

2020 年广东省初中学业水平考试

数 学

(满分为 120 分, 考试用时为 90 分钟)

一、选择题(本大题 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分) 在每小题列出的四个选项中, 只有一个是正确的.

1. 9 的相反数是 ()

- A. -9 B. 9 C. $\frac{1}{9}$ D. $-\frac{1}{9}$

2. 一组数据 2, 4, 3, 5, 2 的中位数是 ()

- A. 5 B. 3.5 C. 3 D. 2.5

3. 在平面直角坐标系中, 点 (3, 2) 关于 x 轴对称的点的坐标为 ()

- A. (-3, 2) B. (-2, 3) C. (2, -3) D. (3, -2)

4. 若一个多边形的内角和是 540° , 则该多边形的边数为 ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

5. 若式子 $\sqrt{2x-4}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 ()

- A. $x \neq 2$ B. $x \geq 2$ C. $x \leq 2$ D. $x \neq -2$

6. 已知 $\triangle ABC$ 的周长为 16, 点 D, E, F 分别为 $\triangle ABC$ 三条边的中点, 则 $\triangle DEF$ 的周长为 ()

- A. 8 B. $2\sqrt{2}$ C. 16 D. 4

7. 把函数 $y = (x-1)^2 + 2$ 图象向右平移 1 个单位长度, 平移后图象的函数解析式为 ()

- A. $y = x^2 + 2$ B. $y = (x-1)^2 + 1$ C. $y = (x-2)^2 + 2$ D. $y = (x-1)^2 - 3$

8. 不等式组 $\begin{cases} 2-3x \geq -1, \\ x-1 \geq -2(x+2) \end{cases}$ 的解集为 ()

- A. 无解 B. $x \leq 1$ C. $x \geq -1$ D. $-1 \leq x \leq 1$

9. 如图, 在正方形 ABCD 中, AB=3, 点 E, F 分别在边 AB, CD 上,

$\angle EFD = 60^\circ$. 若将四边形 EBCF 沿 EF 折叠, 点 B 恰好落在 AD 边上,

则 BE 的长度为 ()

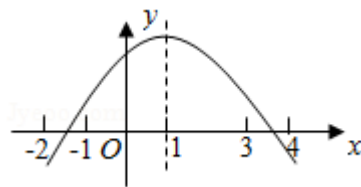
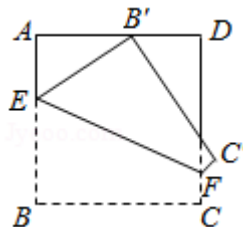
- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

10. 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的对称轴是 $x = 1$, 下列结论:

- ① $abc > 0$; ② $b^2 - 4ac > 0$; ③ $8a + c < 0$; ④ $5a + b + 2c > 0$,

正确的有 ()

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个



二、填空题(本大题 7 小题, 每小题 4 分, 共 28 分)

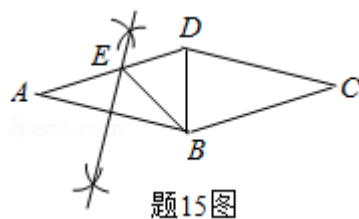
11. 分解因式: $xy - x =$ _____.

12. 如果单项式 $3x^m y$ 与 $-5x^3 y^n$ 是同类项, 那么 $m+n =$ _____.

13. 若 $\sqrt{a-2} + |b+1| = 0$, 则 $(a+b)^{2020} =$ _____.

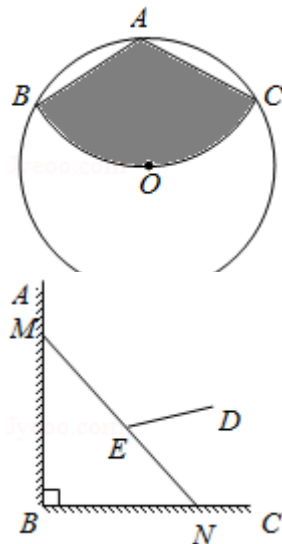
14. 已知 $x = 5 - y$, $xy = 2$, 计算 $3x + 3y - 4xy$ 的值为_____.

15. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $\angle A = 30^\circ$ ，取大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径，分别以点 A, B 为圆心作弧相交于两点，过此两点的直线交 AD 边于点 E （作图痕迹如图所示），连接 BE, BD 。则 $\angle EBD$ 的度数为_____。



题15图

16. 如图，从一块半径为 1m 的圆形铁皮上剪出一个圆周角为 120° 的扇形 ABC ，如果将剪下来的扇形围成一个圆锥，则该圆锥的底面圆的半径为_____ m 。
17. 有一架竖直靠在直角墙面的梯子正在下滑，一只猫紧紧盯住位于梯子正中间的老鼠，等待与老鼠距离最小时扑捉。把墙面、梯子、猫和老鼠都理想化为同一平面内的线或点，模型如图， $\angle ABC = 90^\circ$ ，点 M, N 分别在射线 BA, BC 上， MN 长度始终保持不变， $MN = 4$ ， E 为 MN 的中点，点 D 到 BA, BC 的距离分别为 4 和 2 。在此滑动过程中，猫与老鼠的距离 DE 的最小值为_____。

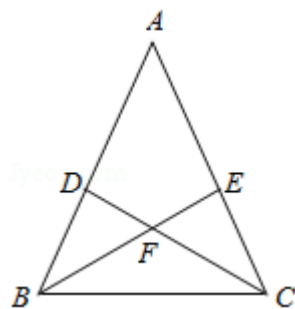


三、解答题（一）（本大题 3 小题，每小题 6 分，共 18 分）

- 18.（6 分）先化简，再求值： $(x+y)^2 + (x+y)(x-y) - 2x^2$ ，其中 $x = \sqrt{2}$ ， $y = \sqrt{3}$ 。
- 19.（6 分）某中学开展主题为“垃圾分类知多少”的调查活动，调查问卷设置了“非常了解”、“比较了解”、“基本了解”、“不太了解”四个等级，要求每名学生选且只能选其中一个等级，随机抽取了 120 名学生的有效问卷，数据整理如下：

等级	非常了解	比较了解	基本了解	不太了解
人数（人）	24	72	18	x

- (1) 求 x 的值；
- (2) 若该校有学生 1800 人，请根据抽样调查结果估算该校“非常了解”和“比较了解”垃圾分类知识的学生共有多少人？
- 20.（6 分）如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D, E 分别是 AB, AC 边上的点， $BD = CE$ ， $\angle ABE = \angle ACD$ ， BE 与 CD 相交于点 F 。求证： $\triangle ABC$ 是等腰三角形。



四、解答题（二）（本大题 3 小题，每小题 8 分，共 24 分）

- 21.（8 分）已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} ax + 2\sqrt{3}y = -10\sqrt{3} \\ x + y = 4 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} x - y = 2 \\ x + by = 15 \end{cases}$ 的解相同。

- (1) 求 a, b 的值；
- (2) 若一个三角形的一条边的长为 $2\sqrt{6}$ ，另外两条边的长是关于 x 的方程 $x^2 + ax + b = 0$ 的解。试判断该三角形的形状，并说明理由。

- 22.（8 分）如图 1，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle DAB = 90^\circ$ ， AB 是 $\odot O$ 的直径， CO 平分 $\angle BCD$ 。

- (1) 求证：直线 CD 与 $\odot O$ 相切；

答案与解析

一、选择题（本大题 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）在每小题列出的四个选项中，只有一个是正确的。

1. 9 的相反数是（ ）

- A. -9 B. 9 C. $\frac{1}{9}$ D. $-\frac{1}{9}$

【知识点】相反数.

【思路分析】根据相反数的定义即可求解.

【解题过程】解：9 的相反数是 -9，

故选：A.

【总结归纳】此题主要考查相反数的定义，比较简单.

2. 一组数据 2, 4, 3, 5, 2 的中位数是（ ）

- A. 5 B. 3.5 C. 3 D. 2.5

【知识点】中位数.

【思路分析】中位数是指一组数据从小到大排列之后，如果数据的总个数为奇数，则中间的数即为中位数；如果数据的总个数为偶数个，则中间两个数的平均数即为中位数.

【解题过程】解：将数据由小到大排列得：2, 2, 3, 4, 5，

∵ 数据个数为奇数，最中间的数是 3，

∴ 这组数据的中位数是 3.

故选：C.

【总结归纳】本题考查了统计数据中的中位数，明确中位数的计算方法是解题的关键. 本题属于基础知识的考查，比较简单.

3. 在平面直角坐标系中，点 (3, 2) 关于 x 轴对称的点的坐标为（ ）

- A. (-3, 2) B. (-2, 3) C. (2, -3) D. (3, -2)

【知识点】关于 x 轴、y 轴对称的点的坐标.

【思路分析】根据“关于 x 轴对称的点，横坐标相同，纵坐标互为相反数”解答即可.

【解题过程】解：点 (3, 2) 关于 x 轴对称的点的坐标为 (3, -2).

故选：D.

【总结归纳】本题考查了关于 x 轴、y 轴对称的点的坐标，解决本题的关键是掌握好对称点的坐标规律：（1）关于 x 轴对称的点，横坐标相同，纵坐标互为相反数；（2）关于 y 轴对称的点，纵坐标相同，横坐标互为相反数；（3）关于原点对称的点，横坐标与纵坐标都互为相反数.

4. 若一个多边形的内角和是 540° ，则该多边形的边数为（ ）

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

【知识点】多边形内角与外角.

【思路分析】根据多边形的内角和公式 $(n-2) \cdot 180^\circ$ 列式进行计算即可求解.

【解题过程】解：设多边形的边数是 n ，则

$$(n-2) \cdot 180^\circ = 540^\circ,$$

解得 $n=5$.

故选：B.

【总结归纳】本题主要考查了多边形的内角和公式，熟记公式是解题的关键.

5. 若式子 $\sqrt{2x-4}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 ()

A. $x \neq 2$ B. $x \geq 2$ C. $x \leq 2$ D. $x \neq -2$

【知识点】二次根式有意义的条件.

【思路分析】根据二次根式中的被开方数是非负数，即可确定二次根式被开方数中字母的取值范围.

【解题过程】解： $\because \sqrt{2x-4}$ 在实数范围内有意义，

$$\therefore 2x-4 \geq 0,$$

解得： $x \geq 2$,

$\therefore x$ 的取值范围是： $x \geq 2$.

故选：B.

【总结归纳】此题主要考查了二次根式有意义的条件，即二次根式中的被开方数是非负数. 正确把握二次根式的定义是解题关键.

6. 已知 $\triangle ABC$ 的周长为 16，点 D, E, F 分别为 $\triangle ABC$ 三条边的中点，则 $\triangle DEF$ 的周长为 ()

A. 8 B. $2\sqrt{2}$ C. 16 D. 4

【知识点】三角形中位线定理.

【思路分析】根据中位线定理可得 $DF = \frac{1}{2}AC$, $DE = \frac{1}{2}BC$, $EF = \frac{1}{2}AB$, 继而结合 $\triangle ABC$ 的周长为 16, 可得出 $\triangle DEF$ 的周长.

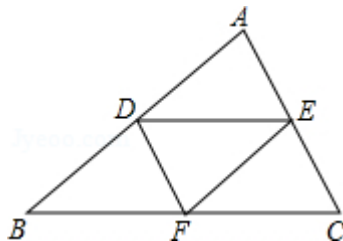
【解题过程】解： $\because D, E, F$ 分别为 $\triangle ABC$ 三边的中点，

$\therefore DE, DF, EF$ 都是 $\triangle ABC$ 的中位线，

$$\therefore DF = \frac{1}{2}AC, DE = \frac{1}{2}BC, EF = \frac{1}{2}AB,$$

$$\text{故 } \triangle DEF \text{ 的周长} = DE + DF + EF = \frac{1}{2}(BC + AB + AC) = \frac{1}{2} \times 16 = 8.$$

故选：A.



【总结归纳】此题考查了三角形的中位线定理，解答本题的关键是掌握三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半，难度一般.

7. 把函数 $y = (x-1)^2 + 2$ 图象向右平移 1 个单位长度，平移后图象的函数解析式为 ()

- A. $y=x^2+2$ B. $y=(x-1)^2+1$ C. $y=(x-2)^2+2$ D. $y=(x-1)^2-3$

【知识考点】二次函数图象与几何变换.

【思路分析】先求出 $y=(x-1)^2+2$ 的顶点坐标, 再根据向右平移横坐标加, 求出平移后的二次函数图象顶点坐标, 然后利用顶点式解析式写出即可.

【解题过程】解: 二次函数 $y=(x-1)^2+2$ 的图象的顶点坐标为 $(1, 2)$,

$\therefore$ 向右平移 1 个单位长度后的函数图象的顶点坐标为 $(2, 2)$,

$\therefore$ 所得的图象解析式为 $y=(x-2)^2+2$.

故选: C.

【总结归纳】本题主要考查的是函数图象的平移, 求出平移后的函数图象的顶点坐标直接代入函数解析式求得平移后的函数解析式.

8. 不等式组 $\begin{cases} 2-3x \geq -1, \\ x-1 \geq -2(x+2) \end{cases}$ 的解集为 ()

- A. 无解 B. $x \leq 1$ C. $x \geq -1$ D. $-1 \leq x \leq 1$

【知识考点】解一元一次不等式组.

【思路分析】分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: 同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【解题过程】解: 解不等式 $2-3x \geq -1$, 得: $x \leq 1$,

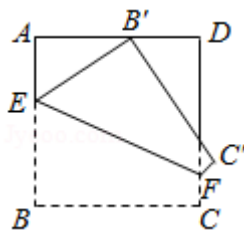
解不等式 $x-1 \geq -2(x+2)$, 得: $x \geq -1$,

则不等式组的解集为 $-1 \leq x \leq 1$,

故选: D.

【总结归纳】本题考查的是解一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

9. 如图, 在正方形 ABCD 中, $AB=3$, 点 E, F 分别在边 AB, CD 上, $\angle EFD=60^\circ$. 若将四边形 EBCF 沿 EF 折叠, 点 B 恰好落在 AD 边上, 则 BE 的长度为 ()



- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

【知识考点】正方形的性质; 翻折变换 (折叠问题).

【思路分析】由正方形的性质得出 $\angle EFD = \angle BEF = 60^\circ$, 由折叠的性质得出 $\angle BEF = \angle FEB' = 60^\circ$, $BE = B'E$, 设 $BE = x$, 则 $B'E = x$, $AE = 3 - x$, 由直角三角形的性质可得: $2(3 - x) = x$, 解方程求出 x 即可得出答案.

【解题过程】解: $\because$ 四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore AB \parallel CD$, $\angle A = 90^\circ$,

$\therefore \angle EFD = \angle BEF = 60^\circ$,

$\therefore$ 将四边形 EBCF 沿 EF 折叠, 点 B 恰好落在 AD 边上,

$$\begin{aligned}\therefore \angle BEF &= \angle FEB' = 60^\circ, \quad BE = B'E, \\ \therefore \angle AEB' &= 180^\circ - \angle BEF - \angle FEB' = 60^\circ, \\ \therefore B'E &= 2AE,\end{aligned}$$

设 $BE = x$, 则 $B'E = x$, $AE = 3 - x$,

$$\therefore 2(3 - x) = x,$$

解得 $x = 2$.

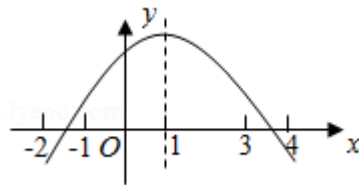
故选: D.

【总结归纳】本题考查了正方形的性质, 折叠的性质, 含 30° 角的直角三角形的性质等知识点, 能综合性运用性质进行推理是解此题的关键.

10. 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的对称轴是 $x = 1$, 下列结论:

$$\textcircled{1} abc > 0; \textcircled{2} b^2 - 4ac > 0; \textcircled{3} 8a + c < 0; \textcircled{4} 5a + b + 2c > 0,$$

正确的有 ()



A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

【知识考点】二次函数图象与系数的关系; 抛物线与 x 轴的交点.

【思路分析】根据抛物线的开口方向、对称轴、与坐标轴的交点判定系数符号及运用一些特殊点解答问题.

【解题过程】解: 由抛物线的开口向下可得: $a < 0$,

根据抛物线的对称轴在 y 轴右边可得: a, b 异号, 所以 $b > 0$,

根据抛物线与 y 轴的交点在正半轴可得: $c > 0$,

$\therefore abc < 0$, 故 $\textcircled{1}$ 错误;

$\because$ 抛物线与 x 轴有两个交点,

$\therefore b^2 - 4ac > 0$, 故 $\textcircled{2}$ 正确;

$\because$ 直线 $x = 1$ 是抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴, 所以 $-\frac{b}{2a} = 1$, 可得 $b = -2a$,

由图象可知, 当 $x = -2$ 时, $y < 0$, 即 $4a - 2b + c < 0$,

$$\therefore 4a - 2 \times (-2a) + c < 0,$$

即 $8a + c < 0$, 故 $\textcircled{3}$ 正确;

由图象可知, 当 $x = 2$ 时, $y = 4a + 2b + c > 0$; 当 $x = -1$ 时, $y = a - b + c > 0$,

两式相加得, $5a + b + 2c > 0$, 故 $\textcircled{4}$ 正确;

$\therefore$ 结论正确的是 $\textcircled{2}\textcircled{3}\textcircled{4}$ 3 个,

故选: B.

【总结归纳】本题考查的是二次函数图象与系数的关系, 掌握二次函数的性质、灵活运用数形结合思想是解题的关键, 解答时, 要熟练运用抛物线上的点的坐标满足抛物线的解析式.

二、填空题 (本大题 7 小题, 每小题 4 分, 共 28 分)

11. 分解因式: $xy - x = \underline{x(y - 1)}$.

【知识点】因式分解 - 提公因式法.

【思路分析】直接提取公因式 x , 进而分解因式得出答案.

【解题过程】解: $xy - x = x(y - 1)$.

故答案为: $x(y - 1)$.

【总结归纳】此题主要考查了提取公因式法分解因式, 正确找出公因式是解题关键.

12. 如果单项式 $3x^m y$ 与 $-5x^3 y^n$ 是同类项, 那么 $m+n = \underline{4}$.

【知识点】34: 同类项.

【思路分析】根据同类项的定义 (所含字母相同, 相同字母的指数相同) 可得 $m=3$, $n=1$, 再代入代数式计算即可.

【解题过程】解: $\because$ 单项式 $3x^m y$ 与 $-5x^3 y^n$ 是同类项,

$$\therefore m=3, n=1,$$

$$\therefore m+n=3+1=4.$$

故答案为: 4.

【总结归纳】本题考查同类项的定义, 正确根据同类项的定义得到 m, n 的值是解题的关键.

13. 若 $\sqrt{a-2} + |b+1| = 0$, 则 $(a+b)^{2020} = \underline{1}$.

【知识点】16: 非负数的性质: 绝对值; 23: 非负数的性质: 算术平方根.

【思路分析】根据非负数的意义, 求出 a, b 的值, 代入计算即可.

【解题过程】解: $\because \sqrt{a-2} + |b+1| = 0$,

$$\therefore a-2=0 \text{ 且 } b+1=0,$$

解得, $a=2, b=-1$,

$$\therefore (a+b)^{2020} = (2-1)^{2020} = 1,$$

故答案为: 1.

【总结归纳】本题考查非负数的意义和有理数的乘方, 掌握非负数的意义求出 a, b 的值是解决问题的关键.

14. 已知 $x=5-y$, $xy=2$, 计算 $3x+3y-4xy$ 的值为 7.

【知识点】33: 代数式求值.

【思路分析】由 $x=5-y$ 得出 $x+y=5$, 再将 $x+y=5, xy=2$ 代入原式 $=3(x+y) - 4xy$ 计算可得.

【解题过程】解: $\because x=5-y$,

$$\therefore x+y=5,$$

当 $x+y=5, xy=2$ 时,

$$\text{原式} = 3(x+y) - 4xy$$

$$= 3 \times 5 - 4 \times 2$$

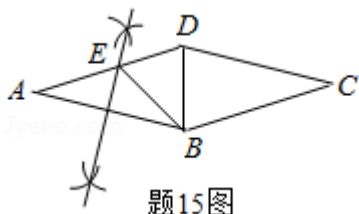
$$= 15 - 8$$

$$= 7,$$

故答案为: 7.

【总结归纳】本题主要考查代数式求值，解题的关键是能观察到待求代数式的特点，得到其中包含式子 $x+y$ 、 xy 及整体代入思想的运用.

15. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $\angle A=30^\circ$ ，取大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径，分别以点 A ， B 为圆心作弧相交于两点，过此两点的直线交 AD 边于点 E （作图痕迹如图所示），连接 BE ， BD 。则 $\angle EBD$ 的度数为 45° 。



题15图

【知识点】KG：线段垂直平分线的性质；L8：菱形的性质；N2：作图—基本作图.

【思路分析】根据 $\angle EBD = \angle ABD - \angle ABE$ ，求出 $\angle ABD$ ， $\angle ABE$ 即可解决问题.

【解题过程】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore AD=AB,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle A) = 75^\circ,$$

由作图可知， $EA=EB$ ，

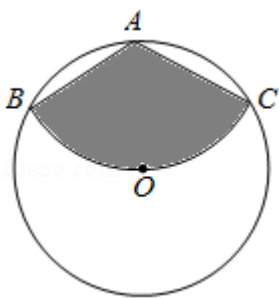
$$\therefore \angle ABE = \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle EBD = \angle ABD - \angle ABE = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ,$$

故答案为 45° 。

【总结归纳】本题考查作图 - 基本作图，菱形的性质，三角形内角和定理等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

16. 如图，从一块半径为 1m 的圆形铁皮上剪出一个圆周角为 120° 的扇形 ABC ，如果将剪下来的扇形围成一个圆锥，则该圆锥的底面圆的半径为 $\frac{1}{3}\text{m}$ 。



【知识点】M5：圆周角定理；MP：圆锥的计算.

【思路分析】求出阴影扇形的弧长，进而可求出围成圆锥的底面半径.

【解题过程】解：由题意得，阴影扇形的半径为 1m ，圆心角的度数为 120° ，

$$\text{则扇形的弧长为: } \frac{120\pi \times 1}{180},$$

而扇形的弧长相当于围成圆锥的底面周长，因此有：

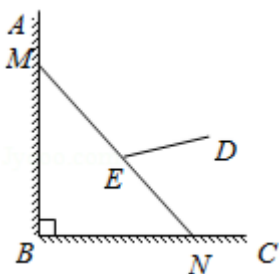
$$2\pi r = \frac{120\pi \times 1}{180},$$

$$\text{解得, } r = \frac{1}{3},$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{3}.$$

【总结归纳】本题考查圆锥的有关计算，明确扇形的弧长相当于围成圆锥的底面周长是解决问题的关键.

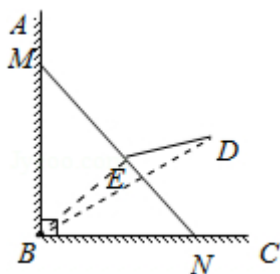
17. 有一架竖直靠在直角墙面的梯子正在下滑，一只猫紧紧盯住位于梯子正中间的老鼠，等待与老鼠距离最小时扑捉. 把墙面、梯子、猫和老鼠都理想化为同一平面内的线或点，模型如图， $\angle ABC = 90^\circ$ ，点 M, N 分别在射线 BA, BC 上，MN 长度始终保持不变， $MN=4$ ，E 为 MN 的中点，点 D 到 BA, BC 的距离分别为 4 和 2. 在此滑动过程中，猫与老鼠的距离 DE 的最小值为 $2\sqrt{5} - 2$.



【知识考点】KP: 直角三角形斜边上的中线；M8: 点与圆的位置关系.

【思路分析】如图，连接 BE, BD. 求出 BE, BD, 根据 $DE \geq BD - BE$ 求解即可.

【解题过程】解：如图，连接 BE, BD.



$$\text{由题意 } BD = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\because \angle MBN = 90^\circ, MN = 4, EM = NE,$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2}MN = 2,$$

$\therefore$ 点 E 的运动轨迹是以 B 为圆心，2 为半径的弧，

$\therefore$ 当点 E 落在线段 BD 上时，DE 的值最小，

$$\therefore DE \text{ 的最小值为 } 2\sqrt{5} - 2.$$

$$\text{故答案为 } 2\sqrt{5} - 2.$$

【总结归纳】本题考查点与圆的位置关系，直角三角形斜边中线的性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要
下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/72622022222010200>