专练

1．若实数 a，$b\in\mathrm{R}$ 且 $a>b$，则下列不等式恒成立的是(　　)

A．$a^2>b^2$　　　　B.$\frac{a}{b}>1$

C．$2^a>2^b$　　　　D．$\lg(a-b)>0$

2．设函数$f(x)=\begin{cases}x^2-4x+6, & x\geq 0,\end{cases}$　则不等式$f(x)>f(1)$的解集是(　　)

A．$(-3,1)\cup(3,+\infty)$　　　　B．$(-3,1)\cup(2,+\infty)$

C．$(-1,1)\cup(3,+\infty)$　　　　D．$(-\infty,-3)\cup(1,3)$

3．若变量 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x\geq 0,\\ y\geq 0,\\ 3x+4y\leq 12,\end{cases}$ 则 $z=2^x\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^y$ 的最大值为(　　)

A．16　　　　B．8

C．4　　　　D．3

4．若对任意正实数 x，不等式$\frac{1}{x^2+1}\leq\frac{a}{x}$恒成立，则实数 a 的最小值为(　　)

A．1　　　　B.$\sqrt{2}$

C.$\frac{1}{2}$　　　　D.$\frac{\sqrt{2}}{2}$

5．若实数 x，y 满足不等式组$\begin{cases}2x+y+2\geq 0,\\ x+y-1\leq 0,\\ y\geq m,\end{cases}$ 且 $x-y$ 的最大值为 5，则实数 m 的值为(　　)

A．0　　　　B．-1

C．-2　　　　D．-5

6．对于任意实数 a，b，c，d，有以下四个命题：

①若 $ac^2>bc^2$，则 $a>b$；

②若 $a>b$，$c>d$，则 $a+c>b+d$；

③若 $a>b$，$c>d$，则 $ac>bd$；

④若 $a>b$，则$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$.

其中正确的命题有(　　)

A．1 个　　　　B．2 个

C．3 个　　　　D．4 个

7．对于函数$f(x)$，如果存在$x_0\neq0$，使得$f(x_0)=-f(-x_0)$，则称$(x_0，f(x_0))$与$(-x_0，f(-x_0))$为函数图象的一组奇对称点．若$f(x)=e^x-a$(e为自然对数的底数)的图象上存在奇对称点，则实数a的取值范围是(　　)

A．$(-\infty，1)$　　　　B．$(1，+\infty)$

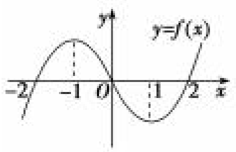
C．$(e，+\infty)$　　　　D．$[1，+\infty)$

8．若$1\leq\log_2(x-y+1)\leq2$，$|x-3|\leq1$，则$x-2y$的最大值与最小值之和是(　　)

A．0　　　　B．-2

C．2　　　　D．6

9．已知函数$f(x)(x\in R)$的图象如图所示，$f'(x)$是$f(x)$的导函数，则不等式$(x^2-2x-3)f'(x)>0$的解集为(　　)



A．$(-\infty，-2)\cup(1，+\infty)$

B．$(-\infty，-2)\cup(1,2)$

C．$(-\infty，-1)\cup(-1,0)\cup(2，+\infty)$

D．$(-\infty，-1)\cup(-1,1)\cup(3，+\infty)$

10．已知点$P(x，y)$满足$\begin{cases}x+y\leq4,\\y\geq x,\\x\geq1,\end{cases}$过点$P$的直线与圆$x^2+y^2=14$相交于$A$，$B$两点，则$|AB|$的最小值为(　　)

A．2　　　　B．$2\sqrt{6}$

C．$2\sqrt{5}$　　　　D．4

11．某企业生产甲、乙两种产品均需用A、B两种原料．已知生产1吨每种产品所需原料及每天原料的可用限额如表所示．如果生产1吨甲、乙产品可获利润分别为3万元、4万元，则该企业每天可获得最大利润为(　　)

	甲	乙	原料限额
A(吨)	3	2	12

B(吨)	1	2	8

A. 12 万元

B．16 万元

C．17 万元

D．18 万元

12．已知 $a>0>b$，则下列不等式一定成立的是(　　)

A．$a^2<-ab$　　　　B．$|a|<|b|$

C．$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　　　D．$\left(\frac{1}{2}\right)^a>\left(\frac{1}{2}\right)^b$

13．设实数 x，y 满足 $\begin{cases}2x+5y-10\le 0\\x+4y-5\ge 0\\x>0\end{cases}$，则 $z=x+3y$ 的最大值为(　　)

A．15　　　　B．$\frac{15}{4}$

C．5　　　　D．6

14．设函数 $f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\2^x-2^{-x}, & x>0,\end{cases}$ 则满足不等式 $f(x^2-2)>f(x)$ 的 x 的取值范围是(　　)

A．$(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

B．$(-\infty,-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},+\infty)$

C．$(-\infty,-\sqrt{2})\cup(2,+\infty)$

D．$(-\infty,-1)\cup(\sqrt{2},+\infty)$

15．甲、乙、丙、丁四位同学参加奥赛，其中只有一位获奖，有人走访了四位同学，甲说："是乙或丙获奖．"乙说："甲、丙都未获奖．"丙说："我获奖了．"丁说："是乙获奖．"已知四位同学的话只有一句是对的，则获奖的同学是(　　)

A．甲　　　　B．乙

C．丙　　　　D．丁

16．若关于 x 的不等式 $x^2+2ax+1\ge 0$ 在 $[0,+\infty)$ 上恒成立，则实数 a 的取值范围为(　　)

A．$(0,+\infty)$　　　　B．$[-1,+\infty)$

C．$[-1,1]$　　　　D．$[0,+\infty)$

17．已知实数 x，y 满足 $\begin{cases}x-2y+1\ge 0\\x<2\\x+y-1\ge 0\end{cases}$．若 $z=|2x-2y-1|$，则 z 的取值范围是(　　)

A．$\left[\frac{5}{3}，5\right]$　　　　B．$[0，5]$

C．$[0，5)$　　　　D．$\left(\frac{5}{2}，5\right]$

18．已知变量 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y\le 6, \\ x-3y\le -2, \\ x\ge 1, \end{cases}$ 若目标函数 $z=ax+by(a>0，b>0)$的最小值为 2，则$\frac{1}{a}+$

$\frac{3}{b}$的最小值为　(　　)

A．$2+\sqrt{3}$　　B．$5+2\sqrt{6}$

C．$8+\sqrt{15}$　　D．$2\sqrt{3}$

19．已知函数$f(x)=x^3+3x^2+4x+2$，则不等式$f(|x-1|)<f(|x|)$的解集为(　　)

A. $\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$　　B．$\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$

C. $\left(-1,-\frac{1}{2}\right)$　　D．$\left(-\frac{1}{2},1\right)$

20．已知实数 x，y 满足不等式组$\begin{cases}x+y-3\le 0,\\ x-2y-3\le 0,\\ 0\le x\le 4,\end{cases}$则该不等式组表示的平面区域的面积为(　　)

A.$\frac{9}{4}$　B.$\frac{27}{4}$

C．9　D．$\frac{27}{2}$

21．已知实数 x，y 满足$\begin{cases}x-y\ge 0,\\ x+y-4\ge 0,\\ x\le 4,\end{cases}$

则 $z=4x-y$ 的最小值为(　　)

A．4　B．6

C．12　D．16

22．给出下列不等式：①$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}(a>b)$；②$x+\frac{1}{x}\ge 2(x\ne 0)$；③$\frac{c}{a+b}<\frac{c}{ab}(b<a<0<c)$；④$\frac{a+m}{b+m}>\frac{a}{b}(a，b，m>0$ 且 $a<b)$．其中恒成立的个数为(　　)

A．1　B．2

C．3　D．4

23．用一段长 8 cm 的铁丝围成一个矩形模型，则这个模型面积的最大值为(　　)

A．9 cm²　B．16 cm²　　C．4 cm²　D．5 cm²

24．若实数 x，y 满足 $\begin{cases} y\le x, \\ x+4y-4\ge 0, \\ x+y-3\le 0, \end{cases}$ 则 $\dfrac{x+1}{y}$ 的取值范围是(　　)

C．$\left[\frac{5}{3}, 2\right]$　D．$[2,11]$

25．设实数 x，y 满足 $\begin{cases} x\geq 2, \\ 3x-y\geq 1, \\ y\geq x+1, \end{cases}$ 则下列不等式恒成立的是(　　)

A．$x\geq 3$　B．$y\geq 4$

C．$x+2y-8\geq 0$　D．$2x-y+1\geq 0$

26．若 $6<a<10$，$\frac{a}{2}\leq b\leq 2a$，$c=a+b$，则 c 的取值范围是(　　)

A．$[9,18]$　B．$(18,30)$

C．$[9,30]$　D．$(9,30)$

27．设实数 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} y\geq 0, \\ x+y-3\leq 0, \\ x-2y+6\geq 0, \end{cases}$ 若目标函数 $z=a|x|+2y$ 的最小值为 -6，则实数 a 等于(　　)

A．2　B．1

C．-2　D．-1

28．已知 $a>b$，$ab\neq 0$，下列不等式中：①$a^2>b^2$；②$2^a>2^b$；③$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$；④$a^{\frac{1}{3}}>b^{\frac{1}{3}}$；⑤$\left(\frac{1}{3}\right)^a<\left(\frac{1}{3}\right)^b$.恒成立的是________．(填序号)

29．已知 x，y 满足 $\begin{cases} x\geq 2, \\ x+y\leq 4, \\ 2x-y-m\leq 0. \end{cases}$ 若目标函数 $z=3x+y$ 的最大值为 10，则 z 的最小值为________．

30．已知 $x<0$，且 $x-y=1$，则 $x+\frac{1}{2y+1}$ 的最大值是________．

31．设 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y\leq 1, \\ 2x+y\geq -1, \\ x-y\leq 0, \end{cases}$ 则 $z=3x-2y$ 的最小值为__________．

32．在 R 上定义运算：$x*y=x(1-y)$，若不等式$(x-a)*(x+a)\le 1$对任意的 x 恒成立，则实数 a 的取值范围是__________.

33．设 $z=kx+y$，其中实数 x，y 满足$\begin{cases} x+y-2\ge 0, \\ x-2y+4\ge 0, \\ 2x-y-4\le 0. \end{cases}$若 z 的最大值为 12，则实数 $k=$__________.

34．记 min{a，b}为 a，b 两数的最小值．当正数 x，y 变化时，令 $t=\min\left\{2x+y,\ \dfrac{2y}{x^2+2y^2}\right\}$，则 t 的最大值为

35．已知变量 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} x-2y+4\leq 0, \\ y\geq 2, \\ x-4y+k\geq 0, \end{cases}$ 且 $z=3x+y$ 的最小值为 -1，则常数 $k=$________.

高考押题专练

1．若实数 a，$b\in R$ 且 $a>b$，则下列不等式恒成立的是(　　)

A．$a^2>b^2$　　　　B．$\frac{a}{b}>1$

C．$2^a>2^b$　　　　D．$\lg(a-b)>0$

【解析】根据函数的图象与不等式的性质可知：当 $a>b$ 时，$2^a>2^b$，故选 C.

【答案】C

2．设函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-4x+6，x\geq 0，\\ x+6，x<0，\end{cases}$ 则不等式 $f(x)>f(1)$ 的解集是(　　)

A．$(-3,1)\cup(3，+\infty)$　　　　B．$(-3,1)\cup(2，+\infty)$

C．$(-1,1)\cup(3，+\infty)$　　　　D．$(-\infty，-3)\cup(1,3)$

【解析】由题意知 $f(1)=3$，故原不等式可化为 $\begin{cases}x<0，\\ x+6>3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x\geq 0，\\ x^2-4x+6>3，\end{cases}$ 解得 $-3<x<1$ 或 $x>3$，所以原不等式的解集为 $(-3,1)\cup(3，+\infty)$.

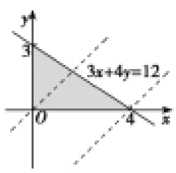
【答案】A

3．若变量 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x\geq 0，\\ y\geq 0，\\ 3x+4y\leq 12，\end{cases}$ 则 $z=2^x\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^y$ 的最大值为(　　)

A．16　　　　B．8

C．4　　　　D．3

【解析】作出不等式组 $\begin{cases}x\geq 0，\\ y\geq 0，\\ 3x+4y\leq 12\end{cases}$ 表示的平面区域如图中阴影部分所示.



又 $z=2^x\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^y=2^{x-y}$，令 $u=x-y$，则直线 $u=x-y$ 在点(4,0)处 u 取得最大值，此时 z 取得最大值且 z_{max}

$=2^{4-0}=16$.

【答案】A

4．若对任意正实数 x，不等式$\frac{1}{x^2+1}\leq\frac{a}{x}$恒成立，则实数 a 的最小值为(　　)

A．1　　　　B.$\sqrt{2}$

C.$\frac{1}{2}$　　　　D.$\frac{\sqrt{2}}{2}$

【解析】因为$\frac{1}{x^2+1}\leq\frac{a}{x}$，即 $a\geq\frac{x}{x^2+1}$，而$\frac{x}{x^2+1}=\frac{1}{x+\frac{1}{x}}\leq\frac{1}{2}$(当且仅当 $x=1$ 时取等号)，所以 $a\geq\frac{1}{2}$.

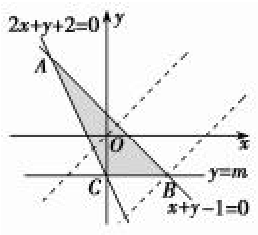
【答案】C

5．若实数 x，y 满足不等式组$\begin{cases}2x+y+2\geq0,\\x+y-1\leq0,\\y\geq m,\end{cases}$且 $x-y$ 的最大值为 5，则实数 m 的值为(　　)

A．0　　　　B．-1

C．-2　　　　D．-5

【解析】根据不等式组，作出可行域如图中阴影部分所示，令 $z=x-y$，则$y=x-z$，当直线$y=x-z$ 过点 $B(1-m，m)$时，z 取得最大值 5，所以 $1-m-m=5\Rightarrow m=-2$.



【答案】C

6．对于任意实数 a，b，c，d，有以下四个命题：

①若 $ac^2>bc^2$，则 $a>b$；　　②若 $a>b$，$c>d$，则 $a+c>b+d$；

③若 $a>b$，$c>d$，则 $ac>bd$；　④若 $a>b$，则$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$.

其中正确的命题有(　　)

A．1 个　　　　B．2 个

C．3 个　　　　D．4 个

【解析】①由 $ac^2>bc^2$，得 $c\neq0$，则 $a>b$，①正确；

②由不等式的同向可加性可知②正确；

③错误，当 $d<c<0$ 时，不等式不成立；

④错误，令 $a=-1$，$b=-2$，满足 $-1>-2$，

但 $\frac{1}{-1}<\frac{1}{-2}$.故正确的命题有 2 个.

【答案】B

7．对于函数$f(x)$，如果存在 $x_0\neq0$，使得$f(x_0)=-f(-x_0)$，则称$(x_0，f(x_0))$与$(-x_0，f(-x_0))$为函数图象的一组奇对称点．若$f(x)=e^x-a$(e 为自然对数的底数)的图象上存在奇对称点，则实数 a 的取值范围是(　　)

A．$(-\infty，1)$　　　　B．$(1，+\infty)$

C．$(e，+\infty)$　　　　D．$[1，+\infty)$

【解析】因为存在实数 $x_0(x_0\neq0)$，

使得$f(x_0)=-f(-x_0)$，

则 $e^{x_0}-a=-e^{-x_0}+a$，即 $e^{x_0}+\frac{1}{e^{x_0}}=2a$，又 $x_0\neq0$，所以 $2a=e^{x_0}+\frac{1}{e^{x_0}}>2\sqrt{e^{x_0}\cdot\frac{1}{e^{x_0}}}=2$，即 $a>1$.

【答案】B

8．若 $1\le\log_2(x-y+1)\le2$，$|x-3|\le1$，则 $x-2y$ 的最大值与最小值之和是(　　)

A．0　　　　B．-2

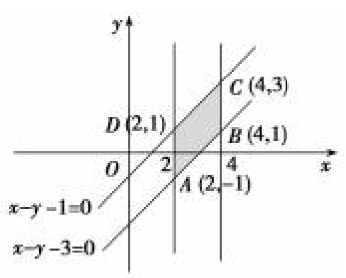
C．2　　　　D．6

【解析】$1\le\log_2(x-y+1)\le2$，$|x-3|\le1$，

即变量 x，y 满足约束条件

$\begin{cases}2\le x-y+1\le4,\\2\le x\le4,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x-y-3\le0,\\x-y-1\ge0,\\2\le x\le4,\end{cases}$

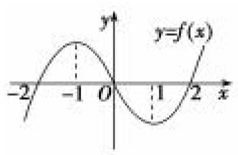
作出不等式组表示的可行域如图中阴影部分所示，



可得 $x-2y$ 在 $A(2，-1)$，$C(4,3)$处取得最大值，最小值分别为 4，-2，其和为 2.

【答案】C

9．已知函数$f(x)(x\in R)$的图象如图所示，$f'(x)$是$f(x)$的导函数，则不等式$(x^2-2x-3)f'(x)>0$ 的解集为(　　)



A． $(-\infty, -2)\cup(1, +\infty)$

B．$(-\infty, -2)\cup(1,2)$

C．$(-\infty, -1)\cup(-1,0)\cup(2, +\infty)$

D．$(-\infty, -1)\cup(-1,1)\cup(3, +\infty)$

【解析】由$f(x)$的图象可知，在$(-\infty, -1)$，$(1, +\infty)$上，$f'(x)>0$，在$(-1,1)$上，$f'(x)<0$. 由$(x^2-2x-3)\cdot f'(x)>0$，

得$\begin{cases} f'(x)>0, \\ x^2-2x-3>0 \end{cases}$ 或$\begin{cases} f'(x)<0, \\ x^2-2x-3<0, \end{cases}$

即$\begin{cases} x>1 \text{ 或 } x<-1, \\ x>3 \text{ 或 } x<-1 \end{cases}$ 或$\begin{cases} -1<x<1, \\ -1<x<3, \end{cases}$

所以不等式的解集为$(-\infty, -1)\cup(-1,1)\cup(3, +\infty)$.

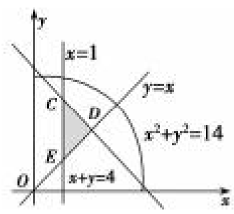
【答案】D

10．已知点$P(x, y)$满足$\begin{cases} x+y\le 4, \\ y\ge x, \\ x\ge 1, \end{cases}$过点 P 的直线与圆 $x^2+y^2=14$ 相交于 A，B 两点，则$|AB|$的最小值为(　　)

A．2　　　　B．$2\sqrt{6}$

C．$2\sqrt{5}$　　　　D．4

【解析】不等式组$\begin{cases} x+y\le 4, \\ y\ge x, \\ x\ge 1 \end{cases}$所表示的平面区域为$\triangle CDE$ 及其内部(如图)，



其中 $C(1,3)$，$D(2,2)$，$E(1,1)$，且点 C，D，E 均在圆 $x^2+y^2=14$ 的内部，故要使$|AB|$最小，则 $AB\perp OC$，因为$|OC|=\sqrt{10}$，所以$|AB|=2\times\sqrt{14-10}=4$，故选 D.

【答案】D