

2024—2025 第一学期初三数学试卷

(时间: 120 分钟 总分: 150 分)

一. 选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

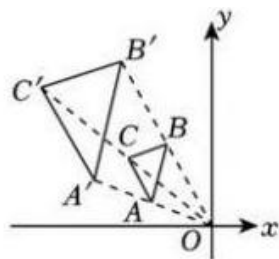
1. 下列说法中, 正确的是 ()

- A. 同心圆的周长相等
- B. 面积相等的圆是等圆
- C. 相等的圆心角所对的弧相等
- D. 平分弧的弦一定经过圆心

2. 已知 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, 下列等式错误的是 ()

- A. $ad = bc$
- B. $\frac{b}{d} = \frac{a}{c}$
- C. $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$
- D. $\frac{a+1}{b} = \frac{c+1}{d}$

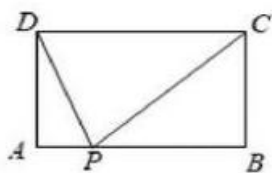
3. 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 是位似图形, 位似中心为点 O . 若点 $A(-3,1)$ 的对应点为 $A'(-6,2)$, 则点 $B(-2,4)$ 的对应点 B' 的坐标为 ()



第 3 题图

- A. $(-4,8)$
- B. $(8,-4)$
- C. $(-8,4)$
- D. $(4,-8)$

4. 矩形 $ABCD$ 中, $AB=8, BC=3\sqrt{5}$, 点 P 在边 AB 上, 且 $BP=3AP$, 如果圆 P 是以点 P 为圆心, PD 为半径的圆, 那么下列判断正确的是 ()



第 4 题图

- A. 点 B, C 均在圆 P 外
- B. 点 B 在圆 P 外, 点 C 在圆 P 内
- C. 点 B 在圆 P 内, 点 C 在圆 P 外
- D. 点 B, C 均在圆 P 内

5. 某机械厂七月份生产零件 50 万个, 九月份生产零件 196 万个, 设该厂八、九月份平均每月的增长率为 x , 那么 x 满足的方程是 ()

- A. $50(1+x)^2 = 196$
- B. $50 + 50(1+x)^2 = 196$

C. $50 + 50(1+x) + 50(1+x)^2 = 196$ D. $50 + 50(1+x) + 50(1+2x) = 196$

6. 规定：对于任意实数 a 、 b 、 c ，有 $[a, b] \star c = ac + b$ ，其中等式右面是通常的乘法和加法运算，如

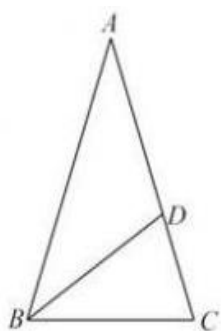
$[2, 3] \star 1 = 2 \times 1 + 3 = 5$ ．若关于 x 的方程 $[x, x+1] \star (mx) = 0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的取值范围为

()

A. $m < \frac{1}{4}$ B. $m > \frac{1}{4}$ C. $m > \frac{1}{4}$ 且 $m \neq 0$ D. $m < \frac{1}{4}$ 且 $m \neq 0$

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle A = 36^\circ$ ， BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D ，若 $AC = 2$ ，则 AD 的长是

()



A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ C. $\sqrt{5}-1$ D. $\sqrt{5}+1$

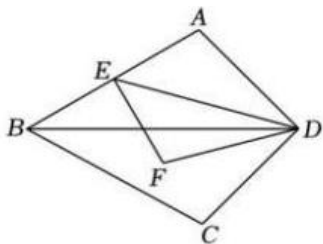
8. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = \angle C = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 45^\circ$)， $AH \perp BC$ ，垂足为 H ， D 是线段 HC 上的动点 (不与点 H ，

C 重合)，将线段 DH 绕点 D 顺时针旋转 2α 得到线段 DE ．两位同学经过深入研究，小明发现：当点 E 落在边 AC 上时，点 D 为 HC 的中点；小丽发现：连接 AE ，当 AE 的长最小时， $AH^2 = AB \cdot AE$ 请对两位同学的发现作出评判 ()

- A. 小明正确，小丽错误 B. 小明错误，小丽正确
C. 小明、小丽都正确 D. 小明、小丽都错误

9. 如图，在 $\triangle ABD$ 中， $\angle ABD = 30^\circ$ ， $\angle A = 105^\circ$ ，将 $\triangle ABD$ 沿 BD 翻折 180° 得到 $\triangle CBD$ ，将线段 DC

绕点 D 顺时针旋转 30° 得到线段 DF ，点 E 为 AB 的中点，连接 EF ， ED ．若 $EF = 1$ ，则 $\triangle BED$ 的面积是 ()

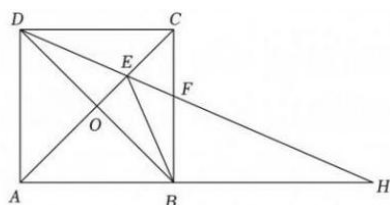


- A. $\frac{1+\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

10. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, AC 与 BD 交于点 O , H 为 AB 延长线上的一点, 且 $BH = BD$, 连接 DH , 分别交 AC, BC 于点 E, F , 连接 BE , 则下列结论:

- ① $\frac{CF}{BF} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; ② $\frac{AD}{AH} = \sqrt{3} - 1$; ③ BE 平分 $\angle CBD$; ④ $2AB^2 = DE \cdot DH$.

其中正确结论的个数是 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

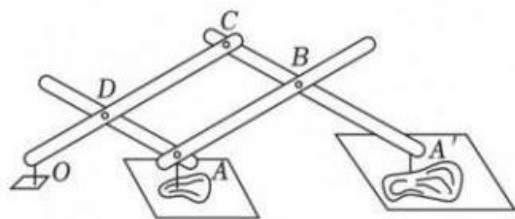
二. 填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. 下列四个结论: ①两个正三角形相似; ②两个等腰直角三角形相似; ③两个菱形相似; ④两个矩形相似; ⑤两个正方形相似, 其中正确的结论是_____.

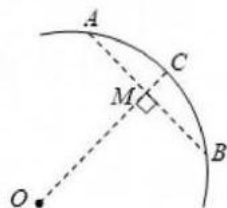
12. 已知线段 $a = \sqrt{7} - 1, b = \sqrt{7} + 1$, 则 a, b 的比例中项线段等于_____.

13. 已知 s 满足 $2s^2 - 3s - 1 = 0, t$ 满足 $2t^2 - 3t - 1 = 0$, 且 $s \neq t$, 则 $s + t =$ _____.

14. 一些木工师傅利用平行四边形的不稳定性制作了一种放缩尺, 可将图形进行缩放. 如图, 已知四边形 $ABCD$ 为平行四边形, $OD = AD = 1, AB = A'B = 2$, 以点 O 为轴心, 在 A 处和 A' 处安装制图笔, 当 A 处制图笔所画图形的面积为 3 时, 则 A' 处制图笔所画图形的面积是_____.

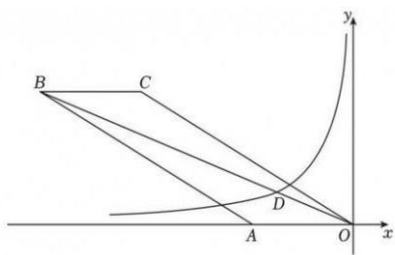


15. 如图, 一条公路的转弯处是一段圆弧 AB , 点 O 是这段弧所在圆的圆心. C 是 AB 上的点, $OC \perp AB$, 垂足为点 M . 若 $AB = 12\text{m}, CM = 2\text{m}$, 则 $\odot O$ 的半径为_____m.



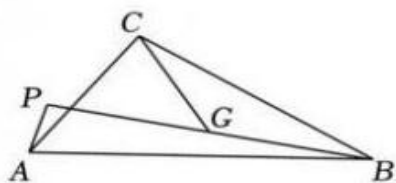
第 15 题图

16. 如图, 已知点 $A(-7,0), B(x,10), C(-17,y)$, 在平行四边形 $ABCO$ 中, 它的对角线 OB 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象相交于点 D , 且 $OD:OB = 1:4$, 则 $k =$ _____.



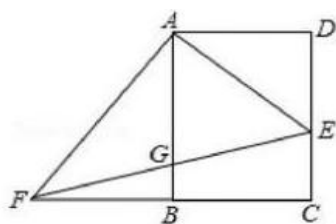
第 16 题图

17. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ, AC = 3, BC = 4$, 平面上有一点 $P, AP = 1$, 连接 AP, BP , 取 BP 的中点 G . 连接 CG , 在 AP 绕点 A 的旋转过程中, 则 CG 的最大值是_____.



第 17 题图

18. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4, BC = 3$, 点 E 是边 CD 上任意一点 (点 E 与点 C, D 不重合), 过点 A 作 $AF \perp AE$, 交边 CB 的延长线于点 F , 连接 EF , 交边 AB 于点 G . 设 $DE = x, BF = y$. 则 y 关于 x 的函数解析式为_____; 当点 E 在边 CD 上移动时, $\triangle AEG$ 为等腰三角形时, 线段 DE 的长为_____.



第 18 题图

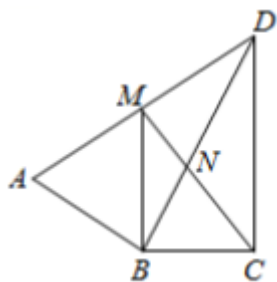
三. 解答题 (本大题共 10 小题, 共 96 分)

19. 解方程: (每小题 4 分, 共 12 分)

(1) $x^2 + 2x - 1 = 0$; (2) $x^2 - 4\sqrt{2}x + 8 = 0$; (3) $(x+3)^2 + 3(x+3) - 4 = 0$.

20. (6 分) 先化简, 再求值: $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} \cdot \frac{x+1}{x^2 - x} - \frac{1}{x+1}$, 其中 x 是方程 $x^2 + x - 3 = 0$ 的解.

21. (8分) 如图, $\angle ABD = \angle BCD = 90^\circ$, DB 平分 $\angle ADC$, 过点 B 作 $BM \parallel CD$ 交 AD 于 M , 连接 CM 交 DB 于 N .



- (1) 求证: $BD^2 = AD \cdot CD$.
- (2) 若 $CD = 6$, $AD = 8$, 求 DN 的长.
22. (10分) 如图, $\triangle ABC$ 的顶点均为网格中的格点,
- (1) 选择合适的格点(包括边界)为点 D 和点 E , 请画出一个 $\triangle ADE$, 使 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ (相似比不为 1).
- (2) 在图 2 中画一个 $\triangle EFG$, 使其与 $\triangle ABC$ 相似, 且面积为 4.

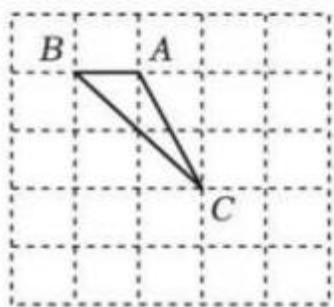


图 1

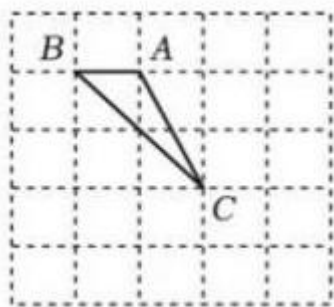
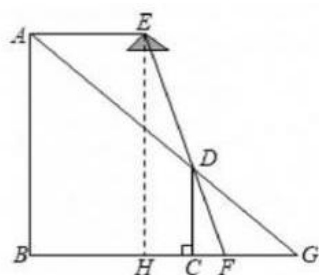


图 2

23. (10分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (m+3)x + 2(m+1) = 0$.
- (1) 试证: 无论 m 取任何实数, 方程都有实数根;
- (2) 设 x_1 、 x_2 是方程的两根, 且满足 $x_1^2 + x_2^2 = 12$, 求 m 的值.
24. (10分) 小明利用数学课所学知识测量学校门口路灯的高度. 如图: AB 为路灯主杆, AE 为路灯的悬臂, CD 是长为 1.8 米的标杆. 已知路灯悬臂 AE 与地面 BG 平行, 当标杆竖立于地面时, 主杆顶端 A 、标杆顶端 D 和地面上一点在同一直线上, 此时小明发现路灯 E 、标杆顶端 D 和地面上另一点 F 也在同一条直线上(路灯主杆底端 B 、标杆底端 C 和地面上点 F 、点 G 在同一水平线上). 这时小明测得 FG 长 1.5 米, 路灯的正下方 H 距离路灯主杆底端 B 的距离为 3 米. 请根据以上信息求出路灯主杆 AB 的高度.

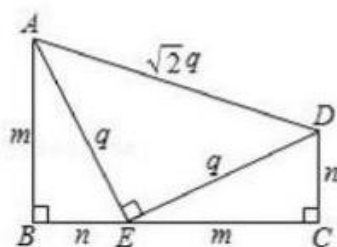


25. (10 分) 由两个全等的 $\text{Rt}\triangle ABE$ 和 $\text{Rt}\triangle ECD$ 构成如图所示的四边形 $ABCD$ ，已知直角三角形的直角边长分别为 m 、 n ，斜边长为 q ，分别以 $m, \sqrt{2}q, n$ 为二次项系数、一次项系数和常数项构造的一元二次方程 $mx^2 + \sqrt{2}qx + n = 0$ ，称为勾股方程。

(1) 直接写出一个勾股方程。

(2) 若勾股方程 $mx^2 + \sqrt{2}qx + n = 0$ 有两个相等的实数根，求 $\frac{m}{q}$ 的值。

(3) 若 $x = -1$ 是勾股方程 $mx^2 + \sqrt{2}qx + n = 0$ 的一个根，且四边形 $ABCD$ 的周长是 6，求四边形 $ABCD$ 的面积。



26. (10 分) 巴黎奥运会的吉祥物“弗里热”玩偶共有两种尺寸：分别为大款和小款，小渝购置了一定数量的两款玩偶，各自花费 2400 元，已知大款比小款单价高 90 元，小款数量是大款数量的 $\frac{8}{5}$ 。

(1) 请问大，小款单价各多少元？

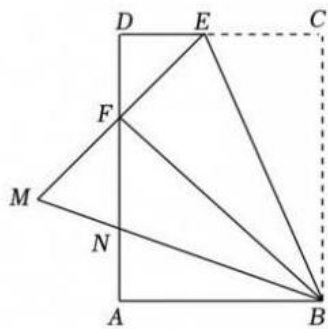
(2) 为了送给其他的朋友，小渝决定再买一定数量的吉祥物，此时，在第一次购买的基础上，小款的单价减少了 m 元，购买数量增加了 $\frac{2}{3}m$ 个，大款的单价不变，购买数量减少了 $\frac{1}{4}m$ 个，总费用为 4800 元，请求出 m 的值。

27. (10 分) 如图，在矩形 $ABCD$ 中， E 为 CD 边上一点，将 $\triangle BCE$ 沿 BE 翻折，使点 C 恰好落在 AD 边上点 F 处，作 $\angle ABF$ 的角平分线交 EF 的延长线于点 M ， BM 交 AD 于点 N 。

(1) 求证： $MF = NF$ ；

(2) 若 $AB = 6, BC = 10$ 时，求 MF 的长；

(3) 若 $NF = \frac{1}{2}(AN + FD)$ 时，求 $\frac{AB}{BC}$ 的值。



28. (10分) 【定义】

如果从一个平行四边形的一个顶点向不过该顶点的对角线作垂线，垂线交平行四边形的边于另一点，且该点为所在边的中点，那么这个平行四边形叫做“垂中平行四边形”，垂足叫做“垂中点”

如图1，在 $\square ABCD$ 中， $BF \perp AC$ 于点 E ，交 AD 于点 F ，若 F 为 AD 的中点，则 $\square ABCD$ 是垂中平行四边形， E 是垂中点。

【应用】

(1) 如图1，在垂中平行四边形 $ABCD$ 中， E 是垂中点。若 $AF = \sqrt{5}$ ， $CE = 2$ ，则 $AE = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $AB = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 如图2，在垂中平行四边形 $ABCD$ 中， E 是垂中点。若 $AB = BD$ ，试猜想 AF 与 CD 的数量关系，并加以证明：

(3) 如图3，在 $\triangle ABC$ 中， $BE \perp AC$ 于点 E ， $CE = 2AE = 12$ ， $BE = 5$ 。

①请画出以 BC 为边的垂中平行四边形，使得 E 为垂中点，点 A 在垂中平行四边形的边上；（不限定画图工具，不写画法及证明，在图上标明字母）

②将 $\triangle ABC$ 沿 AC 翻折得到 $\triangle AB'C$ ，若射线 CB' 与①中所画的垂中平行四边形的边交于另一点 P ，连接 PE ，请直接写出 PE 的长。

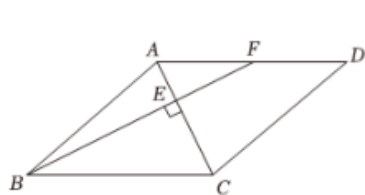


图1

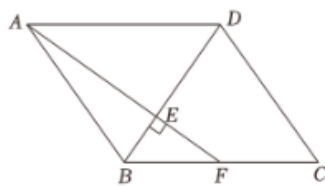


图2

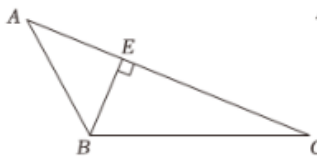


图3

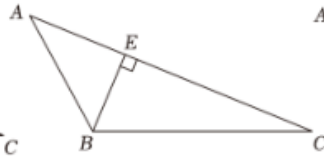


图3 备用图1

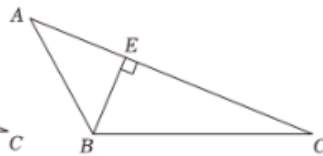


图3 备用图2

参考答案与试题解析

一. 选择题 (共 10 小题)

1. 【解答】解: A 错误, 同心圆的周长不相等, 本选项不符合题意.

B 正确, 本选项符合题意.

C 错误, 条件是同圆或等圆中, 本选项不符合题意.

D 错误, 平分弧的弦不一定经过圆心, 本选项不符合题意.

故选: B.

2. 【解答】解: $\because \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \therefore ad = bc, \frac{b}{d} = \frac{a}{c}, \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}, \therefore \frac{a+1}{b} = \frac{c+1}{d}$ 不成立,

故选: D.

3. 【解答】解: $\because \triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 是位似图形, 位似中心为点 O , 点 $A(-3,1)$ 的对应点为 $A'(-6,2)$,

$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的相似比为 $1:2$,

$\because$ 点 B 的坐标为 $(-2,4)$, $\therefore$ 点 B 的对应点 B' 的坐标为 $(-2 \times 2, 4 \times 2)$, 即 $(-4,8)$,

故选: A.

4. 【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形, $\therefore AD = BC = 3\sqrt{5}$,

$\because AB = 8, BP = 3AP, \therefore AP = 2, BP = 6$,

在 $\text{Rt}\triangle ADP$ 中 $AP = 2, AD = 3\sqrt{5}$, $\therefore PD = \sqrt{AP^2 + AD^2} = 7$,

在 $\text{Rt}\triangle PBC$ 中, $\because PB = 6, BC = 3\sqrt{5}$, $\therefore PC = \sqrt{PB^2 + BC^2} = 9, \therefore PC > PD > PB$,

$\therefore$ 点 B 在圆 P 内, 点 C 在圆 P 外.

故选: C.

5. 【解答】解: 设该厂八、九月份平均每月的增长率为 x , 由题意得, $50(1+x)^2 = 196$,

故选: A.

6. 【解答】解: 根据题意得 $x(mx) + x + 1 = 0$, 整理得 $mx^2 + x + 1 = 0$,

$\because$ 关于 x 的方程 $[x, x+1] \hat{a}(mx) = 0$ 有两个不相等的实数根,

$\therefore \Delta = 1^2 - 4m \cdot 1 > 0$ 且 $m \neq 0$, 解得 $m < \frac{1}{4}$ 且 $m \neq 0$.

故选: D.

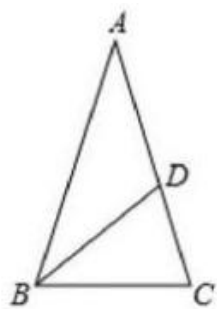
7. 【解答】解: $\because \angle A = \angle DBC = 36^\circ, \angle C$ 公共, $\therefore \triangle ABC \sim \triangle BDC$, 且 $AD = BD = BC$.

设 $BD = x$, 则 $BC = x, CD = 2 - x$. 由于 $\frac{BC}{CD} = \frac{AC}{BC}$, $\therefore \frac{x}{2-x} = \frac{2}{x}$.

整理得: $x^2 + 2x - 4 = 0$, 解方程得: $x = -1 \pm \sqrt{5}$, 经检验, $x = -1 \pm \sqrt{5}$ 是原方程的解,

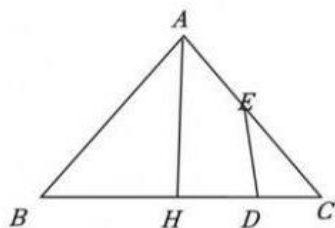
Q x 为正数, $\therefore x = -1 + \sqrt{5}$.

故选: C.



8. 【解答】解: Q 将线段 DH 绕点 D 顺时针旋转 2α 得到线段 DE ,

$\therefore DH = DE, \angle HDE = 2\alpha$, 当点 E 落在边 AC 上时, 如图:



Q $\angle HDE = \angle C + \angle CED, \angle C = \alpha$,

$\therefore \angle CED = \alpha = \angle C, \therefore DE = CD, \therefore DH = CD, \therefore D$ 为 CH 的中点,

故小明的说法是正确的;

连接 AE, HE , Q $DH = DE, \angle HDE = 2\alpha$,

$\therefore \angle DHE = \angle DEH = \frac{1}{2}(180^\circ - 2\alpha) = 90^\circ - \alpha$,

Q $AH \perp BC, \therefore \angle AHB = \angle AHD = 90^\circ$,

$\therefore \angle AHE = \angle AHD - \angle DHE = \alpha$,

$\therefore$ 点 E 在射线 HE 上运动, $\therefore$ 当 $AE \perp HE$ 时, AE 的长最小,

$\therefore$ 当 AE 的长最小时, $\angle AEH = \angle AHB = 90^\circ$,

又 Q $\angle B = \angle C = \alpha = \angle AHE$,

$\therefore \triangle AEH \sim \triangle AHB, \frac{AE}{AH} = \frac{AH}{AB}, \therefore AH^2 = AB \cdot AE$,

故小丽的说法正确;

故选: C.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/726223132045011102>