

四川省眉山市仁寿第一中学 2025 年高三 5 月综合测试（三模）数学试题理试题

注意事项

1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。
3. 考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

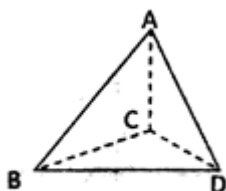
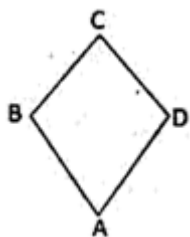
1. 已知奇函数 $f(x)$ 是 R 上的减函数，若 m, n 满足不等式组
$$\begin{cases} f(m) + f(n-2) \geq 0 \\ f(m-n-1) \geq 0 \\ f(m) \leq 0 \end{cases}$$
，则 $2m-n$ 的最小值为（ ）

A. -4 B. -2 C. 0 D. 4

2. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sin \frac{(x-1)\pi}{2}, & 1 \leq x \leq 3 \\ 2f(x-2), & 3 < x \leq 100 \end{cases}$ ，若函数 $f(x)$ 的极大值点从小到大依次记为 $a_1, a_2, \dots, a_n$ ，并记相应的极大值为 $b_1, b_2, \dots, b_n$ ，则 $\sum_{i=1}^n (a_i + b_i)$ 的值为（ ）

A. $2^{50} + 2449$ B. $2^{50} + 2549$ C. $2^{49} + 2449$ D. $2^{49} + 2549$

3. 等腰直角三角形 BCD 与等边三角形 ABD 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BD = 6$ ，现将 $\triangle ABD$ 沿 BD 折起，则当直线 AD 与平面 BCD 所成角为 45° 时，直线 AC 与平面 ABD 所成角的正弦值为（ ）

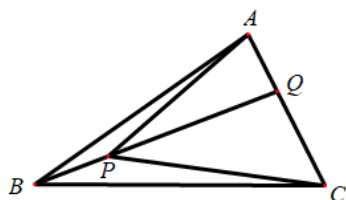


- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

4. 已知 $\frac{|z|}{3} = \bar{z} - 2i$ (i 为虚数单位， $\bar{z}$ 为 z 的共轭复数)，则复数 z 在复平面内对应的点在（ ）。

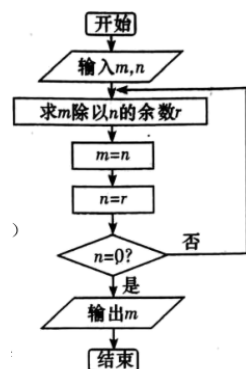
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 Q 为线段 AC 上靠近点 A 的三等分点，点 P 为线段 BQ 上靠近点 B 的三等分点，则 $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PC} =$ （ ）



- A. $\frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ B. $\frac{5}{9}\overrightarrow{BA} + \frac{7}{9}\overrightarrow{BC}$ C. $\frac{1}{9}\overrightarrow{BA} + \frac{10}{9}\overrightarrow{BC}$ D. $\frac{2}{9}\overrightarrow{BA} + \frac{7}{9}\overrightarrow{BC}$

6. 执行下面的程序框图，如果输入 $m = 1995$ ， $n = 228$ ，则计算机输出的数是（ ）



- A. 58 B. 57 C. 56 D. 55

7. 已知 x 与 y 之间的一组数据：

x	1	2	3	4
y	m	3.2	4.8	7.5

若 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y} = 2.1x - 0.25$ ，则 m 的值为（ ）

- A. 1.5 B. 2.5 C. 3.5 D. 4.5

8. 某部队在一次军演中要先后执行六项不同的任务，要求是：任务 A 必须排在前三项执行，且执行任务 A 之后需立即执行任务 E，任务 B、任务 C 不能相邻，则不同的执行方案共有（ ）

- A. 36 种 B. 44 种 C. 48 种 D. 54 种

9. 在平面直角坐标系中，经过点 $P(2\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ ，渐近线方程为 $y = \pm\sqrt{2}x$ 的双曲线的标准方程为（ ）

- A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$ B. $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{14} = 1$ C. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{6} = 1$ D. $\frac{y^2}{14} - \frac{x^2}{7} = 1$

10. 复数 $z = \frac{2+i}{1-i}$ ， i 是虚数单位，则下列结论正确的是

- A. $|z| = \sqrt{5}$ B. z 的共轭复数为 $\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$

C. z 的实部与虚部之和为 1

D. z 在复平面内的对应点位于第一象限

11. $\left(x - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^8$ 的二项展开式中, x^2 的系数是 ()

A. 70

B. -70

C. 28

D. -28

12. 已知 $f(x) = 1 - 2\cos^2\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$). 给出下列判断:

①若 $f(x_1) = 1, f(x_2) = -1$, 且 $|x_1 - x_2|_{\min} = \pi$, 则 $\omega = 2$;

②存在 $\omega \in (0, 2)$ 使得 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到的图象关于 y 轴对称;

③若 $f(x)$ 在 $[0, 2\pi]$ 上恰有 7 个零点, 则 ω 的取值范围为 $\left[\frac{41}{24}, \frac{47}{24}\right)$;

④若 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right]$ 上单调递增, 则 ω 的取值范围为 $\left(0, \frac{2}{3}\right]$.

其中, 判断正确的个数为 ()

A. 1

B. 2

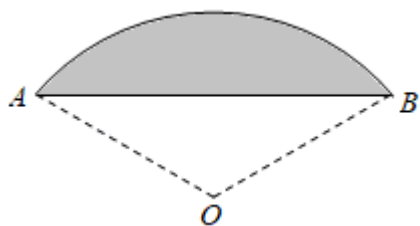
C. 3

D. 4

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , S 为 $\triangle ABC$ 的面积, 若 $c = 2a \cos B$, $S = \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{4}c^2$, 则 $\triangle ABC$ 的形状为_____, C 的大小为_____.

14. 《九章算术》是中国古代的数学名著, 其中《方田》一章给出了弧田面积的计算公式. 如图所示, 弧田是由圆弧 AB 和其所对弦 AB 围成的图形, 若弧田的弧 AB 长为 4π , 弧所在的圆的半径为 6, 则弧田的弦 AB 长是_____, 弧田的面积是_____.



15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $2b \cos B = a \cos C + c \cos A$, 若 $\triangle ABC$ 外接圆的半径为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值是_____.

16. 函数 $f(x) = 4 \cos \omega x \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2}$ ($\omega > 0$) 的最大值与最小正周期相同, 则 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上的单调递增区间为_____.

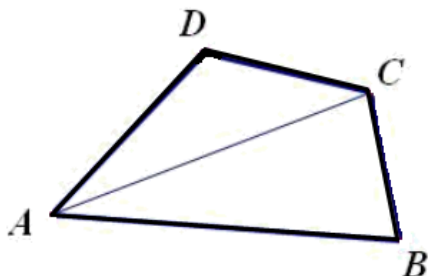
三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = \ln x - a(x-1)$, a 为实数, 且 $a > 0$.

(I) 当 $a=1$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间和极值;

(II) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[1, e]$ 上的值域 (其中 e 为自然对数的底数).

18. (12 分) 如图, 在平面四边形 $ABCD$ 中, $\angle D = \frac{2\pi}{3}$, $\sin \angle BAC = \cos \angle B = \frac{5}{13}$, $AB = 13$.



(1) 求 AC ;

(2) 求四边形 $ABCD$ 面积的最大值.

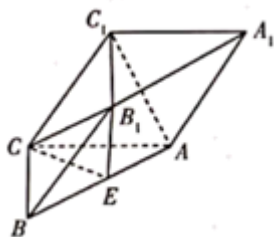
19. (12 分) 已知椭圆 $G: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 上顶点为 $B(0, 1)$, 离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 直线 $l: y = kx - 2$ 交 y 轴于 C

点, 交椭圆于 P, Q 两点, 直线 BP, BQ 分别交 x 轴于点 M, N .

(I) 求椭圆 G 的方程;

(II) 求证: $S_{\triangle BOM} \cdot S_{\triangle BCN}$ 为定值.

20. (12 分) 如图, 在斜三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 平面 $ABC \perp$ 平面 A_1ACC_1 , $CC_1 = 2$, $\triangle ABC, \triangle ACC_1$, 均为正三角形, E 为 AB 的中点.



(I) 证明: $AC_1 \parallel$ 平面 B_1CE ;

(II) 求斜三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 截去三棱锥 $B_1 - CBE$ 后剩余部分的体积.

21. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边, 并且 $b^2 + c^2 - a^2 = bc$.

(1) 已知 _____, 计算 $\triangle ABC$ 的面积;

请① $a = \sqrt{7}$, ② $b = 2$, ③ $\sin C = 2 \sin B$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/727013023121006156>