

上海同济大学附属存志学校 2021-2022 学年八年级上学期期

中数学试题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 下列二次根式中, 最简二次根式有 () 个

$$\sqrt{5ab}, \sqrt{a^2 - b^2}, \sqrt{a^2 - 2ab + b^2}, \sqrt{\frac{2}{ab}}, \frac{\sqrt{a}}{2}$$

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 已知 $b (b \neq 0)$ 为方程 $x^2 + ax - b = 0$ 的一个根, 则下列正确的是 ()

A. $a + b = 1$ B. $a - b = 1$ C. $a + b = -1$ D. $a - b = -1$

3. 已知反比例函数 $y = \frac{3}{x}$, 下列结论正确的是 ()

- A. y 随 x 的增大而减小
- B. 图像的两支分别在第二、四象限
- C. 图像与 $y = 3x$ 的图像有两个交点
- D. $A (-1, 3)$ 在函数的图像上

4. 若 $y = (m - 1)x + m^2 - 1$ 是 y 关于 x 的正比例函数, 则该函数图像经过的象限是 ()

- A. 第一、三象限 B. 第一、四象限
- C. 第二、三象限 D. 第二、四象限

5. 已知 $A (-3, 4)$, $B (3, -4)$, $C (2, -5)$, $D (-5, \frac{20}{3})$, 其中点 () 与其它三个点不在同一正比例函数的图象上.

A. A B. B C. C D. D

6. 设 m 是非零实数, 给出下列四个命题 ①若 $-1 < m < 0$, 则 $\frac{1}{m} < m$; ②若 $m > 1$, $\frac{1}{m} < m$; ③若 $\frac{1}{m} < m$, 则 $m > 0$; ④若 $\frac{1}{m} > m$, 则 $0 < m < 1$, 其中是真命题的是 ()

A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ②④

二、填空题

7. 化简: $\sqrt{5x^3} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 方程 $\frac{1}{3} (x - 1)^2 = 3$ 的根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. 已知函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-1}}$, $f(2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 函数 $y = \sqrt{\frac{1}{x-2}}$ 的定义域为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. “三角形的一个外角大于任何一个内角”是 $\underline{\hspace{1cm}}$ 命题 (填“真”或“假”).

12. 若多项式 $x^2 - 3x + m + 2$ 在实数范围内可以因式分解, 则 m 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 已知反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$, 当自变量 $x \leq -1$ 时, 函数值 y 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

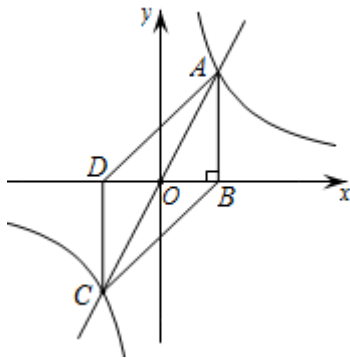
14. 已知 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 是双曲线 $y = \frac{m+1}{x}$ 上的两点, 当 $x_1 > 0 > x_2$ 时, 有 $y_1 > y_2$, 则 m 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 平面直角坐标系中, 点 $A(\sqrt{3}, 2)$ 向左平移 m 个单位后恰好落在反比例函数 $y = -\frac{2\sqrt{3}}{x}$ 的图象上, 则 m 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 平面直角坐标系中, 函数 $y = \frac{6}{x}$ 与函数 $y = 2x$ 的图象在第一象限相交于点 $P(a, b)$, 则 $a - b = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. 随着新冠疫情逐渐好转, 某口罩厂将减少口罩的出厂量, 6月份的出厂量为 20000 只, 若口罩出厂量每月下降百分率为 x , 8月份的出厂量为 y 只, 则 y 关于 x 的函数解析式为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

18. 如图, 正比例函数 $y = kx$ 与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象交于 A 、 C 两点, $AB \perp x$ 轴于点 B , $CD \perp x$ 轴于点 D , 若 $S_{\text{四边形}ABCD} = 6$, 则 m 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



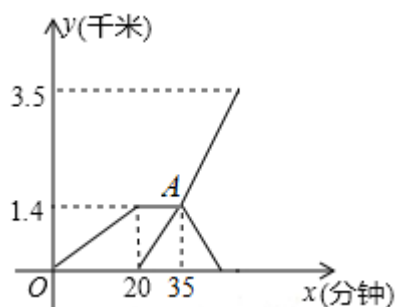
19. 某周末小明到公园画画写生, 小明家到彩云湖公园的路程为 3.5km , 小明步行 20 分钟后, 在家的妈妈发现小明画画的工具没有拿, 立即通知小明原地等待, 把工具送过去, 小明妈妈追上小明把工具交给小明后立即以原来的速度返回, 同时, 小明以原来 1.2 倍的速度前往目的地. 如图是小明与小明妈妈距家的路程 (千米) 与小明所用时间 (分钟) 之间的函数图象, 根据图象回答下列问题:

(1) 前 20 分钟小明的速度为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 千米/时.

(2) 图中 A 点的实际意义是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(3) 小明妈妈的速度是 ____ 千米/时.

(4) 小明妈妈返回家的时间比小明到达目的地早 ____ 分钟.



三、解答题

20. 计算: $\sqrt{\frac{12}{xy}} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{xy}} \div (\frac{3}{4} \sqrt{\frac{18}{xy^3}})$.

21. 一元二次方程 $(m-1)x^2+2mx+m+3=0$ 有两个不相等的实数根, 求 m 的最大整数值.

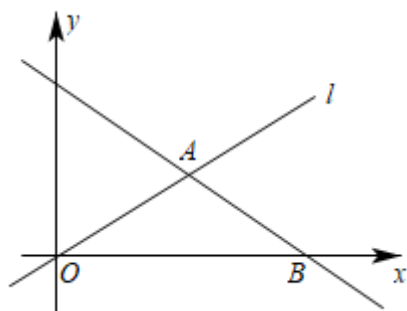
22. 已知 $y=y_1+y_2$, y_1 与 $x-2$ 成反比例, y_2 与 $2x+3$ 成正比例, 当 $x=1$ 时, $y=5$; 当 $x=3$ 时, $y=\frac{3}{5}$, 求 y 与 x 的函数关系式.

23. 如图, 平面直角坐标系中, 直线 l 经过原点 O 和点 $A(6, 4)$, 经过点 A 的另一条直线交 x 轴于点 $B(12, 0)$.

(1) 求直线 l 的表达式;

(2) 求 $\triangle AOB$ 的面积;

(3) 在直线 l 上求点 P , 使 $S_{\triangle ABP} = \frac{1}{3} S_{\triangle AOB}$.



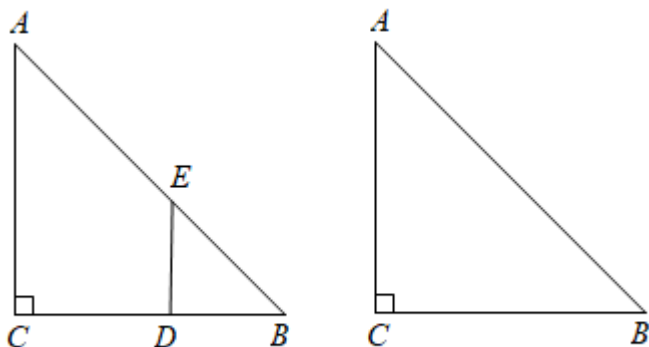
24. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=BC=8\text{cm}$, $\angle C=90^\circ$, D, E 分别是边 BC, BA 上的点 (不与端点重合), 且 $DE \perp BC$, 设 $CD=x\text{cm}$, 将 $\triangle BDE$ 沿 DE 折叠后与梯形 $ACDE$ 重叠部分的面积为 $y\text{cm}^2$.

(1) 当 $x=3$ 时, 画出折叠后的示意图, 并求出此时重叠部分的面积;

(2) 当重叠部分的图形为三角形时, 直接写出 y 与 x

的函数关系式，并写出函数的定义域；

(3) 求当自变量 x 为何值时，重叠部分的面积是 $S_{\triangle ABC}$ 的 $\frac{1}{4}$ ？



备用图

25. 若 $\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 为一元二次方程 $x^2 - x + t = 0$ 的根；

(1) 则方程的另外一个根 $\beta = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $t = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 求 $\alpha^6 + 8\beta$ 的值。

(3) 求作一个关于 y 的一元二次方程，二次项系数为 1，且两根分别为 α^2 ， β^2 。

26. 已知关于 x 的方程 $x^2 + (2k - 1)x + k^2 - 3 = 0$ ，是否存在实数 k ，使 $(2x_1 - x_2)$

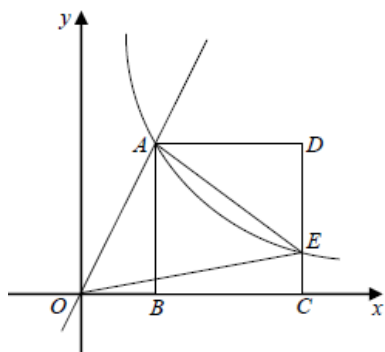
$(2x_2 - x_1) + 20 = 0$ 成立？若存在，请求出实数 k 的值；若不存在，请说明理由。

27. 解关于 x 的方程： $2x^3 + (1 - t)x^2 - 2tx + (t^2 - t) = 0$ 。

28. 如图，在平面直角坐标系中， B 、 C 两点在轴的正半轴上，以线段 BC 为边向上作

正方形 $ABCD$ ，顶点 A 在正比例函数 $y = 2x$ 的图像上，反比例函数 $t = \frac{k}{x}$ ($x > 0, k > 0$) 的

图像经过点 A ，且与边 CD 相交于点 E 。



(1) 若 $BC = 4$ ，求点 E 的坐标；

(2) 连接 AE ， OE 。

① 若 $\triangle AOE$ 的面积为 24，求 k 的值；

② 是否存在某一位置使得 $AE \perp OA$ ，若存在，求出 k 的值；若不存在，请说明理由。

参考答案:

1. C

【分析】根据最简二次根式的概念进行判断即可.

【详解】 $\sqrt{5ab}$, $\sqrt{a^2-b^2}$, $\frac{\sqrt{a}}{2}$ 是最简二次根式, $\sqrt{a^2-2ab+b^2} = \sqrt{(a-b)^2} = |a-b|$ 不是最简二次根式, $\sqrt{\frac{2}{ab}}$ 被开方数含分母, 也不是嘴贱二次根式;

故答案为: C

【点睛】本题考查最简二次根式的定义. 根据最简二次根式的定义, 最简二次根式必须满足两个条件: (1) 被开方数不含分母; (2) 被开方数不含能开得尽方的因数或因式.

2. A

【分析】根据一元二次方程解的定义, 将 b 代入方程, 然后方程两边同时除以 b , 即可求解.

【详解】解: $\because b$ 为方程 $x^2+ax-b=0$ 的一个根,

$$\therefore b^2+ab-b=0,$$

$$\because b \neq 0,$$

$$\therefore b+a-1=0, \text{ 即 } a+b=1.$$

故选: A

【点睛】本题主要考查了一元二次方程解的定义, 熟练掌握使方程左右两边同时成立的未知数的值是解题的关键.

3. C

【分析】根据反比例函数的图象性质判断即可;

【详解】当 $x < 0$ 和 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小, 故 A 错误;

图像的两支分别在第一、三象限, 故 B 错误;

图像与 $y=3x$ 的图像有两个交点, 故 C 正确;

当 $x=-1$ 时, $y=-3$, 故 D 错误;

故选 C.

【点睛】本题主要考查了反比例函数的图象性质, 反比例函数与一次函数的交点, 准确计算是解题的关键.

4. D

【分析】根据正比例函数的定义知, $m^2-1=0$ 且 $m-1 \neq 0$, 由此可求得 m

的值，从而可知正比例函数图象所经过的象限.

【详解】由题意知： $m^2 - 1 = 0$ 且 $m - 1 \neq 0$

由 $m^2 - 1 = 0$ 得： $m = \pm 1$

由 $m - 1 \neq 0$ 得： $m \neq 1$

$\therefore m = -1$

此时正比例函数解析式为 $y = -2x$

$\because -2 < 0$

\therefore 函数图象经过第二、四象限

故选：D.

【点睛】本题考查了正比例函数的概念，把形如 $y = kx$ ($k \neq 0$) 的函数称为正比例函数，掌握正比例函数概念是解题关键. 特别注意一次项系数不为零.

5. C

【分析】根据正比例函数的定义知，函数值与自变量的比值为定值，所以求得四个点的纵坐标与横坐标的比，即可知结果.

【详解】由于点 A 、 B 、 D 三个点的纵坐标与横坐标的比相等，即 $\frac{4}{-3} = \frac{-4}{3} = \frac{20}{3} \div (-5) = -\frac{4}{3}$,

但点 C 的纵坐标与横坐标的比 $\frac{-5}{2} = -\frac{5}{2} \neq -\frac{4}{3}$

即点 C 与其它三个点不在同一正比例函数的图象上.

故选：C.

【点睛】本题考查了正比例函数的定义及正比例函数的图象，掌握正比例函数的定义与图象是关键.

6. A

【分析】根据不等式的性质，逐项判断，即可.

【详解】解：①若 $-1 < m < 0$ ，则 $\frac{1}{m} < m$ ，是真命题；

②若 $m > 1$ ， $\frac{1}{m} < m$ ，是真命题；

③若 $\frac{1}{m} < m$ ，当 $m = -\frac{1}{2}$ 时， $\frac{1}{m} = -2$ ，而 $-2 < -\frac{1}{2}$ ，则原命题是假命题；

④若 $\frac{1}{m} > m$ ，当 $m = -2$ 时， $\frac{1}{m} = -\frac{1}{2}$ ，而 $-2 < -\frac{1}{2}$ ，则原命题是假命题；

则真命题有①②.

故选：A

【点睛】本题主要考查了命题的真假，熟练掌握一个命题的正确性，一般需要推理、论证，而判断一个命题是假命题，只需举出一个反例即可是解题的关键。

7. $x\sqrt{5x}$

【分析】根据二次根式的性质和乘法法则化简即可

【详解】 $\sqrt{5x^3}$ 有意义， $\therefore x^3 > 0$

$$\therefore x > 0$$

$$\therefore \sqrt{5x^3} = \sqrt{5}\sqrt{x^2x} = x\sqrt{5x}$$

故答案为： $x\sqrt{5x}$

【点睛】本题考查了二次根式的性质和乘法法则，掌握以上知识是解题的关键。

8. $x_1 = 4, x_2 = -2$

【分析】方程两边同乘 3，然后用直接开平方法解即可。

【详解】原方程可化为： $(x-1)^2 = 9$

直接开平方，得： $x-1=3$ 或 $x-1=-3$

$$\therefore x_1 = 4, x_2 = -2$$

故答案为： $x_1 = 4, x_2 = -2$

【点睛】本题考查了用直接开平方法解一元二次方程，一般地：形如 $a(x+b)^2 = c (ac > 0)$ 的方程用直接开平方法比较简单。

9. $2\sqrt{2} + 2$

【分析】将 $x=2$ 代入 $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-1}}$ ，求解即可。

【详解】解：将 $x=2$ 代入 $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-1}}$ ，

$$\text{得：} f(2) = \frac{\sqrt{2+2}}{\sqrt{2-1}} = \frac{2}{\sqrt{2-1}} = 2(\sqrt{2}+1) = 2\sqrt{2} + 2.$$

故答案为： $2\sqrt{2} + 2$ 。

【点睛】此题考查了函数的代入求值，解题的关键是将 $x=2$ 代入 $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-1}}$ 求解。

10. $x > 2$

【分析】根据二次根式中被开方数非负，同时注意分母不为零，即可求得函数的定义域.

【详解】由题意得： $\frac{1}{x-2} \geq 0$ 且 $x-2 \neq 0$

解得： $x > 2$

故答案为： $x > 2$

【点睛】本题考查了求函数的自变量的取值范围，即函数的定义域. 一般考虑下列情形：函数解析式有分母时，分母不为零；含有二次根式时，要求被开方数非负.

11. 假

【分析】利用举反例法，当三角形的一个内角为 120° ，则该角的外角为 60° ，而 $120^\circ > 60^\circ$ ，即可求解.

【详解】解：“三角形的一个外角大于任何一个内角”是假命题，理由如下：

当三角形的一个内角为 120° ，则该角的外角为 60° ，而 $120^\circ > 60^\circ$ ，

即原命题为假命题.

故答案为：假

【点睛】本题主要考查了命题的真假，熟练掌握一个命题的正确性，一般需要推理、论证，而判断一个命题是假命题，只需举出一个反例即可是解题的关键.

12. $m \leq \frac{1}{4}$

【分析】由题意可得 $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ ，解不等式求解即可.

【详解】解： \because 多项式 $x^2 - 3x + m + 2$ 在实数范围内可以因式分解，

$\therefore x^2 - 3x + m + 2 = 0$ 有实数根，

$\therefore \Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ ，即 $(-3)^2 - 4(m + 2) \geq 0$ ，

解得： $m \leq \frac{1}{4}$.

故答案为： $m \leq \frac{1}{4}$.

【点睛】此题考查了因式分解，解题的关键是由题意得出 $x^2 - 3x + m + 2 = 0$ 有实数根.

13. $0 < y \leq 2$

【分析】利用反比例函数的性质，由 x 的取值范围并结合反比例函数的图象解答，即可.

【详解】解： $\because -2 < 0$ ，

∴反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ ，在每一个象限内， y 随 x 的增大而增大，

∴当 $x = -1$ 时， $y = -\frac{2}{-1} = 2$ ，

∴当自变量 $x \leq -1$ 时，函数值 y 的取值范围是 $0 < y \leq 2$ 。

故答案为： $0 < y \leq 2$

【点睛】 本题主要考查反比例函数的性质，熟练掌握对于反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ ，当 $k > 0$ 时，在每一个象限内， y 随 x 的增大而减小；当 $k < 0$ 时，在每一个象限， y 随 x 的增大而增大是解题的关键。

14. $m > -1$

【分析】 由反比例函数的增减性可得 $m+1 < 0$ ，解不等式求解即可。反比例函数的性质：对于反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ，当 $k > 0$ 时，函数图像在第一，三象限，在每一象限内 y 随 x 的增大而减小；当 $k < 0$ 时，函数图像在第二，四象限，在每一象限内 y 随 x 的增大而增大。

【详解】 解：∵当 $x_1 > 0 > x_2$ 时，有 $y_1 > y_2$ ，

∴双曲线 $y = \frac{m+1}{x}$ 的图像在第一，三象限，

∴ $m+1 > 0$ ，解得： $m > -1$ 。

故答案为： $m > -1$ 。

【点睛】 此题考查了反比例函数的图像和性质，解题的关键是熟练掌握反比例函数的图像和性质。反比例函数的性质：对于反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ，当 $k > 0$ 时，函数图像在第一，三象限，在每一象限内 y 随 x 的增大而减小；当 $k < 0$ 时，函数图像在第二，四象限，在每一象限内 y 随 x 的增大而增大。

15. $2\sqrt{3}$

【分析】 首先可求得点向左平移 m 个单位后的点的坐标，再根据此点在反比例函数的图象上，把点的坐标代入函数解析式中即可求得 m 的值。

【详解】 点 $A(\sqrt{3}, 2)$ 向左平移 m 个单位后的坐标为 $(\sqrt{3} - m, 2)$

∴点 $(\sqrt{3} - m, 2)$ 在反比例函数 $y = -\frac{2\sqrt{3}}{x}$ 的图象上

∴ $2(\sqrt{3} - m) = -2\sqrt{3}$

解得： $m = 2\sqrt{3}$

故答案为： $2\sqrt{3}$

【点睛】本题考查了平面直角坐标系中点的平移，反比例函数图象上点的坐标特征，掌握这两个知识是关键.

16. $-\sqrt{3}$

【分析】将 $P(a,b)$ 分别代入 $y = \frac{6}{x}$ 和 $y = 2x$ 中，求出 a 、 b 的值，再代入计算即可.

【详解】解：将 $P(a,b)$ 分别代入 $y = \frac{6}{x}$ 和 $y = 2x$ 中，

$$\text{得：} \begin{cases} ab = 6 \\ b = 2a \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} a = \sqrt{3} \\ b = 2\sqrt{3} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a = -\sqrt{3} \\ b = -2\sqrt{3} \end{cases},$$

又 $\because P(a,b)$ 第一象限，

$$\therefore a > 0, \quad b > 0,$$

$$\therefore \begin{cases} a = \sqrt{3} \\ b = 2\sqrt{3} \end{cases},$$

$$\therefore a - b = \sqrt{3} - 2\sqrt{3} = -\sqrt{3},$$

故答案为： $-\sqrt{3}$.

【点睛】本题考查了反比例函数与正比例函数的交点坐标，解题的关键是正确求解并进行判断.

17. $y=20000(1-x)^2$

【分析】根据降低率的特点即可得到 8 月份的出厂量与 6 月份的出厂量的关系，故可求解.

【详解】若口罩出厂量每月下降百分率为 x ，则 8 月份的出厂量 y 关于 x 的函数解析式为 $y=20000(1-x)^2$ ，

故答案为： $y=20000(1-x)^2$.

【点睛】此题主要考查列二次函数，解题的关键是根据题意找到数量关系列函数.

18. 3

【分析】根据反比例函数 k 的几何意义计算即可；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/728021024034006075>