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了二次函数的性质，掌握抛物线的开口方向和顶点坐标的求法是解答关键．

根据 $a=-3<0$ 来确定抛物线的开口方向，再利用抛物线的顶点式来求顶点坐标．

解：在抛物线 $y=-3(x-2)^2+4$ 中

$a=-3<0$，

∴抛物线开口向下，

二次函数的顶点坐标是 $(2,4)$．

故选：C．

3. 若点 $(-2,a)$，$(3,b)$ 都在二次函数 $y=(x-1)^2-1$ 的图象上，则 a 与 b 的大小关系是（）

A. $a<b$　　B. $a=b$　　C. $a>b$　　D. 不确定

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，先根据二次函数的性质得到抛物线的对称轴为直线 $x=1$，然后比较两个点离直线 $x=1$ 的远近得到 a、b 的大小关系．

解：∵ $y=(x-1)^2-1$，

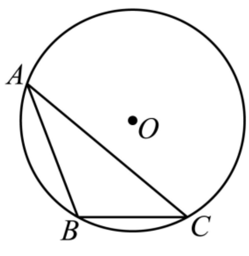
∴抛物线开口向上，对称轴是直线 $x=1$，

∴点 $(-2,a)$ 离直线 $x=1$ 远，点 $(3,b)$ 离直线 $x=1$ 较近，

∴ $a>b$，

故选：C．

4. 如图，AB 是 $\odot O$ 的弦，$\angle BAC=30°$，$BC=2$，则 $\odot O$ 的直径等于（　　）



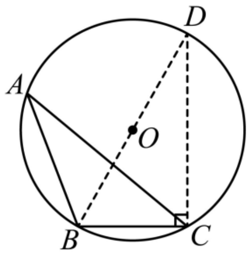
A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 6

【答案】C

【解析】

【分析】作直径 BD，连接 CD，根据圆周角定理得到 $\angle D=\angle BAC=30°$，$\angle BCD=90°$，根据直角三角形的性质解答．

】解：作直径BD，连接CD，



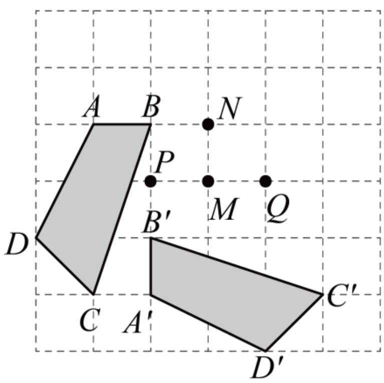
由圆周角定理得，$\angle D=\angle BAC=30^{\circ}$，$\angle BCD=90^{\circ}$，

$\therefore BD=2BC=4$，

故选：C.

【点睛】本题考查的是三角形的外接圆与外心，掌握圆周角定理及其推论是解题的关键.

5. 在如图所示的正方形网格中，四边形$ABCD$绕某一点旋转某一角度得到四边形$A'B'C'D'$（所有顶点都是网格线交点），在网格线交点M,N,P,Q中，可能是旋转中心的是（）



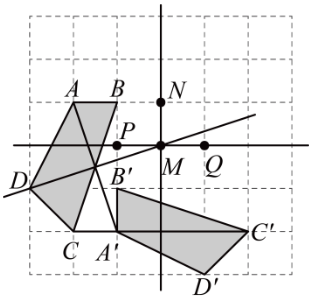
A. 点M　　B. 点N　　C. 点P　　D. 点Q

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了旋转的性质，对应顶点到旋转中心的距离应相等且旋转角也相等，对称中心在连接对应点线段的垂直平分线上，连接AA'，CC'，作AA'的垂直平分线，作CC'的垂直平分线，交于点M，则M为旋转中心.

解: 连接AA'，CC'，作AA'的垂直平分线，作CC'的垂直平分线，交到在M处，所以可知旋转中心的是点M．如下图：



故选：A．

6. 某区为发展教育事业，加强了对教育经费的投入，2020 年投入 3000 万元，预计 2022 年投入 5000 万元．设教育经费的年平均增长率为 x，根据题意，下面所列方程正确的是（）．

A. $3000\left(1+x^2\right)=5000$　　B. $3000x^2=5000$

C. $3000(1+x)^2=5000$　　D. $3000\left(1+x\%\right)^2=5000$

【答案】C

【解析】

【分析】根据增长率问题，一般用增长后的量=增长前的量×（1+增长率）列出方程即可．

解：设教育经费的年平均增长率为 x，

则 2021 的教育经费为：$3000\times(1+x)$ 万元，

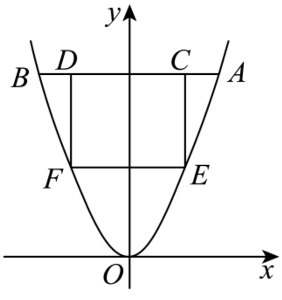
2022 的教育经费为：$3000\times(1+x)^2$ 万元，

∴可得方程：$3000(1+x)^2=5000$．

故选 C．

【点睛】本题考查一元二次方程的实际应用，读懂题意，找出等量关系，列出等式是解题关键．

7. 如图，在平面直角坐标系中，点 $A(2,4)$ 在抛物线 $y=ax^2$ 上，过点 A 作 y 轴的垂线，交抛物线于另一点 B，点 C、D 在线段 AB 上，分别过点 C、D 作 x 轴的垂线交抛物线于 E、F 两点．当四边形 $CDFE$ 为正方形时，线段 CD 的长为（）



A. 2　　B. $\sqrt{3}-1$　　C. $2\sqrt{3}-2$　　D. $2\sqrt{5}-2$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了二次函数的图象和性质、正方形的性质，熟练掌握二次函数的图象和性质以及正方形的性质是解题的关键．代入$A(2,4)$求得抛物线解析式为$y=x^2$，设E点坐标为$\left(m,m^2\right)\left(m>0\right)$，进而表示出$F$、$C$点坐标，利用$CE=EF$列出方程求解即可．

解：代入$A(2,4)$到抛物线$y=ax^2$，得$4=4a$，

解得：$a=1$，

$\therefore$抛物线解析式为：$y=x^2$，

设E点坐标为$\left(m,m^2\right)\left(m>0\right)$，由抛物线的对称性得$F$点坐标为$\left(-m,m^2\right)$，

$\because CE\perp x$轴，

$\therefore C$点坐标为$(m,4)$，

$\because$四边形$CDFE$为正方形，

$\therefore CE=EF$，

即$4-m^2=2m$，

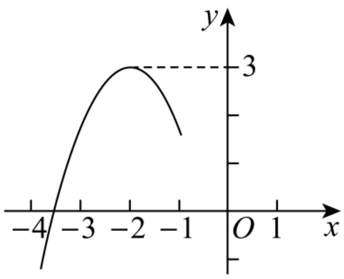
解得：$m_1=\sqrt{5}-1, m_2=-\sqrt{5}-1$（舍去），

$\therefore EF=2m=2\sqrt{5}-2$，

$\therefore CD=EF=2\sqrt{5}-2$．

故选：D．

8. 二次函数$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$的图象如图所示，对称轴是$x=-2$，抛物线与x轴的一个交点在点$(-4,0)$和点$(-3,0)$之间，其部分图像如图所示，以下结论：①$4a-b=0$，②$b^2+2b>4ac$，③$a+b+c<0$，④若点$(-5,n)$在二次函数的图像上，则关于x的一元二次方程$ax^2+bx+c-n=0(a\neq 0)$的两个根分别是-5，2，其中正确的是（）



A. ①③④　　B. ①③　　C. ①②③　　D. ①②③④

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查二次函数图象及性质．根据题意利用二次函数图象及性质逐一对序号进行判断即可得到本题答案．

解：∵二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的对称轴是 $x=-2$，

∴ $x=-\frac{b}{2a}=-2$，

∴ $b=4a$，即 $4a-b=0$，故①正确，

∵抛物线的顶点坐标是 $(-2,3)$，

∴ $\frac{4ac-b^2}{4a}=3$，

∴ $b^2+12a=4ac$，

∵ $a<0$，

∴ $b=4a<0$，

∴ $b^2+2b=4ac-b>4ac$，故②正确，

∵抛物线与 x 轴的一个交点在点 $\left(-4,0\right)$ 和点 $\left(-3,0\right)$ 之间，

∴由抛物线对称性可知，另一个交点在 $\left(-1,0\right)$ 和点 $\left(0,0\right)$ 之间，

∴ $x=0$ 时，$y<0$，

∴ $c<0$，

∵ $a<0$，

∴ $b=4a<0$，

∴ $a+b+c<0$，故③正确，

∵抛物线的顶点坐标是 $(-2,3)$，点 $\left(-5,n\right)$ 在二次函数的图像上，

∴抛物线与直线$y=n$有两个交点，

∴交点的横坐标即为方程$n=ax^2+bx+c$的两个实数根，

∵点$\left(-5,n\right)$在二次函数的图像上，也在直线$y=n$的图像上，

∴-5为其中一个实数根，

根据函数对称性，对称轴为$x=-2$，

∴另一个根是1，故④不正确，

故选：C．

第二部分（非选择题共 84 分）

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 已知点$M\left(2,-4\right)$与点N关于原点对称，则点N的坐标是______．

【答案】$\left(-2,4\right)$

【解析】

【分析】本题考查了关于原点对称的点的坐标特征，根据关于原点对称的点的坐标的横、纵坐标均互为相反数即可得出答案．

解：Q点$M\left(2,-4\right)$与点N关于原点对称，

∴点N的坐标是$\left(-2,4\right)$，

故答案为：$\left(-2,4\right)$．

10. 若关于x的一元二次方程$\left(m+1\right)x^2+x+m^2-1=0$有一个根是0，则实数$m=$______．

【答案】1

【解析】

【分析】先把$x=0$代入方程得到$m^2-1=0$，然后解关于m的方程，再利用一元二次方程的定义确定满足条件的m的值．

解：把$x=0$代入方程$\left(m+1\right)x^2+x+m^2-1=0$得$m^2-1=0$，

解得$m_1=1$，$m_2=-1$，

根据一元二次方程的定义得：$m+1\neq 0$，

所以$m=1$．

故答案为：1．

【点睛】本题考查了一元二次方程的解：能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解．

11. 把二次函数 $y=\left(x-1\right)^2$ 的图象向上平移 3 个单位，再向左平移 2 个单位，可得抛物线的表达式为______．

【答案】$y=\left(x+1\right)^2+3$

【解析】

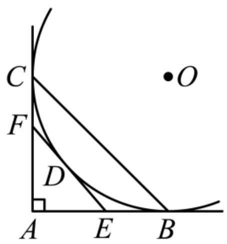
【分析】本题考查二次函数图象的平移．根据二次函数图象平移的规律“上加下减，左加右减”即可写出平移后二次函数的解析式．

解：抛物线 $y=\left(x-1\right)^2$ 的图象向上平移 3 个单位后的解析式为：$y=\left(x-1\right)^2+3$

再将 $y=\left(x-1\right)^2+3$ 向左平移 2 个单位后的解析式为：$y=\left(x-1+2\right)^2+3$，即 $y=\left(x+1\right)^2+3$．

故答案为：$y=\left(x+1\right)^2+3$．

12. 如图，过圆外一点 A 作 $\odot O$ 的切线 AB，AC，切点分别是 B，C，连接 BC．过 $\overset{\frown}{BC}$ 上一点 D 作 $\odot O$ 的切线，分别交 AB，AC 于点 E，F．若 $\angle A=90^\circ$，$\triangle AEF$ 的周长为 4，则 BC 的长为_____．



【答案】$2\sqrt{2}$

【解析】

【分析】本题主要考查了切线长定理，勾股定理，

先根据切线长定理得 $AB=AC,EB=ED,DF=CF$，再根据 $\triangle AEF$ 的周长 $=AE+AF+EF=AE+DE+AF+DF=AE+BE+AF+CF=AB+AC$，可求 AB,AC，然后根据勾股定理求出答案．

$\because AB,AC,EF$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore AB=AC,EB=ED,DF=CF$．

$\because \triangle AEF$ 的周长

$=AE+AF+EF=AE+DE+AF+DF=AE+BE+AF+CF=AB+AC$，

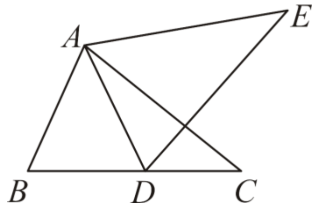
$\therefore AB+AC=4$，

$\therefore AB=AC=2$．

根据勾股定理，得 $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=2\sqrt{2}$．

故答案为：$2\sqrt{2}$．

13. 如图，将$\triangle ABC$绕点A逆时针旋转角$\alpha\left(0^\circ<\alpha<180^\circ\right)$得到$\triangle ADE$，点$B$的对应点$D$恰好落在$BC$边上，若$DE\perp AC,\angle CAD=25^\circ$，则旋转角$\alpha$的度数是______．



【答案】50°##50度

【解析】

【分析】先求出$\angle ADE=65^\circ$，由旋转的性质，得到$\angle B=\angle ADE=65^\circ$，$AB=AD$，则$\angle ADB=65^\circ$，即可求出旋转角$\alpha$的度数．

解：根据题意，

$\because DE\perp AC,\angle CAD=25^\circ$，

$\therefore \angle ADE=90^\circ-25^\circ=65^\circ$，

由旋转的性质，则$\angle B=\angle ADE=65^\circ$，$AB=AD$，

$\therefore \angle ADB=\angle B=65^\circ$，

$\therefore \angle BAD=180^\circ-65^\circ-65^\circ=50^\circ$；

$\therefore$旋转角α的度数是50°；

故答案为：50°．

【点睛】本题考查了旋转的性质，三角形的内角和定理，解题的关键是熟练掌握旋转的性质进行计算．

14. 已知抛物线$y=x^2-mx+3$，$P\left(-1,2\right),Q\left(3,2\right)$．若抛物线与线段$PQ$恰有一个公共点，则$m$的取值范围是______．

【答案】$m\le -2$或$m=2$或$m>\dfrac{10}{3}$

【解析】

【分析】本题考查二次函数图象与系数的关系、二次函数的对称性、抛物线与线段交点个数等知识点，分情况画出图形成为解题的关键．

分抛物线经过点$Q\left(3,2\right)$，抛物线经过点$P\left(-1,2\right)$，抛物线的顶点在线段PQ上，三种情况分别求出点m的值，然后再结合图形即可解答.

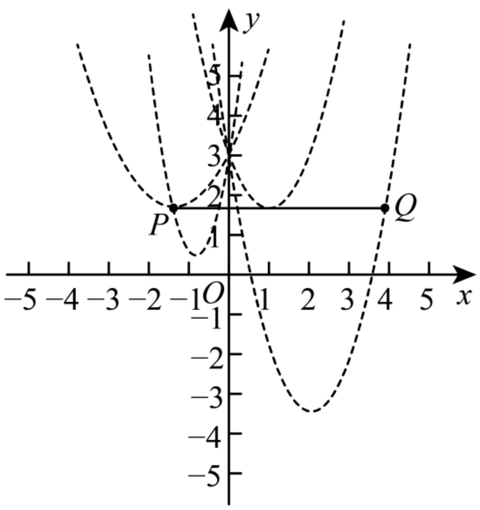
解：∵抛物线为$y=x^2-mx+3$，

∴如图：当抛物线经过点$Q\left(3,2\right)$时，$2=3^2-3m+3$，解得：$m=\dfrac{10}{3}$；

当抛物线经过点$P\left(-1,2\right)$时，$2=\left(-1\right)^2-\left(-1\right)m+3$，解得：$m=-2$；

当抛物线的顶点在线段PQ上时，$\dfrac{12-m^2}{4}=2$，解得：$m=\pm2$；

结合图象可知，m的取值范围是$m\le-2$或$m=2$或$m>\dfrac{10}{3}$.



故答案为：$m\le-2$或$m=2$或$m>\dfrac{10}{3}$.

15. 对于向上抛的物体，在没有空气阻力的条件下，上升高度h，初速度v，抛出后所经历的时间，这三个量之间有如下关系：$h=vt-\dfrac{1}{2}gt^2$（其中g是重力加速度，g取$10\text{m}/\text{s}^2$）．将一物体以$v=21\text{m/s}$的初速度向上抛，当物体处在离抛出点18m高的地方时，的值为______.

【答案】$\dfrac{6}{5}$或3

【解析】

【分析】本题考查二次函数的应用以及一元二次方程的解法，正确把已知数据代入是解题的关键，把$v=21\text{m/s}$，$h=18\text{m}$代入$h=vt-\dfrac{1}{2}gt^2$得一元二次方程，求解即可.

解：将$v=21\text{m/s}$，$h=18\text{m}$代入$h=vt-\dfrac{1}{2}gt^2$得：$18=21t-\dfrac{1}{2}\times10t^2$，

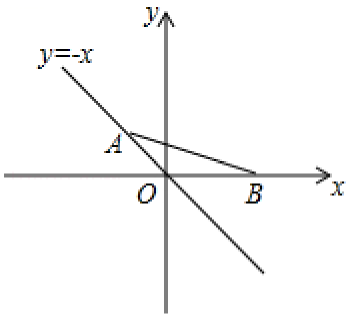
整理得：$5t^2-21t+18=0$，

解得：$t_1=\frac{6}{5}$，$t_2=3$，

∴当物体处在离抛出点18m高的地方时，的值为$\frac{6}{5}$或3，

故答案为：$\frac{6}{5}$或3.

16. 如图，点 A 是直线 y＝﹣x 上 的动点，点 B 是 x 轴上的动点，若 AB＝2，则△AOB 面积的最大值为_____.



【答案】$\sqrt{2}+1$

【解析】

【分析】如图，作△*AOB* 的外接圆⊙*C*，连接 *CB*，*CA*，*CO*，过 *C* 作 *CD*⊥*AB* 于 *D*，则 *CA*＝*CB*，连接 *OD*，则 *OD*≤*OC*+*CD*，依据当 *O*，*C*，*D* 在同一直线上时，*OD* 的最大值为 *OC*+*CD*，即可得到△*AOB* 的面积最大值.

解：如图所示，作△*AOB* 的外接圆⊙*C*，连接 *CB*，*CA*，*CO*，过 *C* 作 *CD*⊥*AB* 于 *D*，则 *CA*＝*CB*，

由题意可得∠*AOB*＝45°，∴∠*ACB*＝90°，

∴$CD=\frac{1}{2}AB=1$，$AC=BC=\sqrt{2}=CO$，

连接 *OD*，则 *OD*≤*OC*+*CD*，

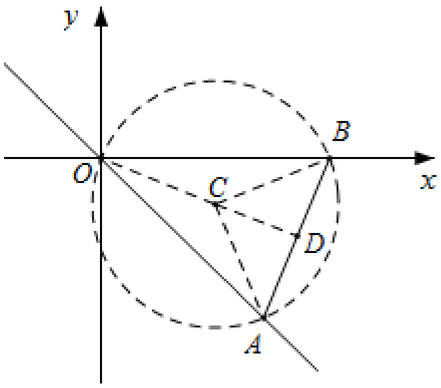
∴当 *O*，*C*，*D* 在同一直线上时，*OD* 的最大值为 $OC+CD=\sqrt{2}+1$，此时 *OD*⊥*AB*，

∴△*AOB* 的面积最大值为$\frac{1}{2}AB\times OD=\frac{1}{2}\times2（\sqrt{2}+1）=\sqrt{2}+1$，

当点 *A* 在第二象限内，点 *B* 在 *x* 轴正半轴上时，同理可得，△*AOB* 面积的最大值为$\sqrt{2}-1$.

当点 B 在 x 轴负半轴的时，根据对称性可得：△*AOB* 的面积最大值为$\sqrt{2}+1$.

故答案为：$\sqrt{2}+1$.



【点睛】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征和圆周角定理的应用，正确作出辅助圆并判断出当 O、C、D 三点共线时 $\triangle AOB$ 面积最大是解题的关键.

三、解答题（本题共 68 分，17~23 题每题 5 分，24~26 题每题 6 分，27 题 7 分、28 题 8 分）

17. 解方程: $x\left(x+3\right)=2x+6$

【答案】$x_1=-3,\ \ x_2=2$

【解析】

【分析】先移项，根据利用提公因式法将方程进行因式分解，把方程的左边化成左边为整式乘积形式，方程右边为 0，根据乘法性质求解.

解：$x\left(x+3\right)-2\left(x-3\right)=0$

$\left(x+3\right)\left(x-2\right)=0$

$x+3=\ 0$ 或 $x-2=0$

$x_1=-3,\ \ x_2=2$

【点睛】本题主要考查因式分解法解一元二次方程，解决本题的关键是要熟练掌握因式分解法解方程的步骤.

18. 解方程：$x^2-4x-7=0$.

【答案】$x_1=2+\sqrt{11}$，$x_2=2-\sqrt{11}$

【解析】

【分析】本题主要考查解一元二次方程，根据配方法即可解一元二次方程．掌握解一元二次方程的解法是解题的关键.

解：$x^2-4x-7=0$，

移项、配方得：$x^2-4x+4=7+4$，

$\therefore (x-2)^2=11$，

$\therefore x-2=\pm\sqrt{11}$，

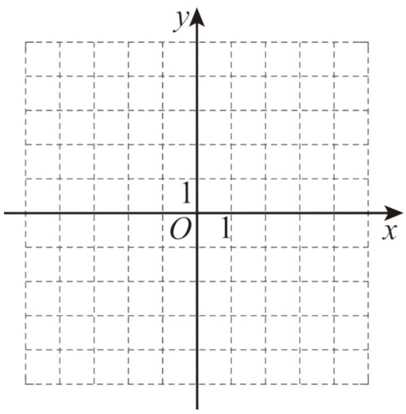
$\therefore x=2\pm\sqrt{11}$，

$\therefore x_1=2+\sqrt{11}$，$x_2=2-\sqrt{11}$．

19. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 是常数，$a\neq 0$）的 y 与 x 的部分对应值如下表：

x	…	-1	0	1	2	3	…
y	…	-3	0	1	0	-3	…

（1）根据表格画出函数图象，并填空：



①该函数的顶点坐标为_________；

②抛物线与坐标轴的交点坐标为_____________；

③当 $-1<x<2$ 时，y 的取值范围是__________；

（2）求该二次函数的解析式．

【答案】（1）图象见解析；①$(1,1)$；②$(0,0)$，$(2,0)$；③$-3<y\leq 1$

（2）$y=-x^2+2x$．

【解析】

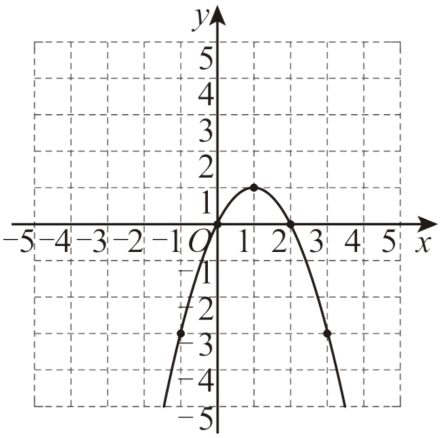
【分析】本题考查的是二次函数图象的作图，待定系数法求二次函数解析式，以及二次函数的图象与性质，解题的关键是数形结合的思想．

（1）根据表格中的数据描点，然后连线即可画出图形，然后根据二次函数的图象和性质求解即可；

（2）利用待定系数法求解即可．

【小问 1】

解：如图所示，



根据图象可得，

①该函数的顶点坐标为$\left(1,1\right)$；

②抛物线与坐标轴的交点坐标为$\left(0,0\right)$，(2,0)；

③当$-1<x<2$时，y的取值范围是$-3<y\le 1$；

故答案为：①$\left(1,1\right)$；②$\left(0,0\right)$，(2,0)；③$-3<y\le 1$

【小问 2】

由表格可得，

二次函数经过点$\left(0,0\right)$，(2,0)，$\left(1,1\right)$代入$y=ax^2+bx+c$得，

$$\begin{cases}c=0\\4a+2b+c=0\\a+b+c=1\end{cases}$$

解得$\begin{cases}c=0\\b=2\\a=-1\end{cases}$

$\therefore y=-x^2+2x$.

20. 已知：关于x的一元二次方程$x^2-4x-2m+5=0$有两个实数根x_1，x_2.

（1）求实数m的取值范围；

（2）若$x_1x_2+x_1+x_2=m^2+6$，求m的值.

【答案】（1）$m\ge\frac{1}{2}$；

（2）m的值为.

【解析】

【分析】（）计算一元二次方程根的判别式$\Delta=\left(-4\right)^2-4\times1\times\left(-2m+5\right)=8m-4\geq0$，进而即可求解；

（2）利用根与系数的关系$x_1+x_2=4$，$x_1x_2=-2m+5$，然后代入求解即可；

此题考查了根据一元二次方程的根的判别式判断一元二次方程的根的情况，一元二次方程根与系数的关系，正确理解一元二次方程$ax^2+bx+c=0\left(a\neq0\right)$根的判别式$\Delta=b^2-4ac$，当$\Delta>0$时，方程有两个不相等的实数根；当$\Delta=0$时，方程有两个相等的实数根；当$\Delta<0$时，方程没有实数根；熟记：一元二次方程$ax^2+bx+c=0\left(a\neq0\right)$的两个根为$x_1$，$x_2$，则$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1x_2=\frac{c}{a}$是解题的关键.

【小问1】

解：∵关于x的一元二次方程$x^2-4x-2m+5=0$有两个实数根x_1，x_2，

∴$\Delta=\left(-4\right)^2-4\times1\times\left(-2m+5\right)=8m-4\geq0$，

解得：$m\geq\frac{1}{2}$；

【小问2】

解：∵关于x的一元二次方程$x^2-4x-2m+5=0$有两个实数根x_1，x_2，

∴$x_1+x_2=4$，$x_1x_2=-2m+5$，

∵$x_1x_2+x_1+x_2=m^2+6$，

∴$-2m+5+4=m^2+6$，整理得$m^2+2m-3=0$，

解得：$m=1$，$m=-3$，

由（）得：$m\geq\frac{1}{2}$，

∴$m=1$，

∴m的值为.

21. 如图，⊙O的直径AB垂直弦CD于点E，$AB=8$，$\angle A=22.5°$，求CD的长.