机密★启用前

2024-2025 学年上学期 10 月质量监测

高三年级数学　试题卷

（全卷满分 150 分，考试用时 120 分钟）

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求．

1. 已知复数 $z=2+3\mathrm{i}$，则 $|z-1|=$（　　）

A. $\sqrt{10}$　　B. $\sqrt{13}$　　C. 2　　D. 4

【答案】A

【解析】

【分析】计算出 $z-1$ 后结合模长定义即可得.

【详解】$z-1=1+3\mathrm{i}$，则 $|z-1|=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$.

故选：A.

2. 某校高一（4）班学生 47 人，寒假参加体育训练，其中足球队 25 人，排球队 22 人，游泳队 24 人，足球排球都参加的有 12 人，足球游泳都参加的有 9 人，排球游泳都参加的有 8 人，三项都参加的人数为（　　）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意设参加各类活动的学生的集合，找出各类运动的人数，然后结合题意列方程求解即可

【详解】设参加足球队的学生组成集合 A，参加排球队的学生组成集合 B，参加游泳队的学生组成集合 C，则

$\mathrm{card}(A)=25,\mathrm{card}(B)=22,\mathrm{card}(C)=24$，

$\mathrm{card}(A\quad B)=12,\mathrm{card}(A\quad C)=9,\mathrm{card}(B\quad C)=8$，

设三项都参加的人数为 x，则 $\mathrm{card}(A\quad B\quad C)=x$，

因为$\text{card}(A\quad B\quad C)=47$

所以由

$\text{card}(A\quad B\quad C)=\text{card}(A)+\text{card}(B)+\text{card}(C)-\text{card}(A\quad B)-\text{card}(A\quad C)-\text{card}(B\quad C)+\text{card}(A\quad B\quad C)$，

得$47=25+22+24-12-9-8+x$，解得$x=5$，

即三项都参加的人数为 5 人，

故选：D

3. 已知$a=\log_3\frac{2}{3}$，$b=3^{0.2}$，$c=\log_2\frac{3}{2}$，则（　　）

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$　　C. $c>b>a$　　D. $b>c>a$

【答案】D

【解析】

【分析】根据对数函数及指数函数的单调性得出参数范围比较即可.

【详解】因为$a=\log_3\frac{2}{3}<\log_3 1=0$，$b=3^{0.2}>1$，$0<c=\log_2\frac{3}{2}<1$，所以$b>c>a$.

故选：D.

4. 已知正方形$ABCD$的边长为6，$BM=\frac{1}{6}BC$，$CN=\frac{1}{3}CD$，则$BN\cdot AM$的值为（　　）

A. 6　　B. 3　　C. -6　　D. -3

【答案】C

【解析】

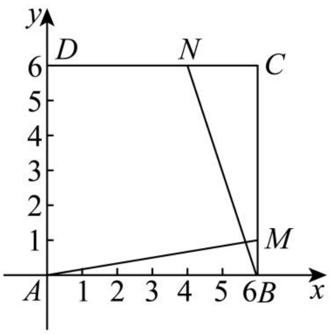
【分析】建立平面直角坐标系，利用坐标法计算可得.

【详解】如图建立平面直角坐标，则$A\left(0,0\right)$，$B(6,0)$，$M(6,1)$，$N(4,6)$，

$\therefore BN=(-2,6)$，$AM=(6,1)$，

$\therefore BN\cdot AM=-2\times6+6\times1=-6$.

故选：C.



5. 已知正三棱锥 $S-ABC$ 的所有顶点都在球 O 的球面上，棱锥的底面是边长为 $2\sqrt{3}$ 的正三角形，侧棱长为 $2\sqrt{5}$，则球 O 的表面积为（　　）

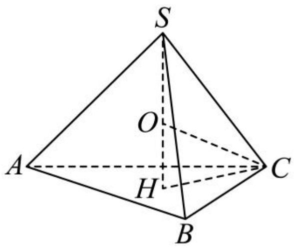
A. 10π　　B. 25π　　C. 100π　　D. 125π

【答案】B

【解析】

【分析】先判断球心在三棱锥的高线 SH 上，由正弦定理求得 CH，求得 SH，借助于 $\mathrm{Rt}\ \ OHC$ 列方程，求出外接球半径即得.

【详解】如图，设点S在底面的射影为点 H，



因底面边长均为 $2\sqrt{3}$，侧棱长均为 $2\sqrt{5}$，故球心 O 在 SH 上，

连接 CH，设球 O 的半径为 R，则 $SO=OC=R$，

由正弦定理 $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sin 60}=2CH$，解得 $CH=2$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle SHC$ 中，$SH=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-2^2}=4$，则 $OH=|4-R|$，

在 $\mathrm{Rt}\ \ OHC$ 中，由 $|4-R|^2+4=R^2$，解得 $R=\dfrac{5}{2}$，

则球 O 的表面积为 $S=4\pi R^2=4\pi\times(\dfrac{5}{2})^2=25\pi$.

故选：B.

6. 中华人民共和国体育代表团参加夏季奥运会以来，中国健儿们不断取得好成绩，到今天成长为体育大国，从 2000 年以来，金牌情况统计如下（不含中国香港、中国台湾）：

中国体育代表团夏季奥运会获得金牌数

届数	第 27 届	第 28 届	第 29 届	第 30 届	第 31 届	第 32 届
届数代码t	1	2	3	4	5	6
地点	2000 年 悉尼	2004 年 雅典	2008 年 北京	2012 年 伦敦	2016 年 里约热内卢	2021 年 东京
金牌数(y)	28	32	48	38	26	38

根据以上数据，建立y关于t的线性回归方程，若不考虑其他因素，根据回归方程预测第 33 届（2024 年巴黎奥运会）中国体育代表团金牌总数为（　　）

（$\hat{b},\hat{a}$精确到 0.01，金牌数精确到 1，参考数据：

$\sum\limits_{i=1}^{6}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})=11.00,\sum\limits_{i=1}^{6}(t_i-\overline{t})^2=17.50$）；参考公式：回归方程$\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}t$中斜率

和截距的最小二乘估计公式分别为：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})^2},\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{t}$.

A. 29　　B. 33　　C. 37　　D. 45

【答案】C

【解析】

【分析】先求出$\overline{t},\overline{y}$，然后由回归直线的方程公式求出方程，预测 2024 年对应$t=7$代入回归方程即可求解.

【详解】$\overline{t}=\dfrac{1+2+3+4+5+6}{6}=3.5,\overline{y}=\dfrac{28+32+48+38+26+38}{6}=35$，

$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{6}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{6}(t_i-\overline{t})^2}=\dfrac{11}{17.5}=0.63$，所以$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\cdot\overline{t}=35-0.63\times3.5=32.80$，

所以y关于t的线性回归方程为$\hat{y}=0.63t+32.8$.

2024 年对应$t=7$，代入回归方程得$\hat{y}=0.63\times7+32.8=37.21\approx37$，

故选：C.

7. 已知函数 $f\left(x\right)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，将 $f\left(x\right)$ 的图象向左平移 $\varphi(\varphi>0)$ 个单位后，得到函数 $g\left(x\right)$ 的图象，若 $g\left(x\right)$ 的图象与 $f\left(x\right)$ 的图象关于 y 轴对称，则 φ 的最小值等于（　　）

A. $\frac{\pi}{12}$　　B. $\frac{\pi}{6}$　　C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{3}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据函数平移可得 $g\left(x\right)=\sin\left(2x+2\varphi+\frac{\pi}{3}\right)$，进而根据 $g\left(x\right)=f\left(-x\right)$ 即可代入化简得 $\varphi=\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$ 求解.

【详解】解：$g\left(x\right)=f\left(x+\varphi\right)=\sin\left(2x+2\varphi+\frac{\pi}{3}\right)$，要 $g\left(x\right)$ 的图象与 $f\left(x\right)$ 的图象关于 y 轴对称，则 $g\left(x\right)=f\left(-x\right)=\sin\left(-2x+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(2x+\frac{2\pi}{3}\right)$，

所以 $2\varphi+\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$，故 $\varphi=\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$，

又 $\varphi>0$，故 $\varphi_{\min}=\frac{\pi}{6}$，

故选：B.

8. 已知方程 $e^x+x-2=0$，$\ln x+x-2=0$ 的根分别为 a,b，则 $a+b$ 的值为（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

【答案】B

【解析】

【分析】得到 $e^a+a-2=0$，$\ln b+b-2=0\Rightarrow\ln b+e^{\ln b}-2=0$，构造 $f\left(x\right)=e^x+x-2$，故 $f\left(a\right)=f\left(\ln b\right)=0$，求导得到其单调递增，故 $a=\ln b$，求出 $a+b=2$.

【详解】由题意得 $e^a+a-2=0$，$\ln b+b-2=0\Rightarrow\ln b+e^{\ln b}-2=0$，

令 $f\left(x\right)=\mathrm{e}^x+x-2$，则 $f\left(a\right)=f\left(\ln b\right)=0$，

又 $f'\left(x\right)=\mathrm{e}^x+1>0$ 恒成立，

故 $f\left(x\right)=\mathrm{e}^x+x-2$ 在 R 上单调递增，

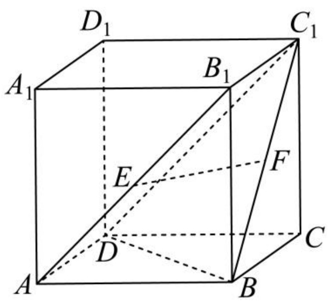
故 $a=\ln b$，

所以 $\ln b+b-2=0\Rightarrow a+b=2$.

故选：B

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得 3 分，有选错的得 0 分．

9. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E、F 分别是 AB_1、BC_1 的中点．下列结论正确的是（　　）



A. EF 与 BB_1 垂直

B. $EF\perp$ 与平面 BDD_1B_1

C. EF 与 C_1D 所成的角为 $45°$

D. $EF//$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$

【答案】ABD

【解析】

【分析】连接 A_1B，运用中位线定理推出 $EF//A_1C_1$，结合线面平行和垂直的判定定理和性质定理，分析判断可得 A、B、D 正确；再由异面直线所成的角的概念判断可得 C.

【详解】对 A：连接 A_1B，A_1C_1，则 A_1B 交 AB_1 于 E，又 F 为 BC_1 中点，

可得 $EF//A_1C_1$，由 $B_1B\perp$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$，$A_1C_1\subset$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$，

可得 $B_1B\perp A_1C_1$，故 $B_1B\perp EF$，故 A 正确；

对 B：连接 D_1B_1，$EF//A_1C_1$，由正方体性质可知 $A_1C_1\perp$ 平面 BDD_1B_1，

可得 $EF \perp$ 平面 BDD_1B_1，故 B 正确；

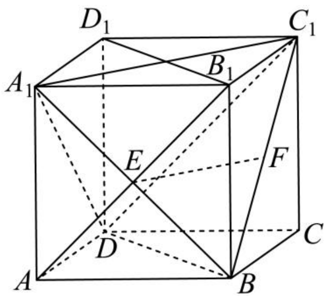
对 C：EF 与 C_1D 所成角就是 $\angle A_1C_1D$，连接 A_1D，

由正方体性质可知 $A_1C_1 = C_1D = A_1D$，即 A_1C_1D 为等边三角形，

故 $\angle A_1C_1D = 45°$，即 EF 与 C_1D 所成的角为 $45°$，故 C 错误；

对 D：由 $EF // A_1C_1$，$EF \not\subset$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$，$A_1C_1 \subset$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$，

故 $EF //$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$，故 D 正确.



故选：ABD.

10. 已知数列 $\left\{a_na_{n+1}\right\}\left(n \in \mathbf{N}^*\right)$ 是公比为 2 的等比数列，且 $a_1 = 1$，则下列结论正确的是（　　）

A. 若 $\left\{a_n\right\}$ 是等比数列，则公比为 $\sqrt{2}$

B. $\left\{a_{2n}\right\}$ 是公比为 2 的等比数列

C. $a_{2n-1} = 2^{n-1}$

D. 若 $a_2 = \frac{1}{2}$，则 $a_n = \begin{cases} 2^{\frac{n-1}{2}}, n\text{为奇数} \\ 2^{\frac{n}{2}-2}, n\text{为偶数} \end{cases}$

【答案】BCD

【解析】

【分析】依题意有 $a_{n+2} = 2a_n$，则$\{a_n\}$中奇数项和偶数项分别构成公比为 2 的等比数列，可判断 BC 选项，若$\{a_n\}$是等比数列，求出公比判断 A 选项，由已知条件求$\{a_n\}$的通项判断 D 选项.

【详解】数列 $\left\{a_na_{n+1}\right\}\left(n \in \mathbf{N}^*\right)$ 是公比为 2 的等比数列，且 $a_1 = 1$，

得 $\frac{a_{n+1}a_{n+2}}{a_na_{n+1}}=2$，则 $a_{n+2}=2a_n$，因为 $a_1=1$，则 $a_3=2$，且 $a_n\neq 0$.

若$\{a_n\}$是等比数列，则 $a_2^2=a_1a_3$，故 $a_2=\pm\sqrt{2}$，所以公比 $q=\pm\sqrt{2}$，A 错误；

由 $a_{n+2}=2a_n$，故 $a_{2n+2}=2a_{2n}$，即 $\frac{a_{2(n+1)}}{a_{2n}}=2$，故 $\{a_{2n}\}$ 是公比为 2 的等比数列，B 正确；

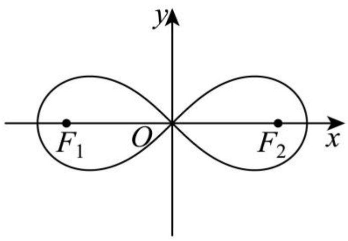
同理，数列 $\{a_{2n-1}\}$ 是公比为 2 的等比数列，由 $a_1=1$，则 $a_{2n-1}=1\times 2^{n-1}=2^{n-1}$，C 正确；

由 $a_2=\frac{1}{2}$，则 $a_{2n}=2^{n-2}$，设 m 为偶数，则 $a_m=2^{\frac{n}{2}-2}$，同理设 k 为奇数，则 $a_k=2^{\frac{k-1}{2}}$，

所以 $a_n=\begin{cases}2^{\frac{n-1}{2}},n\text{为奇数}\\ 2^{\frac{n}{2}-2},n\text{为偶数}\end{cases}$，D 正确，

故选：BCD.

11. 如图，曲线 C 是一条“双纽线”，其 C 上的点满足：到点 $F_1(-2,0)$ 与到点 $F_2(2,0)$ 的距离之积为 4，则下列结论正确的是（　　）



A. 点 $D(2\sqrt{2},0)$ 在曲线 C 上

B. 点 $M(x,1)(x>0)$ 在 C 上，则 $|MF_1|=2\sqrt{2}$

C. 点 Q 在椭圆 $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$ 上，若 $F_1Q\perp F_2Q$，则 $Q\in C$

D. 过 F_2 作 x 轴的垂线交 C 于 A,B 两点，则 $|AB|<2$

【答案】ACD

【解析】

【分析】对选项 A，根据“双纽线”定义即可判断 A 正确，对选项 B，根据“双纽线”定义得到 $M(\sqrt{3},1)$，再计算 $|MF_1|$ 即可判断 B 错误，对选项 C，根据“双纽线”定义和椭圆定义即可

判断 C 正确，对选项 D，设 $A(2,y)$，根据勾股定理得到 $\frac{16}{y^2}=16+y^2$，再解方程即可判断 D 正确.

【详解】对选项 A，因为 $|DF_1||DF_2|=(2\sqrt{2}+2)(2\sqrt{2}-2)=4$，由定义知 $D\in C$，故 A 正确；

对选项 B，点 $M(x,1)(x>0)$ 在 C 上，

则 $|MF_1||MF_2|=\sqrt{\left[(x+2)^2+1\right]\left[(x-2)^2+1\right]}=4$，

化简得 $x^4-6x^2+9=0$，所以 $x=\sqrt{3}$，$|MF_1|=\sqrt{(\sqrt{3}+2)^2+1}\neq 2\sqrt{2}$，B 错误；

对选项 C，椭圆 $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$ 上的焦点坐标恰好为 $F_1(-2,0)$ 与 $F_2(2,0)$，

则 $|F_1Q|+|F_2Q|=2\sqrt{6}$，又 $F_1Q\perp F_2Q$，所以 $|F_1Q|^2+|F_2Q|^2=16$，

故 $|F_1Q|\cdot|F_2Q|=\frac{\left(|F_1Q|+|F_2Q|\right)^2-\left(|F_1Q|^2+|F_2Q|^2\right)}{2}=4$，所以 $Q\in C$，C 正确；

对选项 D，设 $A(2,y)$，则 $|AB|=2|y|$，

因为 $A\in C$，则 $|AF_1|=\frac{4}{|y|}$，又 $|AF_1|^2=16+y^2$，

所以 $\frac{16}{y^2}=16+y^2$，化简得 $y^4+16y^2-16=0$，故 $y^2=4\sqrt{5}-8$，所以 $y^2-1=4\sqrt{5}-9<0$，

故 $|y|<1$，所以 $|AB|<2$，故 D 正确，

故选：ACD

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公差不为零的等差数列，$a_4=5$，且 a_2,a_3,a_6 成等比数列，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=$__________.

【答案】$2n-3$

【解析】

【分析】设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 $d(d\neq 0)$，根据题意，列出方程组，求得 a_1,d 的值，即

可求解.

【详解】设等差数列$\{a_n\}$的公差为$d(d\neq 0)$，

因为$a_4=5$，且a_2,a_3,a_6成等比数列，可得$\begin{cases}a_1+3d=5\\(a_1+2d)^2=(a_1+d)(a_1+5d)\end{cases}$，

即$\begin{cases}a_1+3d=5\\2a_1+d=0\end{cases}$，解得$a_1=-1,d=2$，

所以数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=a_1+(n-1)d=-1+(n-1)\times 2=2n-3$.

故答案为：$2n-3$.

13. 自然常数e是自然对数的底数，大约等于2.71828.某人用“调日法”找逼近e的分数，称小于2.718281的值为弱值，大于2.718282的值为强值.由$\frac{2}{1}<\mathrm{e}<\frac{3}{1}$，取2为弱值，3为强值，得$a_1=\frac{2+3}{1+1}=\frac{5}{2}$，故$a_1$为弱值，与上一次的强值3计算得$a_2=\frac{5+3}{2+1}=\frac{8}{3}$，故$a_2$为弱值，继续计算，$\cdots$，若某次得到的近似值为弱值，与上一次的强值继续计算得到新的近似值；若某次得到的近似值为强值，与上一次的弱值继续计算得到新的近似值，依此类推，若$a_n=\frac{49}{18}$，则$n=$__________.

【答案】6

【解析】

【分析】根据题意利用“调日法”不断计算，进行归纳推理能求出结果.

【详解】因为$a_2=\frac{8}{3}$为弱值，则与上一次的强值3计算得$a_3=\frac{11}{4}$为强值，

与上一次的弱值$\frac{8}{3}$计算得$a_4=\frac{19}{7}$为弱值，

与上一次的强值$\frac{11}{4}$计算得$a_5=\frac{30}{11}$为强值，

与上一次的弱值$\frac{19}{7}$计算得$a_6=\frac{49}{18}$，故$n=6$.

故答案为：6.