

## 2024 年江苏省淮安市观音寺初中数学高三第一学期期末考试模拟试题

请考生注意：

1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设  $F_1, F_2$  是双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点， $O$  是坐标原点，过点  $F_2$  作  $C$  的一条渐近线的垂线，垂足为  $P$ 。若  $|PF_1| = \sqrt{6}|OP|$ ，则  $C$  的离心率为 ( )

线，垂足为  $P$ 。若  $|PF_1| = \sqrt{6}|OP|$ ，则  $C$  的离心率为 ( )

- A.  $\sqrt{2}$                       B.  $\sqrt{3}$                       C. 2                      D. 3

2. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右两个焦点分别为  $F_1, F_2$ ，若存在点  $P$  满足

$|PF_1| : |PF_2| : |F_1F_2| = 4 : 6 : 5$ ，则该双曲线的离心率为 ( )

- A. 2                      B.  $\frac{5}{2}$                       C.  $\frac{5}{3}$                       D. 5

3. 已知数列  $\{a_n\}$  为等比数列，若  $a_6 + a_7 + a_8 = 26$ ，且  $a_5 \cdot a_9 = 36$ ，则  $\frac{1}{a_6} + \frac{1}{a_7} + \frac{1}{a_8} =$  ( )

- A.  $\frac{13}{18}$                       B.  $\frac{13}{18}$  或  $\frac{19}{36}$                       C.  $\frac{13}{9}$                       D.  $\frac{13}{6}$

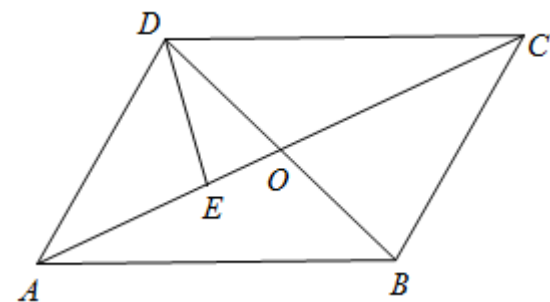
4. 若两个非零向量  $\vec{a}, \vec{b}$  满足  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$ ，且  $|\vec{a} + \vec{b}| = 2|\vec{a} - \vec{b}|$ ，则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  夹角的余弦值为 ( )

- A.  $\frac{3}{5}$                       B.  $\pm \frac{3}{5}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $\pm \frac{1}{2}$

5. 在复平面内，复数  $z = \frac{2-i}{i}$  ( $i$  为虚数单位) 对应的点位于 ( )

- A. 第一象限                      B. 第二象限                      C. 第三象限                      D. 第四象限

6. 如图，在平行四边形  $ABCD$  中，对角线  $AC$  与  $BD$  交于点  $O$ ，且  $\vec{AE} = 2\vec{EO}$ ，则  $\vec{ED} =$  ( )



- A.  $\frac{1}{3}\vec{AD} - \frac{2}{3}\vec{AB}$                       B.  $\frac{2}{3}\vec{AD} + \frac{1}{3}\vec{AB}$

C.  $\frac{2}{3}AD - \frac{1}{3}AB$

D.  $\frac{1}{3}AD + \frac{2}{3}AB$

7. 若复数  $z = 1 + \frac{2i}{1+i}$  ( $i$  为虚数单位), 则  $z$  的共轭复数的模为 ( )

A.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

B. 4

C. 2

D.  $\sqrt{5}$

8. 甲、乙、丙、丁四位同学利用暑假游玩某风景名胜大峡谷, 四人各自去景区的百里绝壁、千丈瀑布、原始森林、远古村寨四大景点中的一个, 每个景点去一人. 已知: ①甲不在远古村寨, 也不在百里绝壁; ②乙不在原始森林, 也不在远古村寨; ③“丙在远古村寨”是“甲在原始森林”的充分条件; ④丁不在百里绝壁, 也不在远古村寨. 若以上语句都正确, 则游玩千丈瀑布景点的同学是 ( )

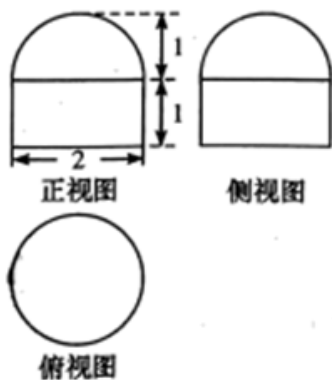
A. 甲

B. 乙

C. 丙

D. 丁

9. 如图是一个几何体的三视图, 则这个几何体的体积为 ( )



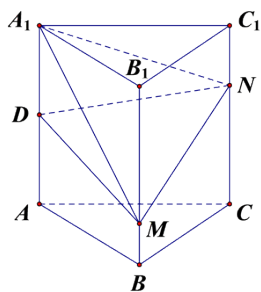
A.  $\frac{5}{3}\pi$

B.  $2\pi$

C.  $\frac{5}{2}\pi$

D.  $3\pi$

10. 如图, 正三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  各条棱的长度均相等,  $D$  为  $AA_1$  的中点,  $M, N$  分别是线段  $BB_1$  和线段  $CC_1$  的动点 (含端点), 且满足  $BM = C_1N$ , 当  $M, N$  运动时, 下列结论中不正确的是



A. 在  $\triangle DMN$  内总存在与平面  $ABC$  平行的线段

B. 平面  $DMN \perp$  平面  $BCC_1B_1$

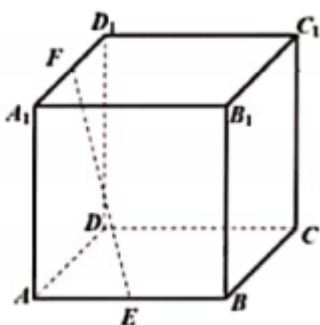
C. 三棱锥  $A_1 - DMN$  的体积为定值

D.  $\triangle DMN$  可能为直角三角形

11. 已知函数  $f(x) = \frac{1}{2}ax^2 - (x-1)e^x$  ( $a \in R$ ) 若对区间  $[0,1]$  内的任意实数  $x_1, x_2, x_3$ , 都有  $f(x_1) + f(x_2) \geq f(x_3)$ , 则实数  $a$  的取值范围是( )

- A.  $[1,2]$       B.  $[e,4]$       C.  $[1,4]$       D.  $[1,2) \cup [e,4]$

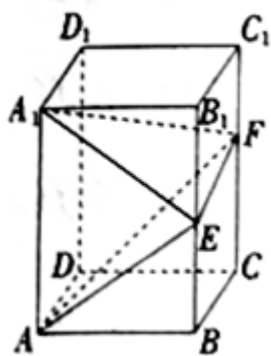
12. 如图所示, 正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱  $AB, A_1D_1$  的中点分别为  $E, F$ , 则直线  $EF$  与平面  $AA_1D_1D$  所成角的正弦值为 ( )



- A.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       B.  $\frac{\sqrt{30}}{6}$       C.  $\frac{\sqrt{6}}{6}$       D.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

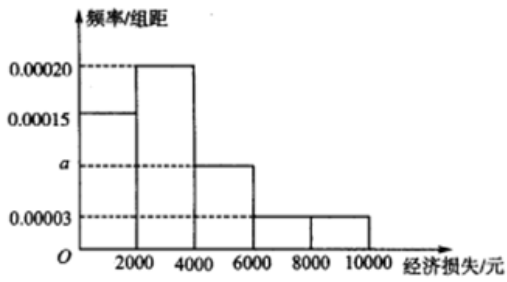
13. 如图, 在直四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中, 底面  $ABCD$  是平行四边形, 点  $E$  是棱  $BB_1$  的中点, 点  $F$  是棱  $CC_1$  靠近  $C_1$  的三等分点, 且三棱锥  $A_1 - AEF$  的体积为 2, 则四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的体积为\_\_\_\_\_.



14. 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $A, B$  为  $x$  轴正半轴上的两个动点,  $P$  (异于原点  $O$ ) 为  $y$  轴上的一个定点. 若以  $AB$  为直径的圆与圆  $x^2 + (y-2)^2 = 1$  相外切, 且  $\angle APB$  的大小恒为定值, 则线段  $OP$  的长为\_\_\_\_\_.

15. 由于受到网络电商的冲击, 某品牌的洗衣机在线下的销售受到影响, 承受了一定的经济损失, 现将  $A$  地区 200 家实体店该品牌洗衣机的月经济损失统计如图所示, 估算月经济损失的平均数为  $m$ , 中位数为  $n$ , 则

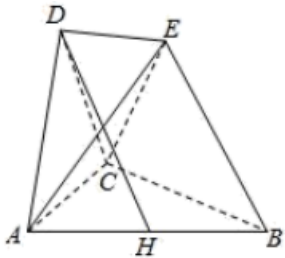
$m - n =$  \_\_\_\_\_.



16. 已知函数  $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$  ( $\omega \in \mathbf{N}$ ) 在  $[0, \pi]$  上仅有 2 个零点, 设  $g(x) = \sqrt{2}f\left(\frac{x}{2}\right) + f\left(x - \frac{\pi}{8}\right)$ , 则  $g(x)$  在区间  $[0, \pi]$  上的取值范围为\_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 如图, 空间几何体  $ABCDE$  中,  $\triangle ACD$  是边长为 2 的等边三角形,  $EB = EC = \sqrt{6}$ ,  $BC = 2\sqrt{3}$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ , 平面  $ACD \perp$  平面  $ABC$ , 且平面  $EBC \perp$  平面  $ABC$ ,  $H$  为  $AB$  中点.

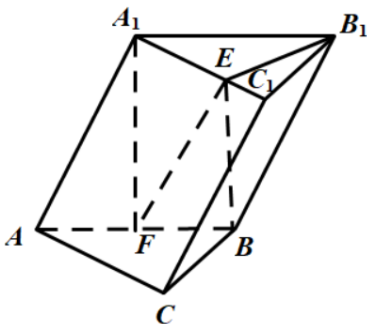


- (1) 证明:  $DH \parallel$  平面  $BCE$ ;
- (2) 求二面角  $E-AB-C$  平面角的余弦值.

18. (12 分) 已知  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $c > 0$  设函数  $f(x) = |x-b| + |x+c| + a$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .

- (1) 若  $a = b = c = 1$ , 求不等式  $f(x) > 5$  的解集;
- (2) 若函数  $f(x)$  的最小值为 1, 证明:  $\frac{1}{a+b} + \frac{4}{b+c} + \frac{9}{c+a} > 18(a+b+c)$ .

19. (12 分) 三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中, 平面  $AA_1B_1B \perp$  平面  $ABC$ ,  $AB = AA_1 = A_1B = 4$ ,  $BC = 2$ ,  $AC = 2\sqrt{3}$ , 点  $F$  为棱  $AB$  的中点, 点  $E$  为线段  $A_1C_1$  上的动点.



(1) 求证:  $EF \perp BC$ ;

(2) 若直线  $B_1E$  与平面  $A_1FC_1$  所成角为  $60^\circ$ , 求二面角  $E-BB_1-A_1$  的正切值.

20. (12分) 已知矩阵  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ , 若矩阵  $M = BA$ , 求矩阵  $M$  的逆矩阵  $M^{-1}$ .

21. (12分) 已知函数  $f(x) = e^x - x \ln x + ax$ ,  $f'(x)$  为  $f(x)$  的导数, 函数  $f'(x)$  在  $x = x_0$  处取得最小值.

(1) 求证:  $\ln x_0 + x_0 = 0$ ;

(2) 若  $x > x_0$  时,  $f(x) > 1$  恒成立, 求  $a$  的取值范围.

22. (10分) 已知椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1(-1, 0)$ 、 $F_2(1, 0)$ , 点  $P$  在椭圆  $E$  上,

$PF_2 \perp F_1F_2$  且  $|PF_1| = 3|PF_2|$ .

(I) 求椭圆  $E$  的标准方程;

(II) 设直线  $l: x = my + 1 (m \in \mathbb{R})$  与椭圆  $E$  相交于  $A$ 、 $B$  两点, 与圆  $x^2 + y^2 = a^2$  相交于  $C$ 、 $D$  两点, 求  $|AB| \cdot |CD|^2$  的取值范围.

## 参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、B

【解析】

设过点  $F_2(c, 0)$  作  $y = \frac{b}{a}x$  的垂线, 其方程为  $y = -\frac{a}{b}(x - c)$ , 联立方程, 求得  $x = \frac{a^2}{c}$ ,  $y = \frac{ab}{c}$ , 即  $P\left(\frac{a^2}{c}, \frac{ab}{c}\right)$ , 由

$|PF_1| = \sqrt{6}|OP|$ , 列出相应方程, 求出离心率.

【详解】

解: 不妨设过点  $F_2(c, 0)$  作  $y = \frac{b}{a}x$  的垂线, 其方程为  $y = -\frac{a}{b}(x - c)$ ,

$$\text{由} \begin{cases} y = \frac{b}{a}x \\ y = -\frac{a}{b}(x-c) \end{cases} \text{解得 } x = \frac{a^2}{c}, y = \frac{ab}{c}, \text{ 即 } P\left(\frac{a^2}{c}, \frac{ab}{c}\right),$$

$$\text{由 } |PF_1| = \sqrt{6}|OP|, \text{ 所以有 } \frac{a^2b^2}{c^2} + \left(\frac{a^2}{c} + c\right)^2 = 6\left(\frac{a^4}{c^2} + \frac{a^2b^2}{c^2}\right),$$

$$\text{化简得 } 3a^2 = c^2, \text{ 所以离心率 } e = \frac{c}{a} = \sqrt{3}.$$

故选: B.

**【点睛】**

本题主要考查双曲线的概念、直线与直线的位置关系等基础知识, 考查运算求解、推理论证能力, 属于中档题.

2、B

**【解析】**

利用双曲线的定义和条件中的比例关系可求.

**【详解】**

$$e = \frac{|F_1F_2|}{|PF_2| - |PF_1|} = \frac{5}{6-4} = \frac{5}{2}. \text{ 选 B.}$$

**【点睛】**

本题主要考查双曲线的定义及离心率, 离心率求解时, 一般是把已知条件, 转化为 a,b,c 的关系式.

3、A

**【解析】**

根据等比数列的性质可得  $a_5 \cdot a_9 = a_6 \cdot a_8 = a_7^2 = 36$ , 通分化简即可.

**【详解】**

由题意, 数列  $\{a_n\}$  为等比数列, 则  $a_5 \cdot a_9 = a_6 \cdot a_8 = a_7^2 = 36$ ,

又  $a_6 + a_7 + a_8 = 26$ , 即  $a_6 + a_8 = 26 - a_7$ ,

$$\begin{aligned} \text{所以, } \frac{1}{a_6} + \frac{1}{a_7} + \frac{1}{a_8} &= \frac{a_7 \cdot a_8 + a_6 \cdot a_8 + a_6 \cdot a_7}{a_6 \cdot a_7 \cdot a_8} = \frac{36 + a_7 \cdot (a_6 + a_8)}{36 \cdot a_7} = \frac{36 + a_7 \cdot (26 - a_7)}{36 \cdot a_7} \\ &= \frac{36 + a_7 \cdot (26 - a_7)}{36 \cdot a_7} = \frac{36 + 26 \cdot a_7 - a_7^2}{36 \cdot a_7} = \frac{36 + 26 \cdot a_7 - 36}{36 \cdot a_7} = \frac{26 \cdot a_7}{36 \cdot a_7} = \frac{13}{18}. \end{aligned}$$

故选: A.

**【点睛】**

本题考查了等比数列的性质，考查了推理能力与运算能力，属于基础题.

4、A

【解析】

设平面向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为  $\theta$ ，由已知条件得出  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ，在等式  $|\vec{a} + \vec{b}| = 2|\vec{a} - \vec{b}|$  两边平方，利用平面向量数量积的运算律可求得  $\cos \theta$  的值，即为所求.

【详解】

设平面向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为  $\theta$ ， $Q(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = a^2 - b^2 = |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 = 0$ ，可得  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ，

在等式  $|\vec{a} + \vec{b}| = 2|\vec{a} - \vec{b}|$  两边平方得  $a^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + b^2 = 4a^2 - 8\vec{a} \cdot \vec{b} + 4b^2$ ，化简得  $\cos \theta = \frac{3}{5}$ .

故选：A.

【点睛】

本题考查利用平面向量的模求夹角的余弦值，考查平面向量数量积的运算性质的应用，考查计算能力，属于中等题.

5、C

【解析】

化简复数为  $a + bi$  ( $a, b \in R$ ) 的形式，可以确定  $z$  对应的点位于的象限.

【详解】

解：复数  $z = \frac{2-i}{i} = \frac{(2-i)i}{i^2} = -(2i - i^2) = -1 - 2i$

故复数  $z$  对应的坐标为  $(-1, -2)$  位于第三象限

故选：C.

【点睛】

本题考查复数代数形式的运算，复数和复平面内点的对应关系，属于基础题.

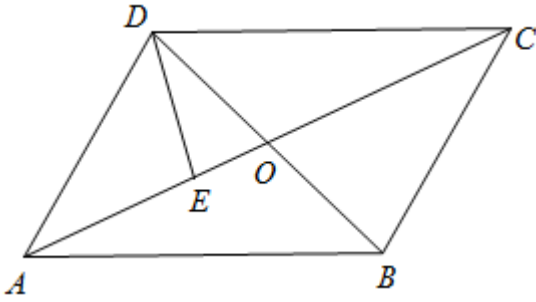
6、C

【解析】

画出图形，以  $\vec{AB}, \vec{AD}$  为基底将向量  $\vec{ED}$  进行分解后可得结果.

【详解】

画出图形，如下图.



选取  $\vec{AB}, \vec{AD}$  为基底, 则  $\vec{AE} = \frac{2}{3}\vec{AO} = \frac{1}{3}\vec{AC} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AD})$ ,

$$\therefore \vec{ED} = \vec{AD} - \vec{AE} = \vec{AD} - \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AD}) = \frac{2}{3}\vec{AD} - \frac{1}{3}\vec{AB}.$$

故选 C.

### 【点睛】

应用平面向量基本定理应注意的问题

(1) 只要两个向量不共线, 就可以作为平面的一组基底, 基底可以有无穷多组, 在解决具体问题时, 合理选择基底会给解题带来方便.

(2) 利用已知向量表示未知向量, 实质就是利用平行四边形法则或三角形法则进行向量的加减运算或数乘运算.

7、D

### 【解析】

由复数的综合运算求出  $z$ , 再写出其共轭复数, 然后由模的定义计算模.

### 【详解】

$$Q z = 1 + \frac{2i}{1+i} = 1 + \frac{2i(1-i)}{(1+i)(1-i)} = 2+i, \therefore \bar{z} = 2-i, \therefore |\bar{z}| = \sqrt{5}.$$

故选: D.

### 【点睛】

本题考查复数的运算, 考查共轭复数与模的定义, 属于基础题.

8、D

### 【解析】

根据演绎推理进行判断.

### 【详解】

由①②④可知甲乙丁都不在远古村寨, 必有丙同学去了远古村寨, 由③可知必有甲去了原始森林, 由④可知丁去了千丈瀑布, 因此游玩千丈瀑布景点的同学是丁.

故选: D.

### 【点睛】



本题考查演绎推理，掌握演绎推理的定义是解题基础.

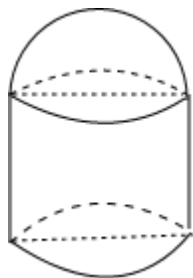
9、A

【解析】

由三视图还原原几何体如图，该几何体为组合体，上半部分为半球，下半部分为圆柱，半球的半径为 1，圆柱的底面半径为 1，高为 1. 再由球与圆柱体积公式求解.

【详解】

由三视图还原原几何体如图，



该几何体为组合体，上半部分为半球，下半部分为圆柱，

半球的半径为 1，圆柱的底面半径为 1，高为 1.

则几何体的体积为  $V = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi \times 1^3 + \pi \times 1^2 \times 1 = \frac{5\pi}{3}$ .

故选：A.

【点睛】

本题主要考查由三视图求面积、体积，关键是由三视图还原原几何体，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

10、D

【解析】

A 项用平行于平面 ABC 的平面与平面 MDN 相交，则交线与平面 ABC 平行；

B 项利用线面垂直的判定定理；

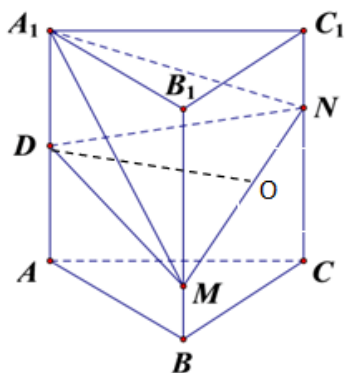
C 项三棱锥  $A_1 - DMN$  的体积与三棱锥  $N - A_1DM$  体积相等，三棱锥  $N - A_1DM$  的底面积是定值，高也是定值，则体积是定值；

D 项用反证法说明三角形 DMN 不可能是直角三角形.

【详解】

A 项，用平行于平面 ABC 的平面截平面 MND，则交线平行于平面 ABC，故正确；

B 项，如图：



当 M、N 分别在  $BB_1$ 、 $CC_1$  上运动时,若满足  $BM=CN$ ,则线段 MN 必过正方形  $BCC_1B_1$  的中心 O,由 DO 垂直于平面  $BCC_1B_1$  可得平面  $DMN \perp$  平面  $BCC_1B_1$ , 故正确;

C 项,当 M、N 分别在  $BB_1$ 、 $CC_1$  上运动时, $\Delta A_1DM$  的面积不变,N 到平面  $A_1DM$  的距离不变,所以棱锥  $N-A_1DM$  的体积不变,即三棱锥  $A_1-DMN$  的体积为定值,故正确;

D 项,若  $\Delta DMN$  为直角三角形,则必是以  $\angle MDN$  为直角的直角三角形,但 MN 的最大值为  $BC_1$ ,而此时 DM, DN 的长大于  $BB_1$ ,所以  $\Delta DMN$  不可能为直角三角形,故错误.

故选 D

### 【点睛】

本题考查了命题真假判断、棱柱的结构特征、空间想象力和思维能力,意在考查对线面、面面平行、垂直的判定和性质的应用,是中档题.

11、C

### 【解析】

分析: 先求导,再对 a 分类讨论求函数的单调区间,再画图分析转化对区间  $[0,1]$  内的任意实数  $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$ , 都有

$f(x_1) + f(x_2) \geq f(x_3)$ , 得到关于 a 的不等式组,再解不等式组得到实数 a 的取值范围.

详解: 由题得  $f'(x) = ax - [e^x + (x-1)e^x] = ax - xe^x = x(a - e^x)$ .

当  $a < 1$  时,  $f'(x) < 0$ , 所以函数  $f(x)$  在  $[0,1]$  单调递减,

因为对区间  $[0,1]$  内的任意实数  $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$ , 都有  $f(x_1) + f(x_2) \geq f(x_3)$ ,

所以  $f(1) + f(1) \geq f(0)$ ,

所以  $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a \geq 1$ ,

故  $a \geq 1$ , 与  $a < 1$  矛盾, 故  $a < 1$  矛盾.

当  $1 \leq a < e$  时, 函数  $f(x)$  在  $[0, \ln a]$  单调递增, 在  $(\ln a, 1]$  单调递减.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/727031013135010006>