苏科版 八年级(下册)

12.1　二次根式

第2课时　二次根式的性质

学习目标

1. 通过具体 问题探究并理解二次根式的性质： $\sqrt{a^2}=|a|$ ，

并能运用这个性质化简二次根式；

2. 知道公式$\sqrt{a^2}=|a|$与$(\sqrt{a})^2=a(a\geq 0)$的区别，并能在二次根式的化简和计算中正确运用.

知识回顾

1. 二次根式的概念是什么？

一般地，式子$\sqrt{a}(a\geq 0)$叫做二次根式，a叫做被开方数.

2. 二次根式有意义的条件是什么？

被开方数是非负数，即二次根式$\sqrt{a}$中$a\geq 0$.

3. 二次根式双重非负性，即a__$\geqslant$__0，$\sqrt{a}$__$\geqslant$__0.

4. $(\sqrt{a})^2=$__a__ (a__$\geqslant$__0).

填空：

(1) $\sqrt{2^2}$=__2__，$\sqrt{5^2}$=__5__，$\sqrt{10^2}$=__10__；

(2) $\sqrt{(-2)^2}$=__2__，$\sqrt{(-5)^2}$=__5__，$\sqrt{(-10)^2}$=__10__，$\sqrt{0^2}$=__0__.

你有什么发现？请与同学交流.

发现：当$a≥0$时，$\sqrt{a^2}$=<u>a</u>；当$a<0$时，$\sqrt{a^2}$=<u>$-a$</u>.

根据绝对值的意义：

当$a⩾0$时，$|a|$＝<u>a</u>；当$a<0$时，$|a|$＝<u>$-a$</u>.

由此可知：$\sqrt{a^2}$ = <u>$|a|$</u> .

一般地，二次根式还有下面的**性质**：

$$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a & (a>0) \\ 0 & (a=0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$$

例1 计算：

(1) $\sqrt{(-1.5)^2}$； (2) $\sqrt{(\pi-1)^2}$； (3) $\sqrt{(x-1)^2}(x\leq 1)$.

解：(1)$\sqrt{(-1.5)^2}=|-1.5|=1.5$;

(2)$\sqrt{(\pi-1)^2}=|\pi-1|=\pi-1$;

(3)当$x\leq 1$时,$\sqrt{(x-1)^2}=|x-1|=-(x-1)=1-x$.

1. 下列各式是否成立？

(1) $\sqrt{(\frac{1}{2})^2}=\frac{1}{2}$ ； √

(2) $\sqrt{(-\frac{1}{2})^2}=-\frac{1}{2}$ ； ×

(3) $\sqrt{(3+4)^2}=3+4$ ； √

(4) $\sqrt{3^2+4^2}=3+4$. ×

2. 计算：

(1) $\sqrt{6^2}$；(2) $\sqrt{(-5)^2}$；(3) $\sqrt{a^2+2a+1}(a\geq -1)$；(4) $\sqrt{(x-2)^2}(x\leq 2)$.

解：(1) $\sqrt{6^2}=|6|=6$;

(2) $\sqrt{(-5)^2}=|-5|=5$;

(3) 当 $a\geq -1$ 时，$\sqrt{a^2+2a+1}=\sqrt{(a+1)^2}=|a+1|=a+1$;

(4) 当 $x\leq 2$ 时，$\sqrt{(x-2)^2}=|x-2|=-(x-2)=2-x$.

3. 指出下列运算过程中的错误.

$(\frac{1}{2})^2=(-\frac{1}{2})^2$，可以写成$(\frac{5}{2}-2)^2=(2-\frac{5}{2})^2$.

两边开平方，得$\sqrt{(\frac{5}{2}-2)^2}=\sqrt{(2-\frac{5}{2})^2}$.

所以$\frac{5}{2}-2=2-\frac{5}{2}$，即$\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$.

$\boxed{\sqrt{(\frac{5}{2}-2)^2}=\left|\frac{5}{2}-2\right|=2-\frac{5}{2}}$

讨论交流

（1）二次根式 $\sqrt{a}$ 与 $\sqrt{a^2}$ 中，a应是怎样的实数？

$\sqrt{a}$中a是非负数，$\sqrt{a^2}$中a为任意实数.

（2）$(\sqrt{a})^2$与$\sqrt{a^2}$是否相等？

不同点：$\sqrt{a^2}$表示实数a平方的算术平方根，$(\sqrt{a})^2$表示非负数a算术平方根的平方.

相同点：当$a\geq0$时，$\sqrt{a^2}=(\sqrt{a})^2=a$.

例2 要使下列各式成立，a应取什么值？

(1) $\sqrt{a^2}=(\sqrt{a})^2$；　　(2) $\sqrt{a^2}=-a$.

解：

(1)$a\geq0$；　　(2)$a\leq0$.

变式 如果$\sqrt{(1-2a)^2}=2a-1$，那么a的取值范围是(D)

A.$a<\frac{1}{2}$　　B.$a\leq\frac{1}{2}$　　C.$a>\frac{1}{2}$　　D.$a\geq\frac{1}{2}$

例3 x，y为实数，且$y < \sqrt{2-x} + \sqrt{x-2} + 3$，化简：

$|3-y| - \sqrt{y^2 - 8y + 16} =$ ___-1___.

解：∵式子$y < \sqrt{2-x} + \sqrt{x-2} + 3$要有意义，

$$\therefore \begin{cases} 2 - x \geq 0, \\ x - 2 \geq 0, \end{cases}$$

$\therefore x = 2$，$\therefore y < 3$，

$$\therefore |3-y| - \sqrt{y^2 - 8y + 16}$$

$$= 3 - y - \sqrt{(y-4)^2}$$

$$= 3 - y - (4 - y)$$