

浙江省浙附玉泉校区 2023-2024 学年高一下学期期中数学试题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

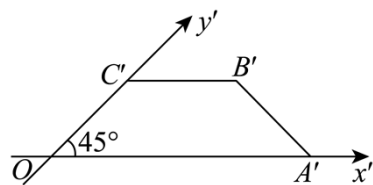
一、单选题

- 下列命题中不正确的是 ()
 - 圆柱、圆锥、圆台的底面都是圆面
 - 正四棱锥的侧面都是正三角形
 - 用平行于圆锥底面的平面截圆锥, 截面与底面之间的部分是圆台
 - 以直角梯形垂直于底边的腰所在的直线为旋转轴, 另一腰和两底边旋转一周所围成的几何体是圆台

- 若 α 是第四象限角, 则复数 $z = \sin \alpha + i \cos \alpha$ 在复平面内所对应的点在第几象限 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

- 如图, 一个水平放置的平面图形的直观图是一个底角为 45° 的等腰梯形, 已知直观图 $OA'B'C'$ 中, $B'C' = 1, OC' = \sqrt{2}$, 则该平面图形的面积为 ()



A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 2 C. $2\sqrt{2}$ D. $4\sqrt{2}$

- 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$, 设 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AC} = \mathbf{b}$, 则 ()

A. $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\mathbf{a} + \frac{2}{3}\mathbf{b}$ B. $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\mathbf{a} - \frac{1}{3}\mathbf{b}$ C. $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\mathbf{a} + \frac{1}{3}\mathbf{b}$ D. $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\mathbf{a} - \frac{2}{3}\mathbf{b}$

- 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 2\sqrt{3}, b = 6, A = \frac{\pi}{6}$, 则此三角形 ()

A. 无解 B. 一解 C. 两解 D. 解的个数不确定

- 已知圆锥的母线长为 3, 若轴截面为等腰直角三角形, 则圆锥的表面积为 ()

A. $(3+3\sqrt{2})\pi$ B. $\frac{(9+9\sqrt{2})\pi}{2}$ C. $(4+6\sqrt{2})\pi$ D. $(6+6\sqrt{2})\pi$

- 已知 $\mathbf{a} = (1, 1), \mathbf{b} = (-2, 1)$, 则 $\mathbf{b}$ 在 $\mathbf{a}$ 上的投影向量为 ()

- A. $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ B. $(-1, -1)$ C. $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ D. $(1, 1)$

8. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为 A, B, C 的对边, O 为 $\triangle ABC$ 的外心, 且有 $AB + BC = \frac{2\sqrt{3}}{3}AC$,

$\sin C(\cos A - \sqrt{3}) + \cos C \sin A = 0$, 若 $\vec{AO} = x\vec{AB} + y\vec{AC}$, $x, y \in R$, 则 $x - y =$

- A. -2 B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $-\sqrt{3}$

二、多选题

9. 已知向量 $\vec{a} = (-2, 1)$, $\vec{b} = (1, t)$, 则下列说法正确的是 ()

- A. 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 t 的值为 -2
 B. $|\vec{a} + \vec{b}|$ 的最小值为 1
 C. 若 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$, 则 t 的值为 2
 D. 若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为钝角, 则 t 的取值范围是 $t < 2$

10. 设 z_1, z_2 为复数, 则下列结论中正确的是 ()

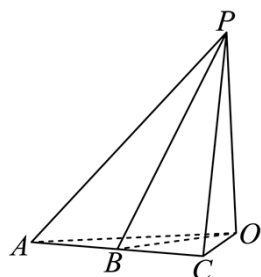
- A. 若 $\frac{1}{z_1}$ 为虚数, 则 z_1 也为虚数
 B. 若 $|z_1 + i| = 1$, 则 $|z_1|$ 的最大值为 $\sqrt{2}$
 C. $|z_1 z_2| = |z_1 \overline{z_2}|$
 D. $|z_1 - z_2| \leq |z_1| + |z_2|$

11. 设点 O 是 $\triangle ABC$ 所在平面内一点, 则下列说法正确的是 ()

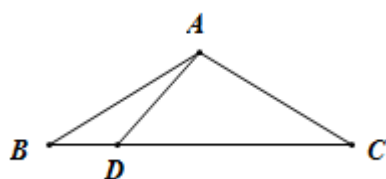
- A. 若 $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0}$, 则 O 为 $\triangle ABC$ 的重心;
 B. 若 $(\vec{OA} + \vec{OB}) \cdot \vec{AB} = (\vec{OB} + \vec{OC}) \cdot \vec{BC} = 0$, 则 O 为 $\triangle ABC$ 的垂心;
 C. 若 $\left(\frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|} + \frac{\vec{AC}}{|\vec{AC}|}\right) \cdot \vec{BC} = 0, \frac{\vec{BA}}{|\vec{BA}|} \cdot \frac{\vec{BC}}{|\vec{BC}|} = \frac{1}{2}$, 则 $\triangle ABC$ 为等边三角形;
 D. 若 $\vec{OA} + 2\vec{OB} + 3\vec{OC} = \vec{0}$, 则 $\triangle BOC$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比为 $S_{\triangle BOC} : S_{\triangle ABC} = 1 : 6$.

三、填空题

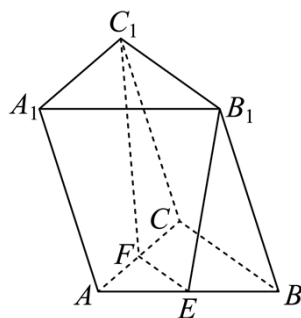
．石家庄电视塔坐落于石家庄世纪公园内，为全钢构架.电视塔以“宝石”为创造母体，上、下塔楼由九层塔身相连接，寓意登九天，象征丰厚的古文明孕育出灿烂的现代文明.如图，选取了与石家庄电视塔塔底 O 在同一平面内的三个测量基点 A, B, C ，且在 A, B, C 处测得该塔顶点 P 的仰角分别为 $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$ ， $AB = BC = \frac{280\sqrt{6}}{3}$ 米，则石家庄电视塔的塔高 OP 为_____米.



13. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=2$ ， $BC=2\sqrt{3}$ ，点 D 在 BC 边上， $\angle ADC=45^\circ$ ，则 AD 的长度等于_____.



14. 如图所示，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，若 E, F 分别为 AB, AC 的中点，平面 EB_1C_1F 将三棱柱分成两部分，其中 V_1 是三棱台 $AEF-A_1B_1C_1$ 的体积， V_2 是多面体 $BCFEB_1C_1$ 的体积，则 $V_1:V_2$ 的值是_____.



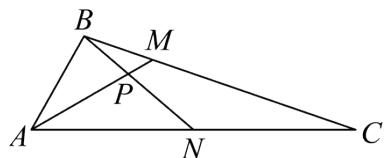
四、解答题

15. 已知 $m \in \mathbb{R}$ ， i 为虚数单位，复数 $z = m - 6 + (m^2 + 2m - 3)i$.

(1) 若 $z \in \mathbb{R}$ ，求 m 的值；

(2)若复数 z 对应的点在第三象限，求 m 的取值范围.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB=2$, $AC=6$, $\angle BAC=60^\circ$, AC 边上的中线为 BN , M 为 BC 边上靠近 B 的四等分点, 连接 AM 交 BN 于点 P .

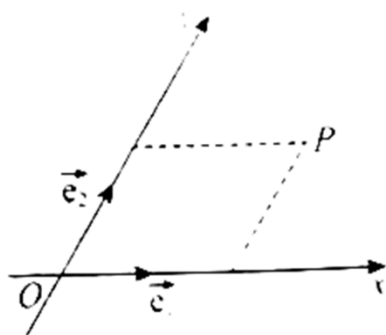


(1)用 $\vec{AB}$ 与 $\vec{AC}$ 表示 $\vec{AM}$, 并计算 AM 的长;

(2)求 $\angle NPM$ 的余弦值.

17. 如图, 在平面斜坐标系 xOy 中, $\angle xOy=60^\circ$, 平面上任一点 P 的斜坐标定义如下: 若 $\vec{OP}=xe_1+ye_2$ (其中 e_1 , e_2 分别为与 x 轴, y 轴同方向的单位向量), 则点 P 的斜坐标为

(x,y) . 此时有 $\vec{OA}=(1,2)$, $\vec{OB}=(m,4)$, 试在该斜坐标系下探究以下问题:



(1)若 $m=3$, 求 $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ 的值;

(2)求与 $\vec{OA}$ 垂直的单位向量的坐标.

18. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $b\cos C + c\cos B = 2\sqrt{3}\sin A$.

(1)求 $\triangle ABC$ 外接圆的面积;

(2)记 $\triangle ABC$ 内切圆的半径为 r , 若 $B=\frac{\pi}{3}$, $b=2\sqrt{3}r$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. “费马点”是由十七世纪法国数学家费马提出并征解的一个问题. 该问题是: “在一个三角形内求作一点, 使其与此三角形的三个顶点的距离之和最小.”意大利数学家托里拆利给出了解答, 当 $\triangle ABC$ 的三个内角均小于 120° 时, 使得 $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 120^\circ$ 的点 O 即为费马点; 当 $\triangle ABC$ 有一个内角大于或等于 120° 时, 最大内角的顶点为费马点. 试用以上知识解决下面问题: 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,

(1)若 $c\sin C - a\sin A = (c-b)\sin B$,

①求 A ;

②若 $bc=2$ ，设点 P 为 $\triangle ABC$ 的费马点，求 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{PA}$ ；

(2)若 $\cos 2B + \cos 2C - \cos 2A = 1$ ，设点 P 为 $\triangle ABC$ 的费马点， $|\overrightarrow{PB}| + |\overrightarrow{PC}| = t|\overrightarrow{PA}|$ ，求实数 t 的最小值.

参考答案:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	B	D	A	C	B	A	A	BC	ACD
题号	11									
答案	ACD									

1. B

【分析】由正四棱锥的概念判断 B；由旋转体的结构特征判断 A、C、D.

【详解】对于 A：圆柱、圆锥、圆台的底面都是圆面，故 A 正确；

对于 B：正四棱锥的侧面都是等腰三角形，不一定是正三角形，故 B 错误；

对于 C：用平行于圆锥底面的平面截圆锥，截面与底面之间的部分是圆台，故 C 正确；

对于 D：以直角梯形垂直于底边的腰所在的直线为旋转轴，另一腰和两底边旋转一周所围成的几何体是圆台，故 D 正确.

故选：B.

2. B

【分析】先判断 $\sin \alpha < 0, \cos \alpha > 0$ ，再根据复数的几何意义即可求解.

【详解】因为 α 是第四象限角，所以 $\sin \alpha < 0, \cos \alpha > 0$ ，

所以复数 $z = \sin \alpha + i \cos \alpha$ 在复平面内所对应的点 $(\sin \alpha, \cos \alpha)$ 在第二象限.

故选：B

3. D

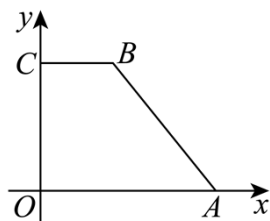
【分析】根据直观图与原平面图形的关系作出原平面图形，求出相应边长后计算面积.

【详解】作出原来的平面图形 $OABC$ ，如图， $OC = 2OC' = 2\sqrt{2}$ ， $BC = B'C' = 1$ ，

在题设等腰梯形 $OA'B'C'$ 中， $OA' = \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2 + 1 = 3$ ，因此 $OA = 3$ ，

所以 $S_{OABC} = \frac{1}{2} \times (1+3) \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$.

故选：D.



4. A

【分析】根据给定条件，利用向量的线性运算求解即得.

【详解】由 $\vec{BD} = 2\vec{DC}$ ，得 $\vec{AD} - \vec{AB} = 2(\vec{AC} - \vec{AD})$ ，即 $3\vec{AD} = \vec{AB} + 2\vec{AC}$ ，

所以 $\vec{AD} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$.

故选：A

5. C

【分析】根据正弦定理，结合三角形中大边对大角性质进行求解即可.

【详解】由正弦定理可知： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{6}{\sin B} \Rightarrow \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

因为 $a < b$ ，所以 $A < B$ ，

又因为 $B \in (0, \pi)$ ，所以 $B = \frac{\pi}{3}$ ，或 $B = \frac{2\pi}{3}$ ，因此此三角形有两解，

故选：C

6. B

【分析】求得圆锥的底面半径，进而求得圆锥的表面积.

【详解】依题意，圆锥的母线长为 3，轴截面为等腰直角三角形，

所以圆锥的底面半径为 $r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ ，

所以圆锥的表面积为 $\pi \times \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \pi \times \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 3 = \frac{(9+9\sqrt{2})\pi}{2}$.

故选：B

7. A

【分析】由向量的投影向量公式直接求得.

【详解】依题意 $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 上的投影向量为

$$\frac{\vec{b} \cdot \vec{a}}{|\vec{a}|^2} \cdot \vec{a} = \frac{-2+1}{2} \cdot (1,1) = -\frac{1}{2}(1,1) = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right).$$

故选：A.

8. A

【分析】由 $\vec{AB} + \vec{BC} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\vec{AC}$ ，利用正弦定理得到 $c + a = \frac{2\sqrt{3}}{3}b$ ，再由

$\sin C(\cos A - \sqrt{3}) + \cos C \sin A = 0$ ，运用三角函数的和角公式和正弦定理得到 $b = \sqrt{3}c$

，进而得到 $a=c$ ，然后利用余弦定理，求得角 B, A, C ，再由 $\overrightarrow{AO} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ 的两边点乘 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ ，运用平面向量数量积的定义和性质，得到 x, y 的方程组求解。

【详解】因为 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\overrightarrow{AC}$ ，

$$\text{所以 } c + a = \frac{2\sqrt{3}}{3}b,$$

$$\text{又因为 } \sin C(\cos A - \sqrt{3}) + \cos C \sin A = 0,$$

$$\text{所以 } \sin C \cos A + \cos C \sin A = \sqrt{3} \sin C,$$

$$\text{所以 } \sin(C + A) = \sqrt{3} \sin C,$$

$$\text{所以 } \sin B = \sqrt{3} \sin C,$$

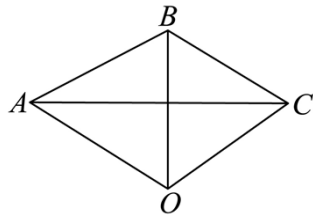
$$\text{即 } b = \sqrt{3}c,$$

$$\text{所以 } a = c,$$

$$\text{所以 } \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{c^2 + c^2 - 3c^2}{2c^2} = -\frac{1}{2},$$

$$\text{所以 } B = 120^\circ, A = C = 30^\circ,$$

如图所示：



$$\text{由正弦定理得： } R = AO = \frac{1}{2} \frac{c}{\sin C} = c,$$

$$\text{因为 } \overrightarrow{AO} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC},$$

$$\text{则 } \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC},$$

$$\text{所以 } \frac{1}{2}c^2 = xc^2 + \frac{\sqrt{3}}{2}y\sqrt{3}c^2,$$

$$\text{即 } 2x + 3y = 1,$$

$$\text{则 } \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AC} = x\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + y\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC},$$

$$\text{所以 } \frac{3}{2}c^2 = \frac{3}{2}xc^2 + y3c^2,$$

$$\text{即 } x+2y=1,$$

$$x=-1, y=1,$$

$$x-y=-2.$$

故选: A.

【点睛】本题主要考查正弦定理, 余弦定理, 两角和与差的三角函数, 平面向量的数量积的定义和性质, 还考查了运算求解的能力, 属于难题.

9. BC

【分析】A 选项根据向量共线的条件可算出 t ; B, C 选项均利用模长公式可以解决; D 选项利用两个向量的数量积小于零, 注意两个向量不能反向共线.

【详解】选项 A, $\vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow -2 \times t = 1 \times 1 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$, A 选项错误;

选项 B, $|\vec{a} + \vec{b}| = |(-1, t+1)| = \sqrt{(t+1)^2 + 1} \geq 1$, 当 $t = -1$ 时取等号, B 选项正确;

$|\vec{a} - \vec{b}| = |(-3, 1-t)| = \sqrt{(-t+1)^2 + 9}$, 根据 $\sqrt{(-t+1)^2 + 9} = \sqrt{(t+1)^2 + 1}$, 解得 $t = 2$, C 选项正确;

D 选项, $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为钝角, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = t - 2 < 0$, 且两个向量不能反向共线,

注意到 A 选项, $t = -\frac{1}{2}$ 时, $\vec{a} = -2\vec{b}$, 于是 $t < 2$ 且 $t \neq -\frac{1}{2}$, D 选项错误.

故选: BC.

10. ACD

【分析】对于 A, 由 $\frac{1}{z_1} = \frac{\overline{z_1}}{z_1 \cdot \overline{z_1}}$ 为虚数, 得 $\overline{z_1}$ 为虚数, 从而可判断 A, 对于 B, 由 $z_1 = -2i$ 进

行判断, 对于 C, 设 $z_1 = a + bi, z_2 = c + di (a, b, c, d \in \mathbb{R})$, 然后分别求解 $|z_1 z_2|, |z_1 \overline{z_2}|$ 进行判断,

对于 D, 根据复数的向量表示及向量三角不等式分析判断.

【详解】对于 A, 因为 $\frac{1}{z_1} = \frac{\overline{z_1}}{z_1 \cdot \overline{z_1}}$ 为虚数, $z_1 \cdot \overline{z_1}$ 为实数, 所以 $\overline{z_1}$ 为虚数, 所以 z_1 也为虚数,

所以 A 正确;

对于 B, 当 $z_1 = -2i$ 时, 满足 $|z_1 + i| = 1$, 此时 $|z_1| = 2 > \sqrt{2}$, 所以 B 错误;

对于 C, 设 $z_1 = a + bi, z_2 = c + di (a, b, c, d \in \mathbb{R})$, 则

$$z_1 \cdot z_2 = (a + bi) \cdot (c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i,$$

$$z_1 \cdot \overline{z_2} = (a + bi) \cdot (c - di) = (ac + bd) + (bc - ad)i,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/727125160134006146>