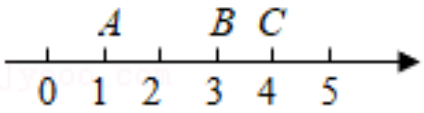
专题 1.1　数轴中的综合

典例精析

【典例 1】对于数轴上的 A，B，C 三点，给出如下定义：若其中一个点与其它两个点的距离恰好满足 2 倍的数量关系，则称该点是其它两个点的“联盟点”.

例如：数轴上点 A，B，C 所表示的数分别为 1，3，4，此时点 B 是点 A，C 的“联盟点”.



（1）若点 A 表示数 - 2，点 B 表示的数 4，下列各数，3，2，0 所对应的点分别 C_1，C_2，C_3，其中是点 A，B 的“联盟点”的是 _____；

（2）点 A 表示数 - 10，点 B 表示的数 30，P 在为数轴上一个动点：

①若点 P 在点 B 的左侧，且点 P 是点 A，B 的“联盟点”，求此时点 P 表示的数；

②若点 P 在点 B 的右侧，点 P，A，B 中，有一个点恰好是其它两个点的“联盟点”，直接写出此时点 P 表示的数为 _____.

【思路点拨】

（1）根据“联盟点”的定义，分别求出两点之间的距离，然后再进行判断即可；

（2）①根据点 P 所处的位置，由不同的线段的倍数关系求出答案即可；

②分三种情况进行解答，即点 A 是点 P，点 B 的“联盟点”，点 B 是点 A、点 P 的“联盟点”，点 P 是点 A、点 B 的“联盟点”进行计算即可.

【解题过程】

解：（1）点 A 所表示的数为 - 2，点 B 所表示的数是 4，

当点 C_1 所表示的数是 3 时，

$AC_1=5$，$BC_1=1$，所以 C_1 不是点 A、点 B 的“联盟点”，

当点 C_2 所表示的数是 2 时，

$AC_2=4$，$BC_2=2$，由于 $AC_2=2BC_2$，所以 C_2 是表示点 A、点 B 的“联盟点”，

当点 C_3 所表示的数是 0 时，

$AC_3=2$，$BC_3=4$，由于 $2AC_3=BC_3$，所以 C_3 是表示点 A、点 B 的“联盟点”，

故答案为：C_2 或 C_3；

（2）①设点 P 在数轴上所表示的数为 x，

当点 P 在 AB 上时，若 $PA=2PB$，则 $x+10=2(30-x)$，解得 $x=\frac{50}{3}$，

若 $2PA=PB$ 时，则 $2(x+10)30-x$，解得 $x=\frac{10}{3}$，

当点 P 在点 A 的左侧时，由 $2PA=PB$ 可得 $2(-10-x)=30-x$，解得 $x=-50$，

综上所述，点 P 表示的数为$\frac{10}{3}$或$\frac{50}{3}$或 -50；

②若点 P 在点 B 的右侧，

当点 A 是点 P，点 B 的“联盟点”时，有 $PA=2AB$，即 $x+10=2\times(30+10)$，

解得 $x=70$，

当点 B 是点 A、点 P 的“联盟点”时，有 $AB=2PB$ 或 $2AB=PB$，

即 $30+10=2(x-30)$ 或 $2\times(30+10)=x-30$，解得 $x=50$ 或 $x=110$；

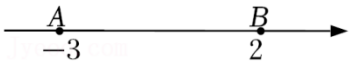
当点 P 是点 A、点 B 的“联盟点”时，有 $PA=2PB$，即 $x+10=2\times(x-30)$，

解得 $x=70$；

故答案为：70 或 50 或 110.

学霸必刷

1．（2022•烟台一模）如图，点 A 在数轴上对应的数为 -3，点 B 对应的数为 2，点 P 在数轴上对应的是整数，点 P 不与 A、B 重合，且 $PA+PB=5$．则满足条件的 P 点对应的整数有几个（　　）



A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

【思路点拨】

先根据数轴上两点的距离可得 $AB=5$，根据 $PA+PB=5$ 可知：P 在 A，B 之间，从而得结论．

【解题过程】

解：∵点 A 在数轴上对应的数为 -3，点 B 对应的数为 2，

∴$AB=2-(-3)=5$，

∵点 P 在数轴上对应的是整数，点 P 不与 A、B 重合，且 $PA+PB=5$，

∴P 在 A，B 之间，

∴满足条件的 P 点对应的整数有：-2，-1，0，1，4 个．

故选：*D*.

2．（2021 秋•嘉鱼县期末）数轴上表示整数的点称为整点，某数轴的单位长度是 1 厘米，若在这个数轴上随意画出一条长为 2020 厘米的线段 *AB*，则线段 *AB* 盖住的整点个数是（　　）

A．2018 或 2019　　B．2019 或 2020　　C．2020 或 2021　　D．2021 或 2022

【思路点拨】

分线段 *AB* 的端点与整点重合和不重合两种情况考虑，重合时盖住的整点是线段的长度+1，不重合时盖住的整点是线段的长度，由此即可得出结论．

【解题过程】

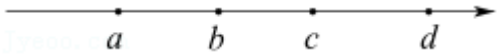
解：若线段 *AB* 的端点恰好与整点重合，则 1 厘米长的线段盖住 2 个整点，若线段 *AB* 的端点不与整点重合，则 1 厘米长的线段盖住 1 个整点．

∵2020+1＝2021，

∴2020 厘米的线段 *AB* 盖住 2020 或 2021 个整点．

故选：*C*.

3．（2021 秋•房山区期末）有理数 *a*，*b*，*c*，*d* 在数轴上的对应点的位置如图所示．下面有四个推断：①如果 *ad*＞0，则一定会有 *bc*＞0；②如果 *bc*＞0，则一定会有 *ad*＞0；③如果 *bc*＜0，则一定会有 *ad*＜0；④如果 *ad*＜0，则一定会有 *bc*＜0．所有合理推断的序号是（　　）



A．①③　　B．①④　　C．②③　　D．②④

【思路点拨】

根据原点的位置可得 *a*，*b*，*c*，*d* 的正负情况，再根据有理数的乘法法则可得答案．

【解题过程】

解：①如果 *ad*＞0，则原点在 *a* 的左边或 *d* 的右边，故 *bc* 同号，一定会有 *bc*＞0，所以①正确；

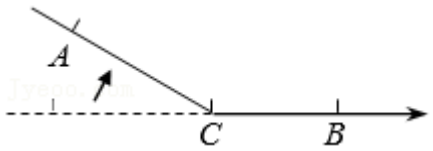
②如果 *bc*＞0，则原点在 *b* 的左边或 *c* 的右边，故 *ad* 可能异号，会有 *ad*＜0，所以②错误；

③如果 *bc*＜0，则原点在 *b*、*c* 之间，故 *ad* 异号，一定会有 *ad*＜0，所以③正确；

④如果 *ad*＜0，则原点在 *a*、*b* 之间，故 *bc* 可能异号，会有 *bc*＜0，所以④错误；

故选：*A*.

4．（2021 秋•邢台期末）一条数轴上有点 *A*、*B*、*C*，其中点 *A*、*B* 表示的数分别是﹣14，10，现以点 *C* 为折点，将数轴向右对折，若点 *A*′落在射线 *CB* 上，并且 *A*′*B*＝6，则 *C* 点表示的数是（　　）



A．1　　B．﹣3　　C．1 或﹣4　　D．1 或﹣5

【思路点拨】

设出点 C 所表示的数，根据点 A、B 所表示的数，表示出 AC 的距离，在根据 $A'B=6$，表示出 $A'C$，由折叠得，$AC=A'C$，列方程即可求解．

【解题过程】

解：设点 C 所表示的数为 x，$AC=x-(-14)=x+14$，

$\because A'B=6$，B 点所表示的数为 10，

$\therefore A'$表示的数为 $10+6=16$ 或 $10-6=4$，

$\therefore AA'=16-(-14)=30$，

或 $AA'=4-(-14)=18$，

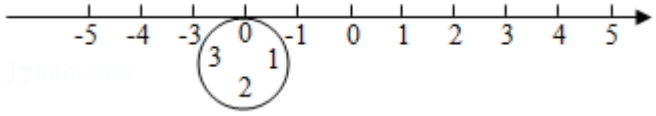
根据折叠得，$AC=\frac{1}{2}AA'$，

$\therefore x+14=\frac{1}{2}\times 30$ 或 $x+14=\frac{1}{2}\times 18$，

解得：$x=1$ 或﹣5，

故选：D．

5．（2021 秋•九龙坡区期末）如图所示，圆的周长为 4 个单位长度，在圆的 4 等分点处分别标上数字 0，1，2，3，先让圆周上数字 0 所对应的点与数轴上的数﹣2 所对应的点重合，再让圆沿着数轴向右滚动，那么数轴上的数 2021 将与圆周上的哪个数字重合（　　）



A．0　　B．1　　C．2　　D．3

【思路点拨】

分别找出圆周上数字 0，1，2，3 与数轴上的数重合的数字规律即可解答．

【解题过程】

解：先让圆周上数字 0 所对应的点与数轴上的数﹣2 所对应的点重合，再让圆沿着数轴向右滚动，

则圆周上数字 0 所对应的点与数轴上的数﹣2，2，6…﹣2+4n，

圆周上数字 1 所对应的点与数轴上的数﹣1，3，7…﹣1+4n，

圆周上数字 2 所对应的点与数轴上的数 0，4，8...4n，

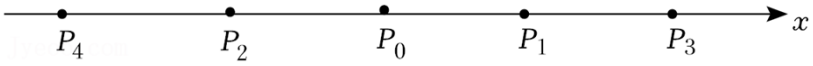
圆周上数字 3 所对应的点与数轴上的数 1，5，9...1+4n，

∵2021＝1+4×505，

∴数轴上的数 2021 与圆周上数字 3 重合，

故选：D．

6．（2021 秋•瓯海区月考）如图，一电子跳蚤在数轴的点 P_0 处，第一次向右跳 1 个单位长度到点 P_1 处，第二次向左跳 2 个单位长度到点 P_2 处，第三次向右跳 3 个单位长度到点 P_3 处，第四次向左跳 4 个单位长度到点 P_4 处，以此类推，当跳蚤第十次恰好跳到数轴原点，则点 P_0 在数轴上表示的数为（　　）



A．﹣5　　B．0　　C．5　　D．10

【思路点拨】

设 P_0 所表示的数是 x，归纳出 P_n＝x+1﹣2+3﹣4+...+（﹣1）^{n-1}n，再根据 P_{10}＝0，求出 x 的值即可．

【解题过程】

解：设 P_0 所表示的数是 x，

由题意知，P_1 所表示的数是 x+1，

P_2 所表示的数是 x+1﹣2，

P_3 所表示的数是 x+1﹣2+3，

...，

P_n 所表示的数是 x+1﹣2+3﹣4+...+（﹣1）^{n-1}n，

∴P_{10} 所表示的数的是 x+1﹣2+3﹣4+...+（﹣1）$^{10-1}$×10，

∵P_{10}＝0，

即 x+1﹣2+3﹣4+5﹣6+7﹣8+9﹣10＝0，

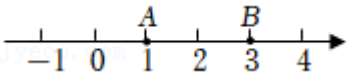
∴x+（1﹣2）+（3﹣4）+（5﹣6）+...+（9﹣10）＝0，

即 x﹣5＝0，

解得 x＝5，

故选：C．

7．（2021 秋•济源期末）已知 A，B，C 是数轴上的三个点．点 A，B 表示的数分别是 1，3，如图所示，若 $BC=\frac{7}{4}AB$，则点 C 表示的数是 ＿$-\frac{1}{2}$或$\frac{13}{2}$＿．



【思路点拨】

因为 A、B 两点表示的数为 1，3，可以得到 $AB=2$，又因为 $BC=\frac{7}{4}AB$，所以 $BC=\frac{7}{2}$，但是并不知道 C 点在 B 点的左还是右，依次讨论即可得到答案

【解题过程】

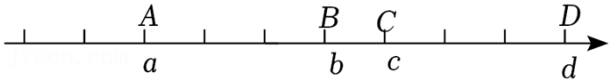
因为 A、B 两点表示的数为 1，3，可以得到 $AB=2$，又因为 $BC=\frac{7}{4}AB$，所以 $BC=\frac{7}{2}$.

当 C 点在 B 点的左面时 C 点代表的数为 $3-\frac{7}{2}=-\frac{1}{2}$；

当 C 点在 B 点的右面时 C 点代表的数为 $3+\frac{7}{2}=\frac{13}{2}$；

故答案为：$-\frac{1}{2}$或$\frac{13}{2}$.

8．（2021 秋•洛川县校级期末）如图所示，数轴（不完整）上标有若干个点，每相邻两点相距一个单位长度，点 A，B，C，D 对应的数分别是 a，b，c，d，且有一个点表示的是原点．若 $d+2a+5=0$，则表示原点的应是点 __C__.



【思路点拨】

此题用排除法进行分析：分别设原点是点 A 或 B 或 C 或 D.

【解题过程】

解：若原点为 A，则 $a=0$，$d=7$，此时 $d+2a+5=12$，与题意不符合，舍去；

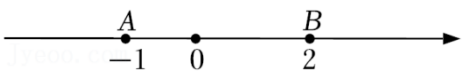
若原点为 B，则 $a=-3$，$d=4$，此时 $d+2a+5=-3$，与题意不符合，舍去；

若原点为 C，则 $a=-4$，$d=3$，此时 $d+2a+5=0$，与题意符合；

若原点为 D，则 $a=-7$，$d=0$，此时 $d+2a+5=-9$，与题意不符合，舍去.

故答案为：C.

9．（2021 秋•南充期末）如图，数轴上 A，B 两点对应的数分别为 -1，2，若数轴上的点 C 满足 $AC+BC=5$，则点 C 表示的数为 __-2 或 3.__.



【思路点拨】

分两种情况进行讨论：①点 C 在点 A 的左侧；②点 C 在点 B 的右侧，再根据所给的条件进行求解即可.

【解题过程】

解：设点 C 所表示的数为 x，

①当点 C 在点 A 的左侧时，

∵$AC+BC=5$，

∴$-1-x+2-x=5$，

解得：$x=-2$；

②点 C 在点 B 的右侧时，

∵$AC+BC=5$，

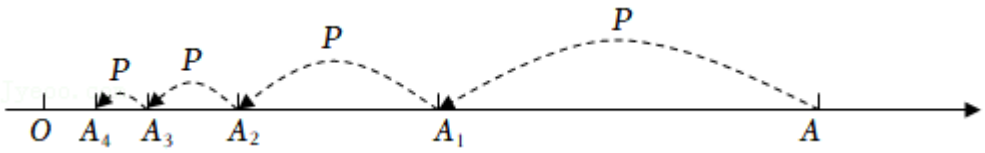
∴$x-(-1)+x-2=5$，

解得：$x=3$，

综上所述，点 C 表示的数为 -2 或 3．

故答案为：-2 或 3．

10．（2022•石家庄二模）如图，在数轴原点 O 的右侧，一质点 P 从距原点 10 个单位的点 A 处向原点方向跳动，第一次跳动到 OA 的中点 A_1 处，则点 A_1 表示的数为 __5__；第二次从 A_1 点跳动到 OA_1 的中点 A_2 处，第三次从 A_2 点跳动到 OA_2 的中点 A_3 处，如此跳动下去，则第四次跳动后，该质点到原点 O 的距离为 $\frac{5}{8}$—．



【思路点拨】

$OA=10$ 个单位，A_1 是 OA 的中点，故 A_1 表示的数是 5，距离原点的距离就是 5；依次类推，四次跳动后，距离原点的距离为 $10\times\frac{1}{2^4}=\frac{5}{8}$.

【解题过程】

解：根据题意，A_1 是 OA 的中点，而 $OA=10$，

所以 A_1 表示的数是 $10\times\frac{1}{2}=5$；

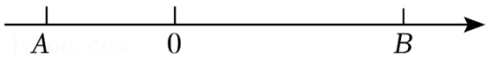
A_2 表示的数是 $10\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=10\times\frac{1}{2^2}$；

A_3 表示的数是 $10\times\frac{1}{2^3}$；

A_4 表示的数是 $10\times\frac{1}{2^4}=10\times\frac{1}{16}=\frac{5}{8}$；

故答案为：5；$\frac{5}{8}$.

11．（2021 秋•宜兴市期末）如图，点 A 在数轴上表示的数是 -8，点 B 在数轴上表示的数是 16，线段 AB 的中点表示的数是 __4__，若点 C 是数轴上的一个动点，当 $2AC-BC=10$ 时，点 C 表示的数是 __-42 或 $\frac{10}{3}$__.



【思路点拨】

根据数轴上两点间距离计算即可求出线段 AB 的中点表示的数，要求点 C 表示的数，分三种情况，点 C 在点 A 的左侧，点 C 在 AB 之间，点 C 在点 B 的右侧.

【解题过程】

解：∵点 A 在数轴上表示的数是 -8，点 B 在数轴上表示的数是 16，

∴线段 AB 的中点表示的数是：$\frac{-8+16}{2}=4$，

设点 C 表示的数是 x，

分三种情况：

当点 C 在点 A 的左侧，

∵$2AC-BC=10$，

∴$2(-8-x)-(16-x)=10$，

∴$x=-42$，

∴点 C 表示的数是：-42，

当点 C 在 AB 之间，

∵$2AC-BC=10$，

∴$2[x-(-8)]-(16-x)=10$，

∴$x=\frac{10}{3}$，

∴点 C 表示的数是：$\frac{10}{3}$，

当点 C 在点 B 的右侧，

∵$AC-BC=AB$，

∴$AC-BC=16-(-8)=24$，

而已知 $2AC-BC=10$，

∴此种情况不存在．

综上所述：点 C 表示的数是：-42 或$\frac{10}{3}$，

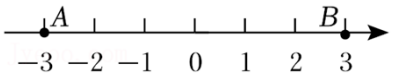
故答案为：4，-42 或$\frac{10}{3}$．

12．（2021 秋•新泰市期末）我们知道，若有理数 x_1，x_2 表示在数轴上的点 A_1，A_2，且 $x_1<x_2$，则点 A_1 与点 A_2 之间的距离为$|x_2-x_1|=x_2-x_1$，现已知数轴上三点 A、B、C，其中 A 表示的数为 -3，B 表示的数为 3，C 与 A 的距离等于 m，C 与 B 的距离等于 n．请解答下列问题：

（1）若点 C 在数轴上表示的数为 -6.5，求 $m+n$ 的值；

（2）若 $m+n=8$，请你直接写出点 C 表示的数为 ＿-4 或 4＿；

（3）若 C 在点 A、B 之间（不与点 A、B 重合），且 $m=\frac{1}{3}n$，求点 C 表示的数．



【思路点拨】

（1）利用两点间的距离求出 m，n 即可；

（2）分两种情况讨论：点 C 在点 A 的左侧，点 C 在点 B 的右侧；

（3）利用两点间的距离列出方程即可．

【解题过程】

解：（1）由题意得：$m=-3-(-6.5)=-3+6.5=3.5$，

$n=3-(-6.5)=3+6.5=9.5$，

所以 $m+n=3.5+9.5=13$；

（2）设点 C 表示的数为 x，

分两种情况：

当点 C 在点 A 的左侧时，

∵$m+n=8$，

∴$-3-x+(3-x)=8$，

∴$x=-4$，

当点 C 在点 B 的右侧时，

∵$m+n=8$，

∴$x-(-3)+(x-3)=8$，

∴$x=4$，

故答案为：﹣4 或 4；

（3）设点 C 表示的数为 y，

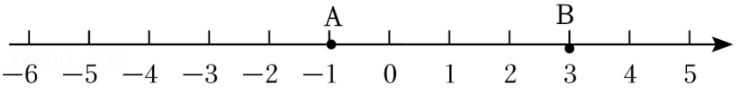
∵$m=\frac{1}{3}n$，

∴$y-(-3)=\frac{1}{3}(3-y)$，

∴$y=-\frac{3}{2}$.

答：点 C 表示的数是$-\frac{3}{2}$.

13．（2021 秋•确山县期末）已知数轴上两点 A，B 对应的数分别为﹣1，3，点 P 为数轴上一动点，其对应的数为 x．



（1）若点 P 为 AB 的中点，则点 P 对应的数是 __1__．

（2）数轴的原点右侧有点 P，使点 P 到点 A，点 B 的距离之和为 8．请你求出 x 的值．

（3）现在点 A，点 B 分别以每秒 2 个单位长度和每秒 0.5 个单位长度的速度同时向右运动，同时点 P 以每秒 6 个单位长度的速度从表示数 1 的点向左运动．当点 A 与点 B 之间的距离为 3 个单位长度时，直接写出点 P 对应的数．

【思路点拨】

（1）根据点 P 为 AB 的中点列方程即可解得答案；

（2）分两种情况，当 P 在线段 AB 上时，由 $PA+PB=[x-(-1)]+(3-x)=4\neq 8$，知这种情况不存在；当 P 在 B 右侧时，$[x-(-1)]+(x-3)=8$，解得 $x=5$；

（3）设运动的时间是 t 秒，表示出运动后 A 表示的数是 $-1+2t$，B 表示的数是 $3+0.5t$，P 表示的数是 $1-6t$，根据点 A 与点 B 之间的距离为 3 个单位长度得：$|(-1+2t)-(3+0.5t)|=3$，解出 t 的值，即可得到答案．

【解题过程】

解：（1）∵A，B 对应的数分别为﹣1，3，点 P 为 AB 的中点，

∴$3-x=x-(-1)$，

解得 $x=1$，

∴点 P 对应的数是 1，

故答案为：1；

（2）当 P 在线段 AB 上时，$PA+PB=[x-(-1)]+(3-x)=4\neq 8$，

∴这种情况不存在；

当 P 在 B 右侧时，$[x-(-1)]+(x-3)=8$，

解得 $x=5$，

答：x 的值是 5；

（3）设运动的时间是 t 秒，则运动后 A 表示的数是 $-1+2t$，B 表示的数是 $3+0.5t$，P 表示的数是 $1-6t$，

根据题意得：$|(-1+2t)-(3+0.5t)|=3$，

解得 $t=\frac{2}{3}$或 $t=\frac{14}{3}$，

当 $t=\frac{2}{3}$时，P 表示的数是 $1-6t=1-6\times\frac{2}{3}=-3$，

当 $t=\frac{14}{3}$时，P 表示的数是 $1-6t=1-6\times\frac{14}{3}=-27$，

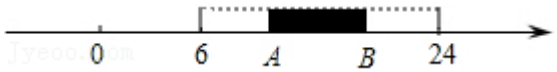
答：点 P 对应的数是 -3 或 -27.

14．（2021 秋•洪江市期末）如图一根木棒放在数轴上，木棒的左端与数轴上的点 A 重合，右端与点 B 重合．

（1）若将木棒沿数轴向右水平移动，则当它的左端移动到 B 点时，它的右端在数轴上所对应的数为 24；若将木棒沿数轴向左水平移动，则当它的右端移动到 A 点时，则它的左端在数轴上所对应的数为 6（单位：cm），由此可得到木棒长为 __6__cm．

（2）图中 A 点表示的数是 __12__，B 点表示的数是 __18__．

（3）由题（1）（2）的启发，请你能借助“数轴”这个工具帮助小红解决下列问题：问题：一天，小红去问曾当过数学老师现在退休在家的爷爷的年龄，爷爷说：“我若是你现在这么大，你还要 38 年才出生；你若是我现在这么大，我已经 118 岁，是老寿星了，哈哈！”，请求出爷爷现在多少岁了？



【思路点拨】

（1）此题关键是正确识图，由数轴观察知三根木棒长是 $24-6=18$（cm），依此可求木棒长为 $6cm$，

（2）根据木棒长为 $6cm$，将木棒沿数轴向右水平移动，则当它的左端移动到点 B 时，它的右端在数轴上所对应的数为 18；若将木棒沿数轴向左水平移动，则当它的右端移动到 A 点时，则它的左端在数轴上所对应的数为 6，依此可求出 A，B 两点所表示的数；

（3）在求爷爷年龄时，借助数轴，把小红与爷爷的年龄差看作木棒 AB，类似爷爷若是小红现在这么大看

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/727131016130006144