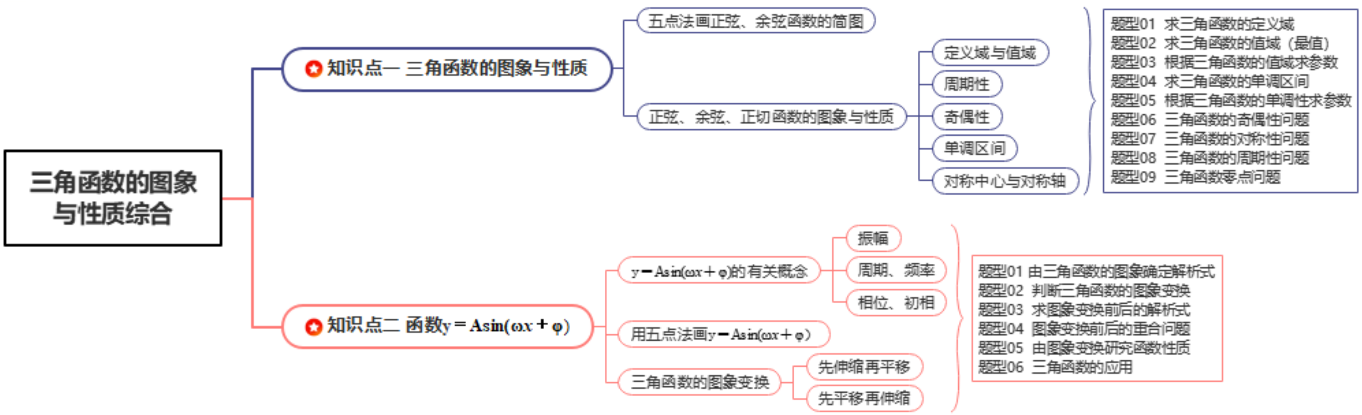
专题 06　三角函数的图象与性质综合

（思维构建+知识盘点+重点突破+方法技巧）

思维构建·理清脉络



知识盘点·查漏补缺

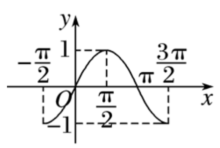
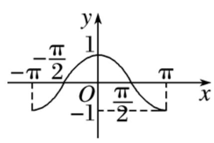
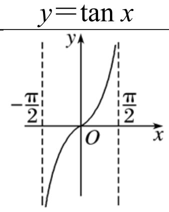
知识点 1　三角函数的图象与性质

1、用五点法作正弦函数和余弦函数的简图

(1)在正弦函数 $y=\sin x$，$x\in[0,2\pi]$的图象中，五个关键点是：$(0,0)$，$\left(\frac{\pi}{2},\ 1\right)$，$(\pi,\ 0)$，$\left(\frac{3\pi}{2},\ -1\right)$，$(2\pi,\ 0)$.

(2)在余弦函数 $y=\cos x$，$x\in[0,2\pi]$的图象中，五个关键点是：$(0,1)$，$\left(\frac{\pi}{2},\ 0\right)$，$(\pi,\ -1)$，$\left(\frac{3\pi}{2},\ 0\right)$，$(2\pi,\ 1)$.

2、正弦、余弦、正切函数的图象与性质(下表中 $k\in\mathbf{Z}$)

函数	$y=\sin x$	$y=\cos x$	$y=\tan x$
图象			
定义域	**R**	**R**	$\left\{x\middle\vert x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}\right\}$
值域	$[-1,1]$	$[-1,1]$	**R**
周期性	2π	2π	π
奇偶性	奇函数	偶函数	奇函数
递增区间	$\left[2k\pi-\frac{\pi}{2},\ 2k\pi+\frac{\pi}{2}\right]$	$[2k\pi-\pi,\ 2k\pi]$	$\left(k\pi-\frac{\pi}{2},\ k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$
递减区间	$\left[2k\pi+\frac{\pi}{2},\ 2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right]$	$[2k\pi,\ 2k\pi+\pi]$	无
对称中心	$(k\pi,\ 0)$	$\left(k\pi+\frac{\pi}{2},\ 0\right)$	$\left(\frac{k\pi}{2},\ 0\right)$

对称轴方程	$x=k\pi+\frac{\pi}{2}$	$x=k\pi$	无

知识点 2　函数 y=Asin(ωx＋φ)

1、y＝Asin(ωx＋φ)的有关概念

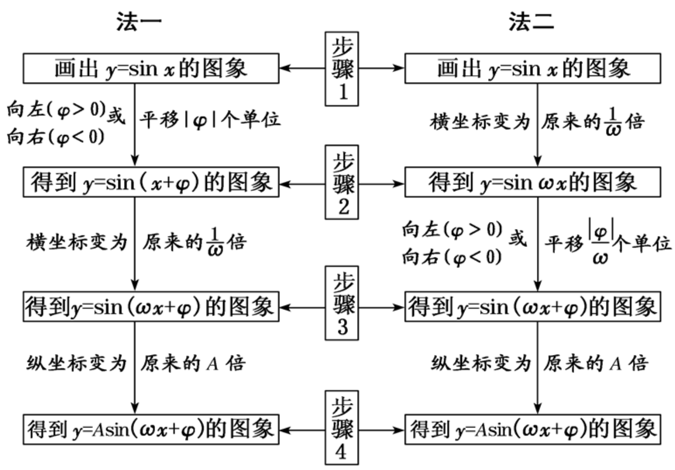
$y=A\sin(\omega x+\varphi)$	振幅	周期	频率	相位	初相
$(A>0，\omega>0)$	A	$T=\frac{2\pi}{\omega}$	$f=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi}$	$\omega x+\varphi$	φ

2、用五点法画 $y=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0，\omega>0)$

$\omega x+\varphi$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
x	$-\frac{\varphi}{\omega}$	$\frac{\pi}{2\omega}-\frac{\varphi}{\omega}$	$\frac{\pi-\varphi}{\omega}$	$\frac{3\pi}{2\omega}-\frac{\varphi}{\omega}$	$\frac{2\pi-\varphi}{\omega}$
$y=A\sin(\omega x+\varphi)$	0	A	0	$-A$	0

3、三角函数的图象变换

由函数 $y=\sin x$ 的图象通过变换得到 $y=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0，\omega>0)$的图象的两种方法



重点突破·高分必抢

重难点 01　利用三角函数的单调性求参数

1、子集法：求出原函数的相应单调区间，由已知区间是所求某区间的子集，列不等式(组)求解；

2、反子集法：由所给区间求出整体角的范围，由该范围是某相应正、余弦函数的某个单调区间的子集，列不等式(组)求解；

3、周期性法：由所给区间的两个端点到其相应对称中心的距离不超过$\frac{1}{4}$周期列不等式(组)求解。

【典例 1】（23-24 高三下·江西宜春·模拟预测）已知函数 $f(x)=\cos\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{3},\pi\right]$ 上单调递减，则 ω 的取值范围是__________.

【答案】$\left[\frac{1}{2},\frac{7}{6}\right]$

【解析】因为$f(x)$在区间$\left[\frac{\pi}{3},\pi\right]$上单调递减，所以$\frac{T}{2}\geq\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}$，

则$T\geq\frac{4\pi}{3}$，即$\frac{2\pi}{\omega}\geq\frac{4\pi}{3}$，所以$0<\omega\leq\frac{3}{2}$，

因为$x\in\left[\frac{\pi}{3},\pi\right]$，$\omega>0$，所以$\omega x-\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\omega\pi}{3}-\frac{\pi}{6},\omega\pi-\frac{\pi}{6}\right]$，

因为$0<\omega\leq\frac{3}{2}$，所以$\frac{\omega\pi}{3}-\frac{\pi}{6}\in\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right]$，$\omega\pi-\frac{\pi}{6}\in\left(-\frac{\pi}{6},\frac{4\pi}{3}\right]$，

因为$f(x)$在区间$\left[\frac{\pi}{3},\pi\right]$上单调递减，

所以$\begin{cases}\frac{\omega\pi}{3}-\frac{\pi}{6}\geq 0\\ \omega\pi-\frac{\pi}{6}\leq\pi\end{cases}$，解得$\frac{1}{2}\leq\omega\leq\frac{7}{6}$，所以$\omega$的取值范围为$\left[\frac{1}{2},\frac{7}{6}\right]$.

【典例 2】（23-24 高三下·黑龙江双鸭山·模拟预测）已知函数$f(x)=-\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$在区间$\left(\frac{\pi}{3},\pi\right)$上单调递减，则$\omega$的取值范围是____________.

【答案】$\left(0,\frac{3}{4}\right]$

【解析】当$x\in\left(\frac{\pi}{3},\pi\right)$时，$\frac{\omega\pi}{3}-\frac{\pi}{4}<\omega x-\frac{\pi}{4}<\omega\pi-\frac{\pi}{4}$，

又$y=-\sin x$的单调递减区间为$\left[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right](k\in Z)$，

所以$\begin{cases}\frac{\omega\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\geq 2k\pi-\frac{\pi}{2}\\ \omega\pi-\frac{\pi}{4}\leq 2k\pi+\frac{\pi}{2}\end{cases}(k\in\mathbf{Z})$，解得$6k-\frac{3}{4}\leq\omega\leq 2k+\frac{3}{4}(k\in Z)$，

且$2k+\frac{3}{4}\geq 6k-\frac{3}{4}(k\in Z)$，解得$k\leq\frac{3}{8}$，又$\omega>0$，

所以$k=0$，所以ω的取值范围为$\left(0,\frac{3}{4}\right]$.

重难点 02　与函数零点或方程的根有关的参数问题

因为$f(x)=Asin(\omega x+\varphi)$的最小正周期是$T=\frac{2\pi}{|\omega|}$，所以$\omega=\frac{2\pi}{T}$，也就是说只要确定了周期 T，就可以确定$\omega$的取值. 对于区间长度为定值的动区间，若区间上至少含有 k 个零点，需要确定含有 k 个零点的区间长度，一般和周期相关，若在在区间至多含有 k 个零点，需要确定包含 k+1 个零点的区间长度的最小值.

【典例 1】（23-24 高三下·河北沧州·月考）已知函数 $y=\sin^2\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)-\frac{1}{4}(\omega>0)$ 在区间$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上有且仅有 3 个零点，则实数$\omega$的取值范围是（　）

A. $(2,4)$　　B. $\left(\frac{8}{3},4\right)$　　C. $\left(\frac{8}{3},4\right]$　　D. $(2,4]$

【答案】C

【解析】由 $y=\sin^2\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)-\frac{1}{4}(\omega>0)$ 可得 $y=-\frac{1}{2}\cos\left(2\omega x-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{1}{4}$，

令 $-\frac{1}{2}\cos\left(2\omega x-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{1}{4}=0\Rightarrow\cos\left(2\omega x-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}\Rightarrow 2\omega x-\frac{\pi}{3}=\pm\frac{\pi}{3}+2k\pi,k\in Z$，

所以 $x=\frac{(3k+1)\pi}{3\omega}$ 或 $x=\frac{k\pi}{\omega},k\in Z$，

故函数的正零点从小到大排列为：$\frac{\pi}{3\omega},\frac{3\pi}{3\omega},\frac{4\pi}{3\omega},\frac{6\pi}{3\omega},\frac{7\pi}{3\omega},\cdots$，

要使在区间$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上有且仅有 3 个零点，需要满足$\frac{4\pi}{3\omega}<\frac{\pi}{2}$且$\frac{6\pi}{3\omega}\geq\frac{\pi}{2}$，解得$\frac{8}{3}<\omega\leq 4$，故选：C

【典例 2】（23-24 高三下·湖北·二模）已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$（$\omega>0$，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$）的最小正周期为 T，$f\left(\frac{T}{6}\right)=f\left(\frac{T}{3}\right)$，若 $f(x)$ 在$[0,1]$内恰有 10 个零点则ω的取值范围是________.

【答案】$[9\pi,10\pi)$

【解析】函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$（$\omega>0$，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$）的周期为$T=\frac{2\pi}{\omega}$，

又 $f\left(\frac{T}{6}\right)=f\left(\frac{T}{3}\right)$，所以 $f\left(\frac{\pi}{3\omega}\right)=f\left(\frac{2\pi}{3\omega}\right)$，

所以 $\sin\left(\omega\times\frac{\pi}{3\omega}+\varphi\right)=\sin\left(\omega\times\frac{2\pi}{3\omega}+\varphi\right)$，即 $\sin\left(\frac{\pi}{3}+\varphi\right)=\sin\left(\frac{2\pi}{3}+\varphi\right)$，

因为$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以$\frac{\frac{\pi}{3}+\varphi+\frac{2\pi}{3}+\varphi}{2}=\frac{\pi}{2}$，解得 $\varphi=0$，

所以 $f(x)=\sin\omega x$，因为 $x\in[0,1]$，所以 $0\leq\omega x\leq\omega$，

要使 $f(x)$ 在$[0,1]$内恰有 10 个零点，则$9\pi\leq\omega<10\pi$.

所以ω的取值范围是$[9\pi,10\pi)$.

重难点 03 利用三角函数的对称性（奇偶性）求参数

（1）三角函数两条相邻对称轴或两个相邻对称中心之间的“水平间隔”为$\frac{T}{2}$，相邻的对称轴和对称中心之间的“水平间隔”为$\frac{T}{4}$，也就是说，我们可以根据三角函数的对称性来研究其周期性，进而可以研究ω的取值。

（2）三角函数的对称轴比经过图象的最高点或最低点，函数的对称中心就是其图象与x轴的交点（零点），也就是说我们可以利用函数的最值、零点之间的“差距”来确定其周期，进而可以确定ω的取值.

【典例 1】（23-24 高三下·黑龙江·三模）已知函数$f\left(x\right)=\cos\left(\omega x-\frac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$在区间$\left[0,2\pi\right]$内恰有 3 条对称轴，则$\omega$的取值范围是（　）

A．$\left[\frac{7}{8},\frac{15}{8}\right]$　　B．$\left[\frac{5}{8},\frac{9}{8}\right)$　　C．$\left(\frac{5}{8},\frac{13}{8}\right]$　　D．$\left[\frac{9}{8},\frac{13}{8}\right)$

【答案】D

【解析】因为$0\leqslant x\leqslant 2\pi$，所以$-\frac{\pi}{4}\le\omega x-\frac{\pi}{4}\le 2\omega\pi-\frac{\pi}{4}$，

又函数$f\left(x\right)=\cos\left(\omega x-\frac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$在区间$\left[0,2\pi\right]$恰有 3 条对称轴，

所以$2\pi\le 2\omega\pi-\frac{\pi}{4}<3\pi$，解得$\frac{9}{8}\le\omega<\frac{13}{8}$，故选：D.

【典例 2】（23-24 高三上·福建漳州·月考）已知函数$f(x)=\cos\omega x-\sqrt{3}\sin\omega x$（ω>0)，若$f$（$x$）在区间$\left[0,2\pi\right]$上有且仅有 3 个零点和 2 条对称轴，则 ω 的取值范围是（　）

A．$\left[\frac{5}{6},\frac{4}{3}\right)$　　B．$\left[\frac{13}{12},\frac{19}{12}\right)$　　C．$\left[\frac{4}{3},\frac{19}{12}\right)$　　D．$\left[\frac{13}{12},\frac{4}{3}\right)$

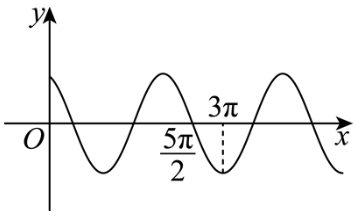
【答案】D

【解析】函数$f(x)=\cos\omega x-\sqrt{3}\sin\omega x=2\left(\frac{1}{2}\cos\omega x-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\omega x\right)=2\cos\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$，

因为$x\in[0,2\pi]$，所以$\omega x+\frac{\pi}{3}\in\left[\frac{\pi}{3},2\pi\omega+\frac{\pi}{3}\right]$，

由于函数$f(x)$在区间$[0,2\pi]$上有且仅有 3 个零点和 2 条对称轴，

根据函数的图像：



所以$\dfrac{5\pi}{2}\le 2\pi\omega+\dfrac{\pi}{3}<3\pi$，整理得：$\omega\in\left[\dfrac{13}{12},\dfrac{4}{3}\right)$．故选：D.

重难点 04　与图象平移有关的参数范围问题

1、平移后与原图象重合

思路 1：平移长度即为原函数周期的整倍数；

思路 2：平移前的函数 $f(x)$=平移后的函数 $g(x)$.

2、平移后与新图象重合：平移后的函数 $f(x)$=新的函数 $g(x)$.

3、平移后的函数与原图象关于 y 轴对称：平移后的函数为偶函数；

4、平移后的函数与原函数关于 x 轴对称：平移前的函数 $f(x)$=平移后的函数- $g(x)$；

5、平移后过定点：将定点坐标代入平移后的函数中。

【典例 1】（23-24 高三下·内蒙古赤峰·开学考试）将函数 $f(x)=\sin\left(\omega x-\dfrac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$ 的图象向左平移$\dfrac{\pi}{4}$个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象，若 $g(x)$ 在$\left(-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{3\pi}{4}\right)$上单调递增，则 ω 的最大值为（　）

A．$\dfrac{3}{5}$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{3}{4}$　　D．1

【答案】C

【解析】由题意 $g(x)=f\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{4}\omega-\dfrac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$，

令 $t(x)=\omega x+\dfrac{\pi}{4}\omega-\dfrac{\pi}{4}$，显然 t 关于 x 单调递增，且 $t\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=-\dfrac{\pi}{4}\ge-\dfrac{\pi}{2},t\left(\dfrac{3\pi}{4}\right)=\pi\omega-\dfrac{\pi}{4}$，

若 $g(x)$ 在$\left(-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{3\pi}{4}\right)$上单调递增，则 $t\left(\dfrac{3\pi}{4}\right)=\pi\omega-\dfrac{\pi}{4}\le\dfrac{\pi}{2}$，解得 $\omega\le\dfrac{3}{4}$，

即 ω 的最大值为$\dfrac{3}{4}$.故选：C.

【典例 2】（23-24 高三上·江苏镇江·月考）将函数 $f(x)=\cos 2x$ 的图象向右平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位长度后，再将使得图象上所有点的横坐标缩短为原来的$\dfrac{1}{\omega}$（$\omega>1$）得到函数 $g(x)$ 的图象，若在区间 $[0,p)$ 内有 5 个零点，则

ω的取值范围是____.

【答案】$\left(\frac{29}{12},\frac{35}{12}\right]$

【解析】将函数$f\left(x\right)=\cos 2x$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，

得到$f\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left[2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\right]=\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$的图象，

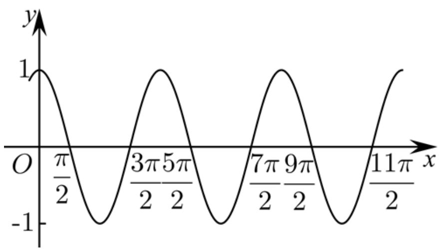
再将所得图象上所有点的横坐标缩短为原来的$\frac{1}{\omega}(\omega>1)$，得到函数$g\left(x\right)=\cos\left(2\omega x-\frac{\pi}{3}\right)$的图象.

$x\in\left[0,\pi\right)$时，$2\omega x-\frac{\pi}{3}\in\left[-\frac{\pi}{3},2\omega\pi-\frac{\pi}{3}\right)$，

$y=\cos x$在y轴右方的零点为$x=\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2},\frac{5\pi}{2},\frac{7\pi}{2},\frac{9\pi}{2},\frac{11\pi}{2},\cdots$

因为函数$g\left(x\right)$的图象在区间$\left[0,\pi\right)$内有 5 个零点，

所以$\frac{9\pi}{2}<2\omega\pi-\frac{\pi}{3}\leq\frac{11\pi}{2}$，解得$\frac{29}{12}<\omega\leqslant\frac{35}{12}$.



重难点 05　根据三角函数的最值求参数

若已知三角函数的最值，则可利用三角函数的最值与对称轴或周期的关系，列出关于参数的不等式(组)，进而求解.

【典例 1】（23-24 高三下·浙江·三模）若函数 $f\left(x\right)=\sin\left(\omega x\right)+\cos x$ 的最大值为 2，则常数 ω 的取值可以为（　）

A．1　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{4}$

【答案】D

【解析】因为函数$y=\cos x$的最大值为 1，$y=\sin\left(\omega x\right)$的最大值为 1，

由题意可知，$y=\cos x$取得最大值 1 时，$y=\sin\left(\omega x\right)$也取得最大值 1，

即当$x=2k\pi,k\in Z$时，$\omega\cdot 2k\pi=\frac{\pi}{2}+2k'\pi$，$k,k'\in Z$，

得 $\omega=\frac{1}{4k}+\frac{k'}{k}$，$k,k'\in Z$，$k\neq 0$，

当 $k=1,k'=0$ 时，$\omega=\frac{1}{4}$，其他值不满足等式.故选：D

【典例 2】（23-24 高三下·山东济宁·三模）已知函数 $f(x)=(\sqrt{3}\sin x+\cos x)\cos x-\frac{1}{2}$，若 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{4},m]$ 上的值域为 $[-\frac{\sqrt{3}}{2},1]$，则实数 m 的取值范围是（　）

A．$[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2})$　　B．$[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}]$　　C．$[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{12})$　　D．$\left[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{12}\right]$

【答案】D

【解析】依题意，函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin x\cos x+\cos^2 x-\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 2x=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$，

当 $x\in[-\frac{\pi}{4},m]$ 时，$2x+\frac{\pi}{6}\in[-\frac{\pi}{3},2m+\frac{\pi}{6}]$，显然 $\sin(-\frac{\pi}{3})=\sin\frac{4\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2},\sin\frac{\pi}{2}=1$，

且正弦函数 $y=\sin x$ 在 $[\frac{\pi}{2},\frac{4\pi}{3}]$ 上单调递减，由 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{4},m]$ 上的值域为 $[-\frac{\sqrt{3}}{2},1]$，

得 $\frac{\pi}{2}\le 2m+\frac{\pi}{6}\le\frac{4\pi}{3}$，解得 $\frac{\pi}{6}\le m\le\frac{7\pi}{12}$，

所以实数 m 的取值范围是 $\left[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{12}\right]$.故选：D

方法技巧·逆袭学霸

一、三角函数定义域的求法

求三角函数定义域实际上是构造简单的三角不等式(组)，常借助三角函数图象来求解.

【注意】解三角不等式时要注意周期，且 $k\in Z$ 不可以忽略.

【典例 1】（23-24 高三上·全国·专题练习）函数 $y=\sqrt{2\sin x-\sqrt{3}}$ 的定义域为（　）

A．$\left[\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$　　B．$\left[2k\pi+\frac{\pi}{3},2k\pi+\frac{2\pi}{3}\right](k\in \mathbf{Z})$

C．$\left(2k\pi+\frac{\pi}{3},2k\pi+\frac{2\pi}{3}\right)(k\in \mathbf{Z})$　　D．$\left[k\pi+\frac{\pi}{3},k\pi+\frac{2\pi}{3}\right](k\in \mathbf{Z})$

【答案】B

【解析】由 $2\sin x-\sqrt{3}\geq 0$ 得 $\sin x\geq \frac{\sqrt{3}}{2}$，

解得 $\frac{\pi}{3}+2k\pi\leq x\leq \frac{2}{3}\pi+2k\pi\left(k\in\mathbf{Z}\right)$.故选：B.

【典例 2】（23-24 高三上·河南新乡·月考）函数 $f(x)=\lg(\sin x)+\sqrt{2\cos x-1}+\tan 2x$ 的定义域为______.（用区间表示结果）

【答案】$\left(2k\pi,2k\pi+\frac{\pi}{4}\right)\cup\left(2k\pi+\frac{\pi}{4},2k\pi+\frac{\pi}{3}\right]\left(k\in\mathbf{Z}\right)$

【解析】要使函数 $f(x)=\lg(\sin x)+\sqrt{2\cos x-1}+\tan 2x$ 有意义，

只需 $\begin{cases}\sin x>0\\ 2\cos x-1\geq 0\\ \tan 2x\text{有意义}\end{cases}$，所以 $\begin{cases}2k\pi<x<2k\pi+\pi\\ 2k\pi-\frac{\pi}{3}\leq x\leq 2k\pi+\frac{\pi}{3}\\ 2x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}\end{cases}$，$k\in\mathbf{Z}$，

即 $\begin{cases}2k\pi<x<2k\pi+\pi\\ 2k\pi-\frac{\pi}{3}\leq x\leq 2k\pi+\frac{\pi}{3}\\ x\neq \frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\end{cases}$，$k\in\mathbf{Z}$，

所以 $2k\pi<x<2k\pi+\frac{\pi}{4}$ 或 $2k\pi+\frac{\pi}{4}<x\leq 2k\pi+\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}$，

所以函数 $f\left(x\right)$ 的定义域为 $\left(2k\pi,2k\pi+\frac{\pi}{4}\right)\cup\left(2k\pi+\frac{\pi}{4},2k\pi+\frac{\pi}{3}\right]\left(k\in\mathbf{Z}\right)$.

二、三角函数值域或最值的 3 种求法

1、直接法：形如 $y=a\sin x+k$ 或 $y=a\cos x+k$ 的三角函数，直接利用 $\sin x$，$\cos x$ 的值域求出；

2、化一法：形如 $y=a\sin x+b\cos x+k$ 的三角函数，化为 $y=A\sin(\omega x+\varphi)+k$ 的形式，确定 $\omega x+\varphi$ 的范围，根据正弦函数单调性写出函数的值域(最值)；

3、换元法：

（1）形如 $y=a\sin^2x+b\sin x+k$ 的三角函数，可先设 $\sin x=t$，化为关于 t 的二次函数求值域(最值)；

（2）形如 $y=a\sin x\cos x+b(\sin x\pm\cos x)+c$ 的三角函数，可先设 $t=\sin x\pm\cos x$，化为关于 t 的二次函数求值域(最值)

【典例 1】（23-24 高三下·广东湛江·二模）函数 $f\left(x\right)=4\sin\left(5x-\frac{\pi}{6}\right)$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{5}\right]$ 上的值域为（ ）