



## 5.2菱形（第二课时）

年 级：八年级      学 科：数学（浙教版）



# 一、复习导入，回顾旧知

概念

**一组邻边相等的平行四边形**

边

四条边相等  $\rightarrow$  周长 =  $4 \times$  边长

对边平行

对角线

平分每一组对角

垂直  $\rightarrow$  面积等于对角线乘积的一半

平分

角

对角相等

邻角互补

性质

判定

对称性

中心对称

轴对称

不稳定性

菱形



## 二、新知探究，整体构建

思考：要判定一个平行四边形是菱形，目前有什么方法？

一组邻边相等的**行四边**形叫做菱形。（概念）



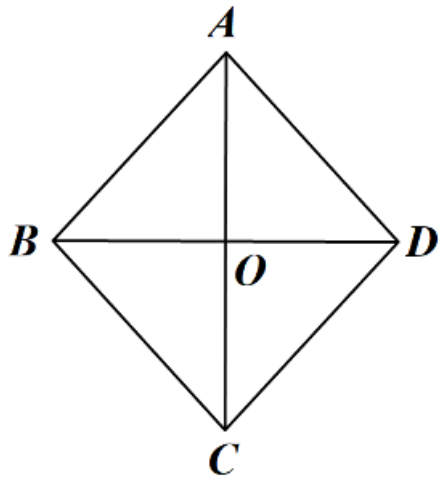
## 二、新知探究，整体构建

如图，已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

求证：平行四边形 $ABCD$ 是菱形。请添加一个已知

条

一个菱形，并完成证明。



思考：在已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形的情况

下，要证明它是菱形，只需要证明什么？

## 二、新知探究，整体构建

添加条件：一组邻边相等，例如： $AB=BC$ 。

如图，已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $AB=BC$ 。

求证：平行四边形 $ABCD$ 是菱形。

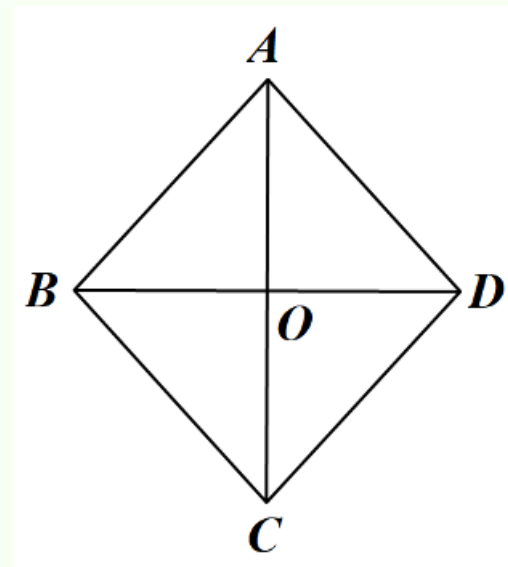
证明：

$\because$  四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $AB=BC$ ，

$\therefore$  平行四边形 $ABCD$ 是菱形

（一组邻边相等的平行四边形是菱形）。

请判断命题“四条边相等的四边形是菱形”真假。



## 二、新知探究，整体构建

**四条边相等的四边形是菱形**是真命题。

如图，在**四边形** $ABCD$ 中， $AB=AD=CB=CD$ 。

求证：四边形 $ABCD$ 是菱形。

证明：∵  $AB=CD$ ， $AD=BC$ ，

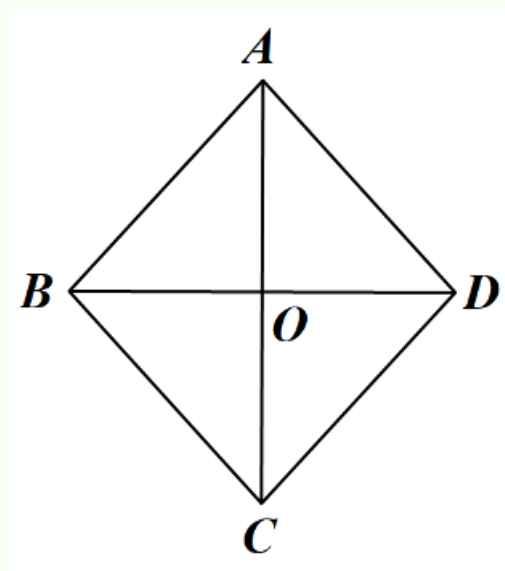
∴ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形。

（两组对边分别相等的四边形是平行四边形）

∵  $AB=AD$ ，

∴ 平行四边形 $ABCD$ 是菱形。

（一组邻边相等的平行四边形是菱形）



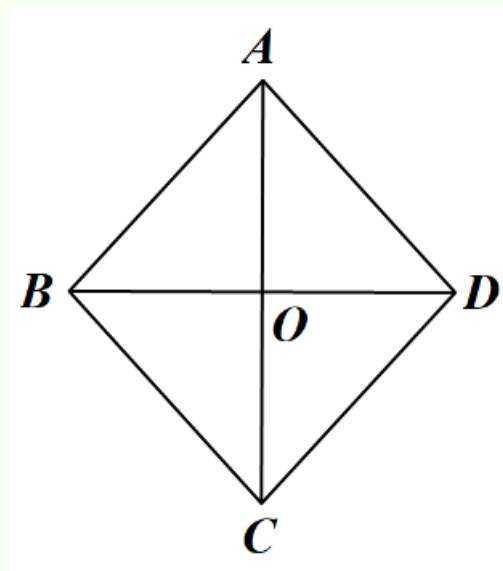
## 二、新知探究，整体构建

**定理1**：四条边相等的四边形是菱形。

几何语言：

$$\because AB=BC=CD=AD,$$

$\therefore$  四边形 $ABCD$ 是菱形。





## 二、新知探究，整体构建

添加条件：对角线互相垂直， $AC \perp BD$ 。

如图，已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $AC \perp BD$ 。

求证：平行四边形 $ABCD$ 是菱形。

法一：中垂线性质

$\because$  在 $\square ABCD$ 中， $AC$ ， $BD$ 交于点 $O$ ，

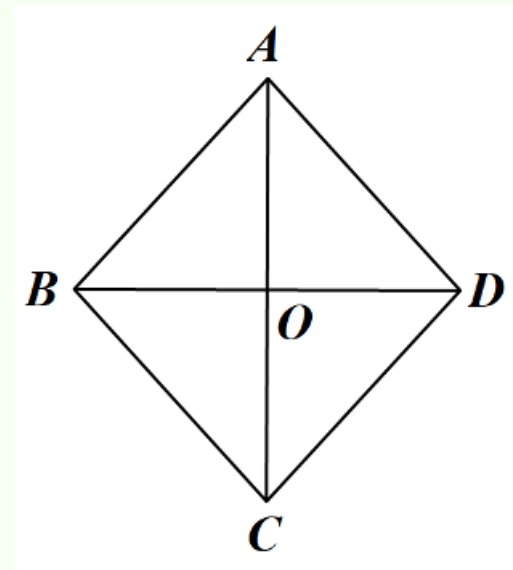
$\therefore O$ 是 $BD$ 的中点。

又 $\because AC \perp BD$ ，

$\therefore AC$ 是 $BD$ 的中垂线， $AB=AD$ 。

$\because$  在 $\square ABCD$ 中， $AB=AD$ ，

$\therefore \square ABCD$ 是菱形。





## 二、新知探究，整体构建

添加条件：对角线互相垂直， $AC \perp BD$ 。

如图，已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $AC \perp BD$ 。

求证：平行四边形 $ABCD$ 是菱形。

法二：证全等得边相等

$\because$  在 $\square ABCD$ 中， $AC$ ， $BD$ 交于点 $O$ ，

$\therefore O$ 是 $BD$ 的中点， $OB=OD$ 。

又 $\because AC \perp BD$ ，

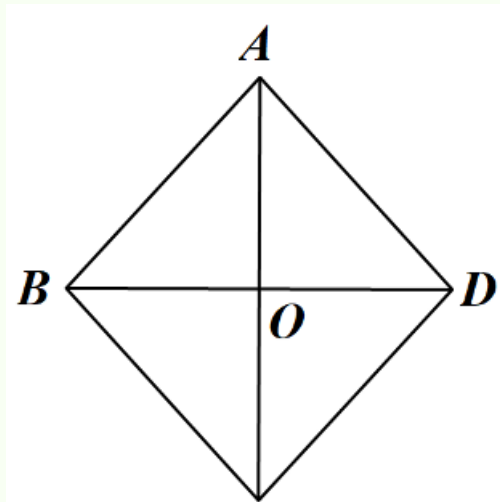
$\therefore \angle AOD = \angle AOB = 90^\circ$ 。

$\because AO=AO$ （公共边），

$\therefore \triangle ABO \cong \triangle ADO$ （ $SAS$ ）， $AB=AD$ 。

$\because$  在 $\square ABCD$ 中， $AB=AD$ ，

$\therefore \square ABCD$ 是菱形。



**定理2：对角线互相垂直的平行四边形是菱形。**

几何语言：

$\because$  在 $\square ABCD$ 中， $AC \perp BD$ ，

$\therefore$  四边形 $ABCD$ 是菱形。

## 二、新知探究，整体构建

添加条件：对角线是其中一内角角平分线，例如  $AC$  平分  $\angle BAD$ 。

如图，已知四边形  $ABCD$  是平行四边形， $AC$  平分  $\angle BAD$ 。

求证：平行四边形  $ABCD$  是菱形。

证明：

$\because AC$  平分  $\angle BAD$ ,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ 。

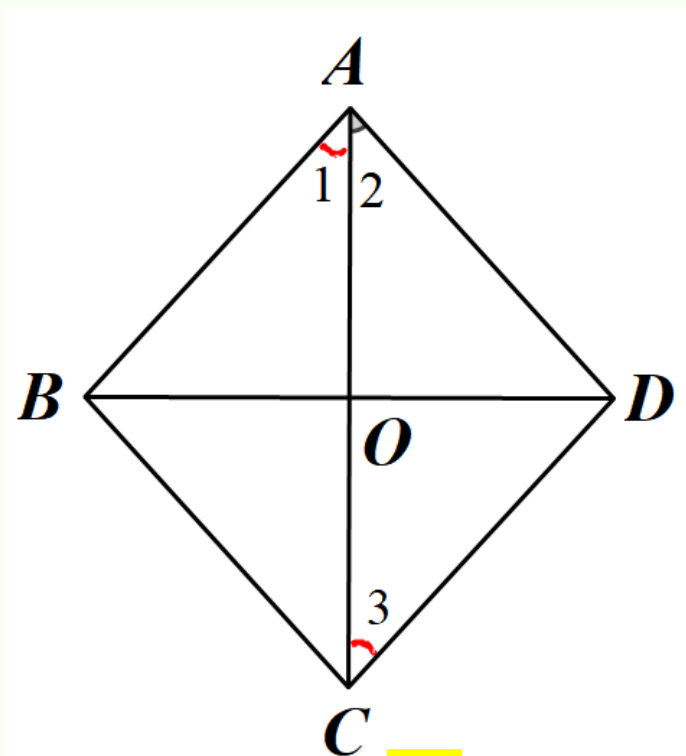
$\because$  在  $\square ABCD$  中,

$\therefore AB \parallel CD, \angle 1 = \angle 3$ , 则  $\angle 2 = \angle 3$ 。

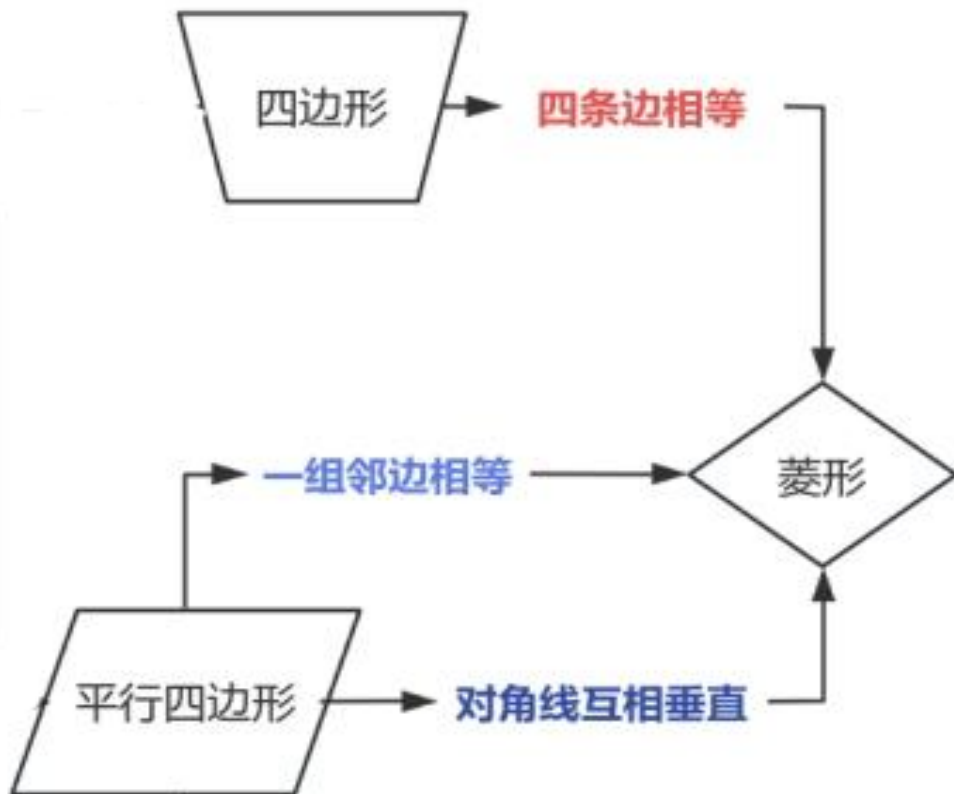
$\therefore \angle 2 = \angle 3$ ,

$\therefore AD = DC$ ,  $\square ABCD$  是菱形。

注意：“有一个内角被对角线平分的平行四边形是菱形”这是一个真命题，但不是菱形的判定定理



## 二、新知探究，整体构建



菱形的判定方法：

1. **四条边相等**的**四边形**是菱形；
2. **一组邻边相等**的**平行四边形**是菱形；
3. **对角线互相垂直**的**平行四边形**是菱形。

### 三、应用新知，提升能力

1. 如图，小红在作线段  $AB$  的垂直平分线时，是这样操作的：分别以点  $A$ ,

$$AC=BC=AD=BD$$

**四条边相等的四边形是菱形**

$B$  为圆心，大于  $\frac{1}{2}AB$  的长为半径画弧，分别交于点  $C, D$ ，连结  $CD$ ，则直

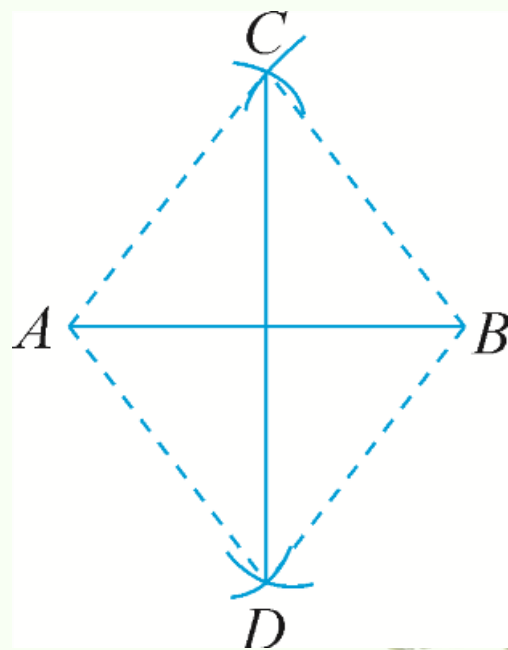
线  $CD$  即为所求。连结  $AC, BC, AD, BD$ ，根据她的作图方法可知，四  
边形  $ADBC$  一定是(  **$B$**  )。

A. 矩形

B. 菱形

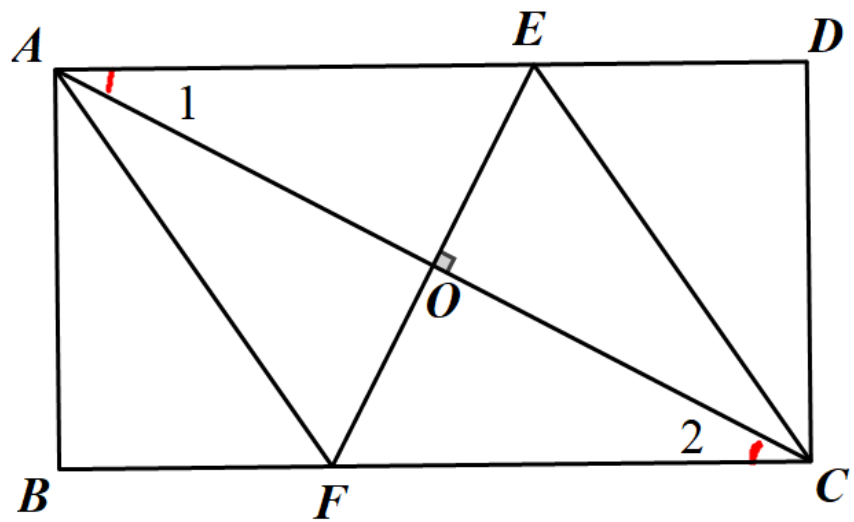
C. 正方形

D. 等腰梯形



### 三、应用新知，提升能力

2. 已知，如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 $AC$ 的垂直平分线分别交 $AD$ ， $BC$ 于点 $E$ ， $F$ 。求证：四边形 $AFCE$ 是菱形。



① 四条边相等+四边形

$$AE=EC=CF=AF$$

② 一组邻边相等+平行四边形

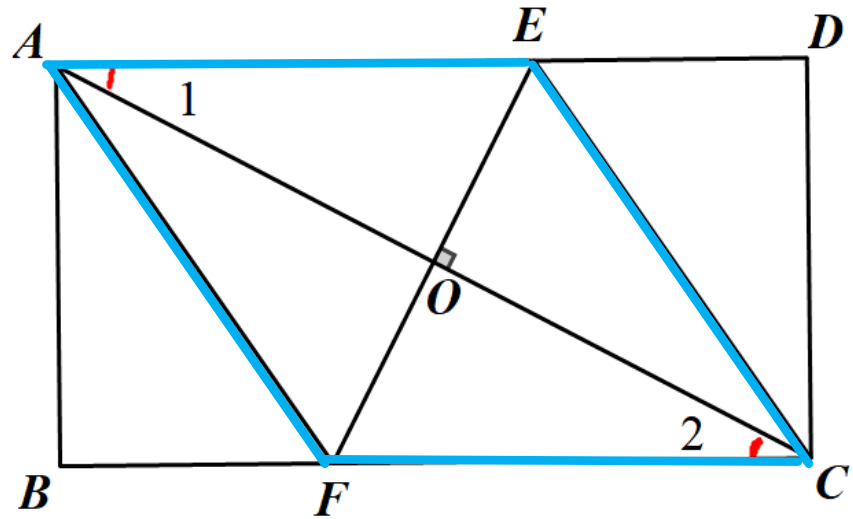
⇒ 证明  $\square AECF$

③ 对角线互相垂直+平行四边形



### 三、应用新知，提升能力

2. 已知，如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 $AC$ 的垂直平分线分别交 $AD$ ， $BC$ 于点 $E$ ， $F$ 。求证：四边形 $AFCE$ 是菱形。



#### 法一：四条边相等的四边形是菱形

- $\because$  四边形 $ABCD$ 是矩形，
- $\therefore AE \parallel CF$ ，则  $\angle 1 = \angle 2$ 。
- 又  $\because EF$  垂直平分  $AC$ ，
- $\therefore \angle AOE = \angle COF$ ， $AO = CO$ ，  
 $AE = EC$ ， $AF = FC$ （中垂线性质）。
- $\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF$  (ASA)， $AE = CF$ 。
- $\therefore AE = EC = AF = FC$ ，
- $\therefore$  四边形 $AFCE$ 是菱形。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：  
<https://d.book118.com/726240105011011003>