2023-2024学年福建省莆田一中等三校中学高三适应性练习数学试题

考生须知：

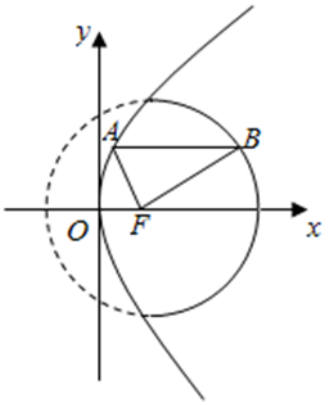
1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用2B铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。

2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。

3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．如图所示点F是抛物线$y^2=8x$的焦点，点A、B分别在抛物线$y^2=8x$及圆$x^2+y^2-4x-12=0$的实线部分上运动， 且AB总是平行于x轴， 则ΔFAB的周长的取值范围是（　　）



A．$(6,10)$　　B．$(8,12)$　　C．**[6,8]**　　D．$[8,12]$

2．记递增数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n.若$a_1=1$，$a_9=9$，且对$\{a_n\}$中的任意两项a_i与a_j（$1\le i<j\le 9$），其和a_i+a_j，或其积a_ia_j，或其商$\frac{a_j}{a_i}$仍是该数列中的项，则（　　）

A．$a_5>3,S_9<36$　　B．$a_5>3,S_9>36$

C．$a_6>3,S_9>36$　　D．$a_6>3,S_9<36$

3．已知平行于x轴的直线分别交曲线$\ln y=2x+1,y^2=2x-1(y\ge 0)$于$A,B$两点，则$4|AB|$的最小值为（　　）

A．$5+\ln 2$　　B．$5-\ln 2$　　C．$3+\ln 2$　　D．$3-\ln 2$

4．已知集合$A=\{x\,|\,-2<x<3,x\in N\},B=\left\{x\,|\,x^2>1\right\}$A，则集合$A\,|\,B=$（　　）

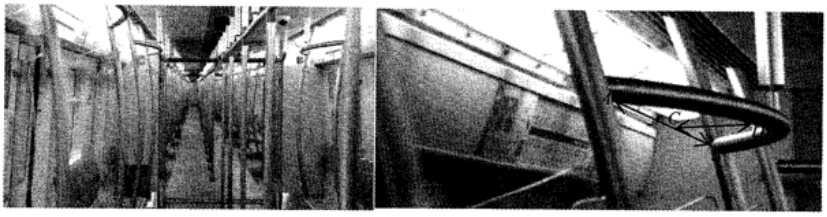
A．$\{2\}$　　B．$\{-1,0,1\}$　　C．$\{-2,2\}$　　D．$\{-1,0,1,2\}$

5．已知*a*，*b*∈*R*，$3+ai=b-(2a-1)i$，则（　　）

A．*b*=3*a*　　B．*b*=6*a*　　C．*b*=9*a*　　D．*b*=12*a*

6．

在很多地铁的车厢里，顶部的扶手是一根漂亮的弯管，如下图所示．将弯管形状近似地看成是圆弧，已知弯管向外的最大突出(图中CD)有$15cm$，跨接了 6 个坐位的宽度(AB)，每个座位宽度为$43cm$，估计弯管的长度，下面的结果中最接近真实值的是（　　）



A．$250cm$　　**B**．$260cm$　　**C**．$295cm$　　**D**．$305cm$

7．已知命题p：$\exists x\in R$,使$\sin x<\frac{1}{2}x$成立．　则$\neg p$为（ ）

A．$\forall x\in R,\ \sin x\geq\frac{1}{2}x$均成立　　**B**．$\forall x\in R,\ \sin x<\frac{1}{2}x$均成立

C．$\exists x\in R$,使$\sin x\geq\frac{1}{2}x$成立　　**D**．$\exists x\in R$,使$\sin x=\frac{1}{2}x$成立

8．已知定义在 R 上的偶函数$f\left(x\right)$满足$f\left(1+x\right)=f\left(1-x\right)$，当$x\in\left[0,1\right]$时，$f\left(x\right)=-x+1$，函数$g\left(x\right)=e^{-|x-1|}$（$-1\leq x\leq 3$），则函数$f\left(x\right)$与函数$g\left(x\right)$的图象的所有交点的横坐标之和为（　　）

A．2　　**B**．4　　**C**．5　　**D**．6

9．函数$f(x)=A\sin(\omega x+\frac{\pi}{4})(\omega>0)$的图象与$x$轴交点的横坐标构成一个公差为$\frac{\pi}{3}$的等差数列，要得到函数$g(x)=A\cos\omega x$的图象，只需将$f(x)$的图象（　　）

A．向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位　　**B**．向右平移$\frac{\pi}{4}$个单位

C．向左平移$\frac{\pi}{4}$个单位　　**D**．向右平移$\frac{3\pi}{4}$个单位

10．定义：$N\{f(x)\otimes g(x)\}$表示不等式$f(x)<g(x)$的解集中的整数解之和.若$f(x)=|\log_2 x|$，$g(x)=a(x-1)^2+2$，$N\{f(x)\otimes g(x)\}=6$，则实数a的取值范围是

A．$(-\infty,-1]$　　**B**．$(\log_2 3-2,0)$　　**C**．$(2-\log_2 6,0]$　　**D**．$(\frac{\log_2 3-2}{4},0]$

11．已知复数$\square=\frac{2\square}{1-\square}$，则$\square$的共轭复数在复平面对应的点位于（　　）

A．第一象限　　**B**．第二象限　　**C**．第三象限　　**D**．第四象限

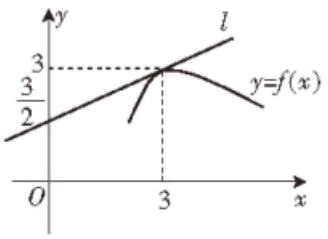
12．设$\{a_n\}$是等差数列，且公差不为零，其前n项和为S_n．则“$\forall n\in N^*$，$S_{n+1}>S_n$”是“$\{a_n\}$为递增数列”的（　　）

A．充分而不必要条件　　**B．必要而不充分条件**

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．如图，直线 l 是曲线 $y=f(x)$ 在 $x=3$ 处的切线，则 $f'(3)=$_____.



14．若 x，y 均为正数，且 $x+y=xy$，则 $x+y$ 的最小值为_____.

15．若 $(\frac{5}{x}-3\sqrt{x})^n$ 的展开式中各项系数之和为 32，则展开式中 x 的系数为_____

16．已知正数 a，b 满足 $a+b=1$，则 $\frac{b}{a}+\frac{1}{b}$ 的最小值等于_____，此时 $a=$_____.

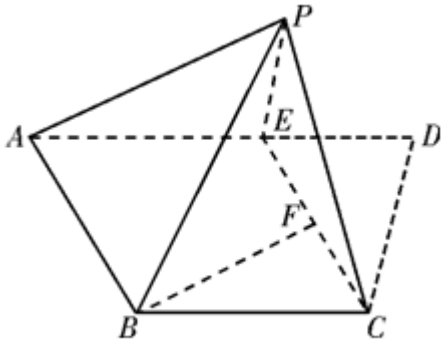
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=e^{ax}-x$（$a\in R$，e 为自然对数的底数），$g\left(x\right)=\ln x+mx+1$.

（1）若 $f\left(x\right)$ 有两个零点，求实数 a 的取值范围；

（2）当 $a=1$ 时，$x\left[f\left(x\right)+x\right]\geq g\left(x\right)$ 对任意的 $x\in\left(0,+\infty\right)$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

18．（12 分）如图，平面四边形 $ABCD$ 中，$BC//AD,\angle ADC=90^{\circ},\angle ABC=120^{\circ}$，$E$ 是 AD 上的一点，$AB=BC=2DE,F$ 是 EC 的中点，以 EC 为折痕把 $\triangle EDC$ 折起，使点 D 到达点 P 的位置，且 $PC\perp BF$.

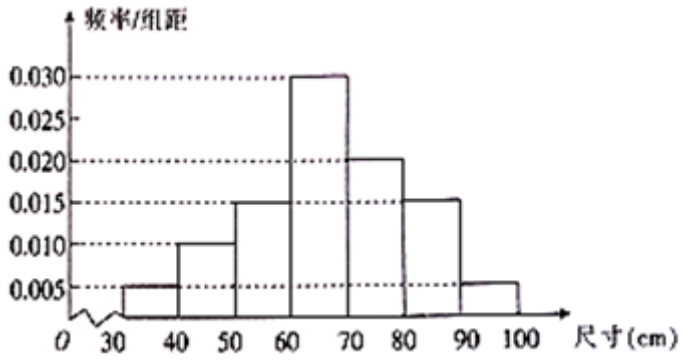


（1）证明：平面 $PEC\perp$ 平面 $ABCE$；

（2）求直线 PC 与平面 PAB 所成角的正弦值.

19．（12 分）为了检测某种零件的一条生产线的生产过程，从生产线上随机抽取一批零件，根据其尺寸的数据得到如图所示的频率分布直方图，若尺寸落在区间 $(\overline{x}-2s,\overline{x}+2s)$ 之外，则认为该零件属“不合格”的零件，其中 $\overline{x}$，s

分别为样本平均数和样本标准差，计算可得 $s \approx 15$（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）.



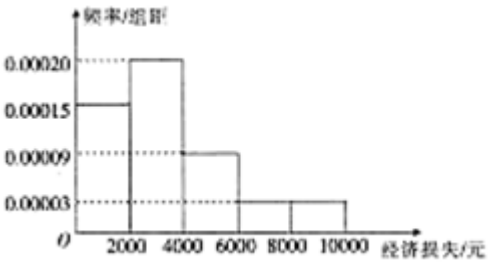
（1）求样本平均数的大小；

（2）若一个零件的尺寸是 100 *cm*，试判断该零件是否属于“不合格”的零件.

20.（12 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中，已知曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\cos\alpha \\ y = \sin\alpha \end{cases}$（α 为参数）. 以直角坐标系原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos(\theta - \frac{\pi}{4}) = 2\sqrt{2}$，点 P 为曲线 C 上的动点，求点 P 到直线 l 距离的最大值.

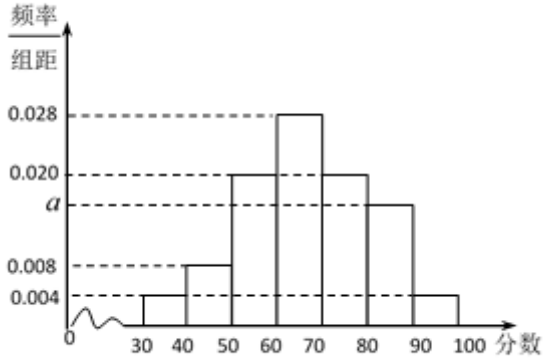
21.（12 分）2018 年 9 月，台风“山竹”在我国多个省市登陆，造成直接经济损失达 52 亿元.某青年志愿者组织调查了某地区的 50 个农户在该次台风中造成的直接经济损失，将收集的数据分成五组：$[0,2000]$，$(2000,4000]$，$(4000,6000]$，$(6000,8000]$，$(8000,10000]$（单位：元），得到如图所示的频率分布直方图.



（1）试根据频率分布直方图估计该地区每个农户的平均损失（同一组中的数据用该组区间的中点值代表）；

（2）台风后该青年志愿者与当地政府向社会发出倡议，为该地区的农户捐款帮扶，现从这 50 户并且损失超过 4000 元的农户中随机抽取 2 户进行重点帮扶，设抽出损失超过 8000 元的农户数为 X，求 X 的分布列和数学期望.

22.（10 分）改革开放 40 年，我国经济取得飞速发展，城市汽车保有量在不断增加，人们的交通安全意识也需要不断加强.为了解某城市不同性别驾驶员的交通安全意识，某小组利用假期进行一次全市驾驶员交通安全意识调查.随机抽取男女驾驶员各 50 人，进行问卷测评，所得分数的频率分布直方图如图所示.规定得分在 80 分以上为交通安全意识强.



	安全意识强	安全意识不强	合计
男性			
女性			
合计			

（Ⅰ）求 a 的值，并估计该城市驾驶员交通安全意识强的概率；

（Ⅱ）已知交通安全意识强的样本中男女比例为 4:1，完成 2×2 列联表，并判断有多大把握认为交通安全意识与性别有关；

（Ⅲ）在（Ⅱ）的条件下，从交通安全意识强的驾驶员中随机抽取 2 人，求抽到的女性人数 X 的分布列及期望.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$

$P\left(K^2\geq k\right)$	0.010	0.005	0.001
k	6.635	7.879	10.828

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

根据抛物线方程求得焦点坐标和准线方程，结合定义表示出$|AF|$；根据抛物线与圆的位置关系和特点，求得B点横坐标的取值范围，即可由ΔFAB的周长求得其范围.

【详解】

抛物线$y^2=8x$，则焦点$F(2,0)$，准线方程为$x=-2$，

根据抛物线定义可得$|AF|=x_A+2$，

圆$(x-2)^2+y^2=16$，圆心为$(2,0)$，半径为4，

点A、B分别在抛物线$y^2=8x$及圆$x^2+y^2-4x-12=0$的实线部分上运动，解得交点横坐标为2.

点A、B分别在两个曲线上，AB总是平行于x轴，因而两点不能重合，不能在x轴上，则由圆心和半径可知$x_B\in(2,6)$，

则ΔFAB的周长为$|AF|+|AB|+|BF|=x_A+2+x_B-x_A+4=6+x_B$，

所以$6+x_B\in(8,12)$，

故选：B.

【点睛】

本题考查了抛物线定义、方程及几何性质的简单应用，圆的几何性质应用，属于中档题.

2、D

【解析】

由题意可得$a_5=\frac{a_9}{a_5}$，从而得到$a_5=3$，再由$a_5=3$就可以得出其它各项的值，进而判断出S_9的范围.

【详解】

解：$\because a_i+a_j$，或其积a_ia_j，或其商$\frac{a_j}{a_i}$仍是该数列中的项，

$\therefore a_2+a_9$或者a_2a_9或者$\frac{a_9}{a_2}$是该数列中的项，

又$\because$数列$\{a_n\}$是递增数列，

$\therefore a_1<a_2<a_3<\ldots<a_9$，

$\therefore a_2+a_9>a_9$，$a_2a_9>a_9$，只有$\frac{a_9}{a_2}$是该数列中的项，

同理可以得到$\frac{a_9}{a_3}$，$\frac{a_9}{a_4}$，$\cdots$，$\frac{a_9}{a_8}$也是该数列中的项，且有$a_1<\frac{a_9}{a_8}<\frac{a_9}{a_7}<\ldots<\frac{a_9}{a_2}<a_9$，

$\therefore a_5=\frac{a_9}{a_5}$，$\therefore a_5=3$或$a_5=-3$（舍），$\therefore a_6>3$，

根据$a_1=1$，$a_5=3$，$a_9=9$，

同理易得$a_2=3^{\frac{1}{4}}$，$a_3=3^{\frac{1}{2}}$，$a_4=3^{\frac{3}{4}}$，$a_6=3^{\frac{5}{4}}$，$a_7=3^{\frac{3}{2}}$，$a_8=3^{\frac{7}{4}}$，

$\therefore S_9=a_1+a_2+\ldots+a_9=\frac{1-3^{\frac{9}{4}}}{1-3^{\frac{1}{4}}}<36$，

故选：D.

【点睛】

本题考查数列的新定义的理解和运用，以及运算能力和推理能力，属于中档题.

3、A

【解析】

设直线为$y=a(a>0),A(x_1,y_1)B(x_2,y_2)$，用$a$表示出$x_1$，$x_2$，求出$4|AB|$，令$f(a)=a^2+2-\ln a$，利用导数求出单调区间和极小值、最小值，即可求出$4|AB|$的最小值.

【详解】

解：设直线为$y=a(a>0),A(x_1,y_1)B(x_2,y_2)$，则$\ln a=2x_1+1$，$\therefore x_1=\frac{1}{2}(\ln a-1)$，

而x_2满足$a^2=2x_2-1$，$\therefore x_2=\frac{a^2+1}{2}$

那么$4\left|AB\right|=4(x_2-x_1)=4\left[\frac{a^2+1}{2}-\frac{1}{2}\left(\ln a-1\right)\right]=2\left(a^2+2-\ln a\right)$

设$f(a)=a^2+2-\ln a$，则$f'(a)=\frac{2a^2-1}{a}$，函数$f(a)$在$\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$上单调递减，在$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty\right)$上单调递增，

所以$4\left|AB\right|_{\min}=2f(a)_{\min}=2f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=5+\ln 2$

故选：A.

【点睛】

本题考查导数知识的运用：求单调区间和极值、最值，考查化简整理的运算能力，正确求导确定函数的最小值是关键，属于中档题.

4、A

【解析】

化简集合 A,B，按交集定义，即可求解.

【详解】

集合 $A=\{x\mid -2<x<3,x\in N\}=\{0,1,2\}$，

$B=\{x\mid x>1或x<-1\}$，则 $A\cap B=\{2\}$.

故选:A.

【点睛】

本题考查集合间的运算，属于基础题.

5、C

【解析】

两复数相等，实部与虚部对应相等.

【详解】

由 $3+ai=b-(2a-1)i$，

得 $\begin{cases}3=b\\a=1-2a\end{cases}$，即 $a=\frac{1}{3}$，$b=1$.

$\therefore b=9a$.

故选：C.

【点睛】

本题考查复数的概念，属于基础题.

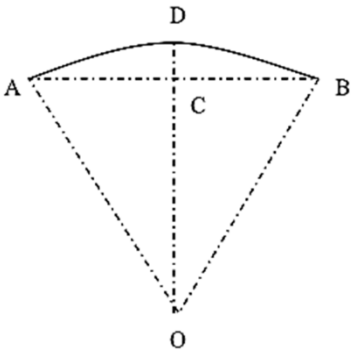
6、B

【解析】

$\overset{\frown}{AB}$ 为弯管，AB 为 6 个座位的宽度，利用勾股定理求出弧 AB 所在圆的半径为 r，从而可得弧所对的圆心角，再利用弧长公式即可求解.

【详解】

如图所示，$\overset{\frown}{AB}$ 为弯管，AB 为 6 个座位的宽度，



则 $AB=6\times43=258cm$

$CD=15cm$

设弧 AB 所在圆的半径为 r，则

$r^2=(r-CD)^2+AC^2$

$=(r-15)^2+129^2$

解得 $r\approx562cm$

$\sin\angle AOD=\frac{129}{562}\approx0.23$

可以近似地认为 $\sin x\approx x$，即 $\angle AOD\approx0.23$

于是 $\angle AOB\approx0.46$，$\overset{\frown}{AB}$ 长 $\approx562\times0.46\approx258.5$

所以 $260cm$ 是最接近的，其中选项 *A* 的长度比 AB 还小，不可能，

因此只能选 *B*，260 或者由 $\cos x\approx0.97$，$\sin2x\approx0.45\Rightarrow2x<\frac{\pi}{6}$

所以弧长 $<562\times\frac{\pi}{6}\approx294$.

故选：B

【点睛】

本题考查了弧长公式，需熟记公式，考查了学生的分析问题的能力，属于基础题.

7、A

【解析】

试题分析：原命题为特称命题，故其否定为全称命题，即 $\neg p:\forall x\in\mathbf{R},\sin x\geq\frac{x}{2}$.

考点：全称命题.

8、B

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/728032047131006116