2025 届天津市第二十中学高三 5 月月考数学试题试卷

注意事项:

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。

2．答题时请按要求用笔。

3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。

4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。

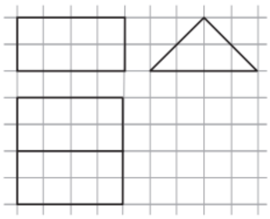
5．保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．复数 $z=\left(a^2-1\right)+\left(a-1\right)i\left(a\in R\right)$ 为纯虚数，则 $z=$(　　)

A．i　　**B．﹣2i**　　**C．2i**　　**D．﹣i**

2．如图所示，网格纸上小正方形的边长为 **1**，粗线画出的是某几何体的三视图，其中左视图中三角形为等腰直角三角形，则该几何体外接球的体积是（　　）



A．16π　　B．$\dfrac{32\pi}{3}$

C．$\dfrac{64\sqrt{2}\pi}{3}$　　D．$\dfrac{20\sqrt{5}\pi}{3}$

3．为了进一步提升驾驶人交通安全文明意识，驾考新规要求驾校学员必须到街道路口执勤站岗，协助交警劝导交通.现有甲、乙等 **5** 名驾校学员按要求分配到三个不同的路口站岗，每个路口至少一人，且甲、乙在同一路口的分配方案共有(　　)

A．12 种　　**B．24 种**　　**C．36 种**　　**D．48 种**

4．若复数 z 满足 $(1-i)z=-1+2i$,则 $|\overline{Z}|=$(　　)

A．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$\dfrac{3}{2}$　　C．$\dfrac{\sqrt{10}}{2}$　　D．$\dfrac{1}{2}$

5．设过定点 $M(0,2)$ 的直线 l 与椭圆 C：$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ 交于不同的两点 P，Q，若原点 O 在以 PQ 为直径的圆的外部，则直线 l 的斜率 k 的取值范围为（　　）

A．$\left(-\sqrt{5},-\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)$　　B．$\left(-\sqrt{5},-\dfrac{\sqrt{6}}{3}\right)\cup\left(\dfrac{\sqrt{6}}{3},\sqrt{5}\right)$

C． $\left(\dfrac{\sqrt{6}}{2},\sqrt{5}\right)$　　　　**D．** $\left(-\sqrt{5},-\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)\cup\left(\dfrac{\sqrt{6}}{2},\sqrt{5}\right)$

6．若$(1+ax)(1+x)^5$的展开式中x^2,x^3的系数之和为-10，则实数a的值为（　　）

A． -3　　**B．** -2　　**C．** -1　　**D．** 1

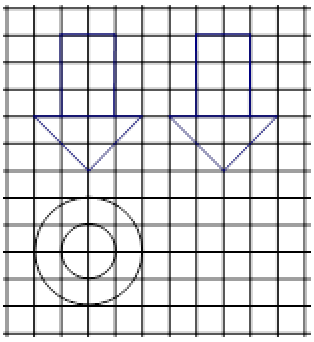
7．已知向量$\vec{a}=(-\sqrt{3},1),\vec{b}=(3,\sqrt{3})$，则向量$\vec{b}$在向量$\vec{a}$方向上的投影为（　　）

A． $-\sqrt{3}$　　**B．** $\sqrt{3}$　　**C．** -1　　**D．** 1

8．将函数$f\left(x\right)=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)$图象上每一点的横坐标变为原来的2倍，再将图像向左平移$\dfrac{\pi}{3}$个单位长度，得到函数$y=g\left(x\right)$的图象，则函数$y=g\left(x\right)$图象的一个对称中心为（　　）

A． $\left(\dfrac{\pi}{12},0\right)$　　**B．** $\left(\dfrac{\pi}{4},0\right)$　　**C．** $\left(\pi,0\right)$　　**D．** $\left(\dfrac{4\pi}{3},0\right)$

9．陀螺是中国民间最早的娱乐工具，也称陀罗．如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗线画出的是某个陀螺的三视图，则该陀螺的表面积为（　　）



A． $\left(7+2\sqrt{2}\right)\pi$　　　　**B．** $\left(10+2\sqrt{2}\right)\pi$

C． $\left(10+4\sqrt{2}\right)\pi$　　　　**D．** $\left(11+4\sqrt{2}\right)\pi$

10．抛物线$y^2=2px\left(p>0\right)$的准线与x轴的交点为点C，过点C作直线l与抛物线交于A、B两点，使得A是BC的中点，则直线l的斜率为（　　）

A． $\pm\dfrac{1}{3}$　　**B．** $\pm\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$　　**C．** ± 1　　**D．** $\pm\sqrt{3}$

11．$\left(x+\dfrac{a}{x}\right)\left(2x-\dfrac{1}{x}\right)^5$的展开式中各项系数的和为2，则该展开式中常数项为

A． -40　　**B．** -20　　**C．** 20　　**D．** 40

12．已知直线l：$y=2x+10$过双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的一个焦点且与其中一条渐近线平行，则双曲线的方程为（　　）

A．$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{20}=1$　　B．$\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1$　　C．$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$　　D．$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．在数列$\{a_n\}$中，$a_1=1,a_{n+1}=2n-a_n$，则数列$\{a_n\}$的通项公式$a_n=$_____.

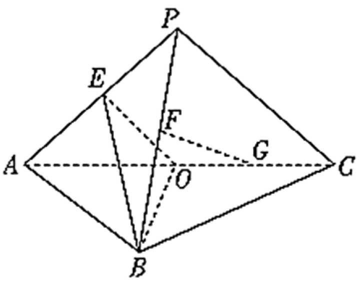
14．设$f(x)$是定义在$\left(0,+\infty\right)$上的函数，且$f(x)>0$，对任意$a>0,b>0$，若经过点$\left(a,f(a)\right),\left(b,-f(b)\right)$的一次函数与$x$轴的交点为$\left(c,0\right)$，且$a$、$b$、$c$互不相等，则称$c$为$a,b$关于函数$f(x)$的平均数，记为$M_f\left(a,b\right)$.当$f(x)=$_________$\left(x>0\right)$时，$M_f\left(a,b\right)$为$a,b$的几何平均数$\sqrt{ab}$.（只需写出一个符合要求的函数即可）

15．已知点□是直线□ = □ + 1上的动点，点□是抛物线□ = □^{2}上的动点.设点□为线段□□的中点，□为原点，则|□□|的最小值为________.

16．对任意正整数n，函数$f(n)=2n^3-7n^2\cos n\pi-\lambda n-1$，若$f(2)\geq 0$，则$\lambda$的取值范围是_________；若不等式$f(n)\geq 0$恒成立，则$\lambda$的最大值为_________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

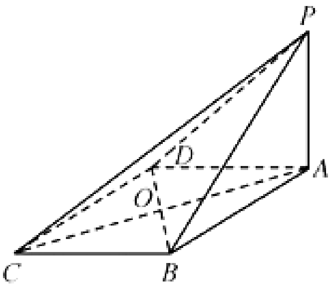
17．（12 分）如图，在三棱锥$P-ABC$中，平面$PAC\perp$平面ABC，$AB=BC$，$PA\perp PC$.点E，F，O分别为线段PA，PB，AC的中点，点G是线段CO的中点.



（1）求证：$PA\perp$平面EBO.

（2）判断FG与平面EBO的位置关系，并证明.

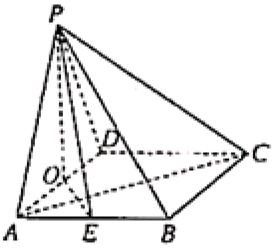
18．（12 分）如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$为菱形，$PA\perp$底面$ABCD$，$\angle BAD=60^\circ$ $AB=4$.



（1）求证：$BD\perp$平面PAC；

（2）若直线PC与平面$ABCD$所成的角为30°，求平面PAB与平面PCD所成锐二面角的余弦值.

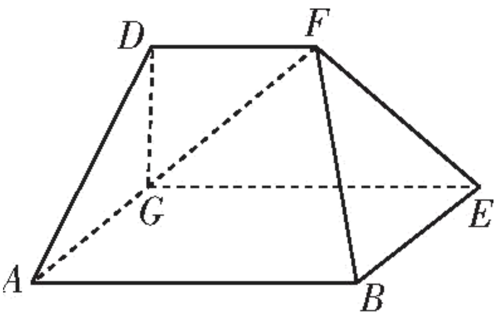
19.（12分）在四棱锥$P-ABCD$中，四边形$ABCD$为菱形，$PA=5$，$PB=\sqrt{43}$，$AB=6$，$PO\perp AD$，O，E分别为AD，AB中点.$\angle BAD=60^\circ$.



（1）求证：$AC\perp PE$；

（2）求平面POE与平面PBD所成锐二面角的余弦值.

20.（12分）在如图所示的多面体中，四边形$ABEG$是矩形，梯形$DGEF$为直角梯形，平面$DGEF\perp$平面$ABEG$，且$DG\perp GE$，$DF//GE$，$AB=2AG=2DG=2DF=2$.



（1）求证：$FG\perp$平面BEF.

（2）求二面角$A-BF-E$的大小.

21.（12分）已知曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=\sqrt{2}\cos\theta,\\ y=\sin\theta\end{cases}$（$\theta$为参数）.以直角坐标系的原点$O$为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立坐标系，曲线$C_2$的极坐标方程为$\rho\sin^2\theta=4\cos\theta$.

（1）求C_1的普通方程和C_2的直角坐标方程；

（2）若过点$F(1，0)$的直线l与C_1交于A，B两点，与C_2交于M，N两点，求$\dfrac{|FA||FB|}{|FM||FN|}$的取值范围.