专题1-1　一网打尽全等三角形模型（10个模型）

题型 • 归纳

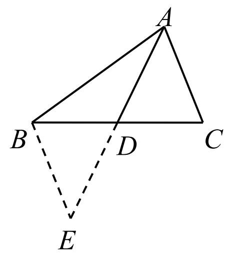
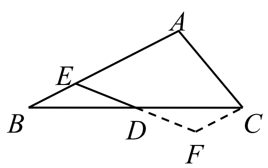
目录

知识点·梳理

模型梳理

模型 1　倍长中线模型

（一）基本模型

	已知：在△ABC 中，AD 是 BC 边上的中线，延长 AD 到点 E，使 ED＝AD，连接 BE．
	结论 1：△ACD≌△EBD．
	已知：在△ABC 中，点 D 是 BC 边的中点，点 E 是 AB 边上一点，连接 ED，延长 ED 到点 F，使 DF＝DE，连接 CF．
	结论 2：△BDE≌△CDF．

（二）结论推导

结论 1：△ACD≌△EBD．

证明：∵AD 是 BC 边上的中线，∴CD＝BD．

∵∠ADC＝∠EDB，AD＝ED，∴△ACD≌△EBD．

结论 2：△BDE≌△CDF．

证明：∵点 D 是 BC 边的中点，∴BD＝CD．

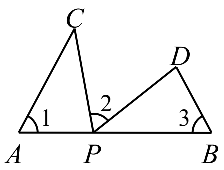
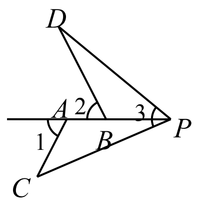
∵∠BDE＝∠CDF，DE＝DF，∴△BDE≌△CDF．

（三）解题技巧

遇到中点或中线，则考虑使用“倍长中线模型”，即延长中线，使所延长部分与中线相等，然后连接相应的顶点，构造出全等三角形.

模型 2 一线三等角模型

（一）基本模型

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td>已知：点 P 在线段 AB 上，$\angle 1=\angle 2=\angle 3$，$AP=BD$（或 $AC=BP$ 或 $CP=PD$）.</td></tr>
<tr><td>结论 1：$\triangle CAP\cong\triangle PBD$.</td></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td>已知：点 P 在 AB 的延长线上，$\angle 1=\angle 2=\angle 3$，$AP=BD$（或 $AC=BP$ 或 $CP=PD$）.</td></tr>
<tr><td>结论 2：$\triangle APC\cong\triangle BDP$.</td></tr>
</table>

（二）结论推导

结论 1：$\triangle CAP\cong\triangle PBD$.

证明：$\because\angle 1+\angle C+\angle APC=180^\circ$，$\angle 2+\angle BPD+\angle APC=180^\circ$，$\angle 1=\angle 2$，$\therefore\angle C=\angle BPD$.

$\because\angle 1=\angle 3$，$AP=BD$（或 $AC=BP$ 或 $CP=PD$），$\therefore\triangle CAP\cong\triangle PBD$.

结论 2：$\triangle APC\cong\triangle BDP$.

证明：$\because\angle 1=\angle C+\angle APC$，$\angle 2=\angle BPD+\angle D$，$\angle 3=\angle BPD+\angle APC$，$\angle 1=\angle 2=\angle 3$，

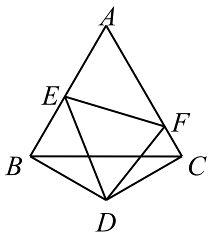
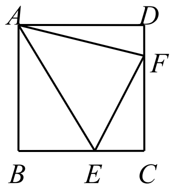
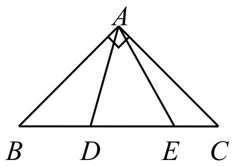
$\therefore\angle C=\angle BPD$，$\angle APC=\angle D$. $\because AP=BD$（或 $AC=BP$ 或 $CP=PD$），$\therefore\triangle APC\cong\triangle BDP$.

（三）解题技巧

在一条线段上出现三个相等的角，且有一组边相等时，则考虑使用一线三等角全等模型. 找准三个等角，再根据平角性质、三角形内角和进行等角代换，判定三角形全等，然后利用全等三角形的性质解题. 一线三等角模型常以等腰三角形、等边三角形、四边形（正方形或矩形）为背景，在几何综合题中考查.

模型 3 半角模型

（一）基本模型

等边三角形含半角 	已知：$\triangle ABC$ 是等边三角形，D 为 $\triangle ABC$ 外一点，$\angle BDC=120°$，$BD=CD$，点 E，F 分别在 AB，AC 上，$\angle EDF=60°$．
	结论 1：$EF=BE+CF$，$\angle DEB=\angle DEF$，$\angle DFC=\angle DFE$．
正方形含半角 	已知：四边形 $ABCD$ 是正方形，点 E，F 分别在 BC，CD 上，$\angle EAF=45°$．
	结论 2：$EF=BE+DF$，$\angle AEB=\angle AEF$，$\angle AFD=\angle AFE$．
等腰直角三角形含半角 	已知：$\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，$\angle BAC=90°$，点 D，E 在 BC 上，$\angle DAE=45°$．
	结论 3：$DE^2=BD^2+CE^2$．

（二）结论推导

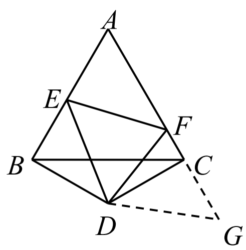
结论 1：$EF=BE+CF$，$\angle DEB=\angle DEF$，$\angle DFC=\angle DFE$．

证明：延长 AC 到点 G，使 $CG=BE$，连接 DG．

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，$\therefore \angle ABC=\angle ACB=60°$．

$\because \angle BDC=120°$，$BD=CD$，$\therefore \angle DBC=\angle DCB=30°$，

$\therefore \angle DBE=\angle DCF=90°$，$\therefore \angle DBE=\angle DCG=90°$，



$\therefore \triangle BDE\cong\triangle CDG$，$\therefore DE=DG$，$\angle DEB=\angle G$，$\angle BDE=\angle CDG$．

$\because \angle EDF=60°$，$\therefore \angle BDE+\angle CDF=60°$，

$\therefore \angle CDG+\angle CDF=60°$，即 $\angle GDF=60°$．

$\because DF=DF$，$\therefore \triangle DEF\cong\triangle DGF$，

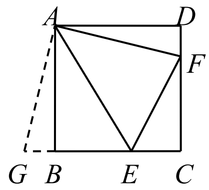
$\therefore EF=FG$，$\angle DEF=\angle G$，$\angle DFC=\angle DFE$．

∴$\angle DEB=\angle DEF$.

∵$FG=CG+CF$，∴$EF=BE+CF$.

结论 2：$EF=BE+DF$，$\angle AEB=\angle AEF$，$\angle AFD=\angle AFE$.

证明：延长 CB 到点 G，使 $BG=DF$，连接 AG.



∵正方形 $ABCD$，∴$\angle ABG=\angle D=90°$，$AB=AD$，

∴$\triangle ABG\cong\triangle ADF$，∴$AG=AF$，$\angle G=\angle AFD$，$\angle BAG=\angle DAF$.

∵$\angle EAF=45°$，∴$\angle BAE+\angle DAF=45°$，

∴$\angle BAE+\angle BAG=45°$，即$\angle EAG=45°$.

∵$AE=AE$，∴$\triangle AEF\cong\triangle AEG$，

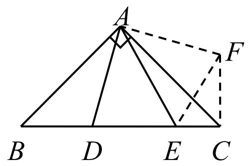
∴$EF=EG$，$\angle AEB=\angle AEF$，$\angle AFE=\angle G$.

∴$\angle AFD=\angle AFE$.

∵$EG=BE+BG$，∴$EF=BE+DF$.

结论 3：$DE^2=BD^2+CE^2$.

证明：将$\triangle ABD$ 绕点 A 逆时针旋转 90°到$\triangle ACF$，连接 EF.



∵$\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，$\angle BAC=90°$，

∴$\angle B=\angle ACB=45°$，∴$\angle ACF=\angle B=45°$，

∴$\angle ECF=90°$，∴$EF^2=CF^2+CE^2=BD^2+CE^2$，

∵$\angle DAE=45°$，∴$\angle BAD+\angle CAE=45°$，

∴$\angle CAF+\angle CAE=45°$，即$\angle FAE=45°$.

∵$AE=AE$，∴$\triangle AEF\cong\triangle AED$，

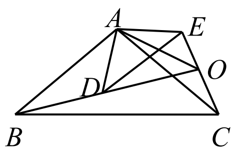
∴$EF=DE$，∴$DE^2=BD^2+CE^2$.

（三）解题技巧

对于半角模型，一般情况下都需要做辅助线（延长或旋转），构造全等，通过等量代换得到相关的结论.

模型 4 手拉手模型

（一）基本模型

<table>
<tr><td rowspan="2">
</td><td>已知：在△ABC 和△ADE 中，AB＝AC，AD＝AE，∠BAC＝∠DAE，连接 BD，CE 相交于 O，连接 OA．</td></tr>
<tr><td>结论 1：△ABD≌△ACE，BD＝CE，
结论 2：∠BOC＝∠BAC，
结论 3：OA 平分∠BOE．</td></tr>
</table>

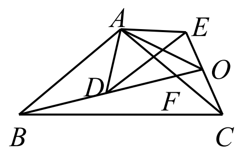
（二）结论推导

结论 1：△*ABD*≌△*ACE*，*BD*＝*CE*．

证明：∵∠*BAC*＝∠*DAE*，∴∠*BAD*＝∠*CAE*．

∵*AB*＝*AC*，*AD*＝*AE*，∴△*ABD*≌△*ACE*，

∴*BD*＝*CE*．



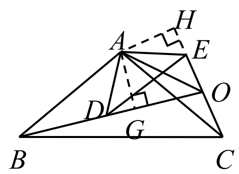
结论 2：∠*BOC*＝∠*BAC*．

证明：设 *OB* 与 *AC* 相交于点 *F*．

∵△*ABD*≌△*ACE*，∴∠*ABD*＝∠*ACE*．

∵∠*AFB*＝∠*OFC*，∴∠*BOC*＝∠*BAC*．

结论 3：*OA* 平分∠*BOE*．



证明：过点 *A* 分别做 *BD*，*CE* 的垂线，垂足为 *G*，*H*．

∵△*ABD*≌△*ACE*，∴$S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ACE}$，

∴$\frac{1}{2}BD\cdot AG=\frac{1}{2}CE\cdot AH$．

∵*BD*＝*CE*，∴*AG*＝*AH*，

∴*OA* 平分∠*BOE*．

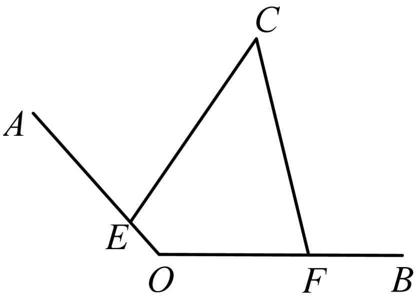
（三）解题技巧

如果题目中出现两个等腰三角形，可以考虑连接对应的顶点，用旋转全等模型；如果只出现一个等腰三角形，可以用旋转的方法构造旋转全等．

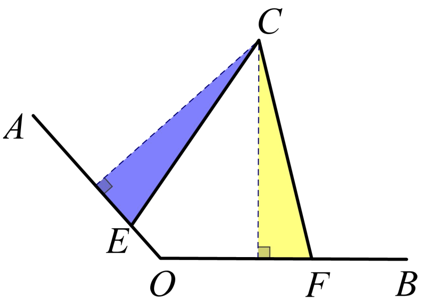
模型 5 对角互补+邻边相等模型

模型解读：通过做垂线或者利用旋转构造全等三角形解决问题。

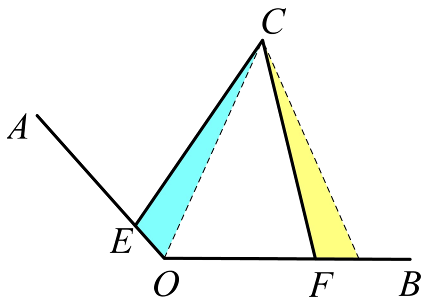
如图，$\angle EOF+\angle ECF=180^{\circ}$，$CE=CF$



作垂线

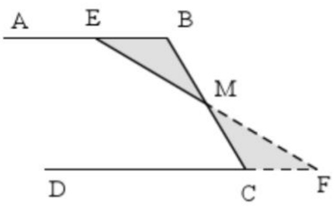


旋转



模型 6　平行线夹中点模型

【结论】如图，AB∥CD，点 E、F 分别在直线 AB、CD 上，点 M 为 BC 中点，则△BME≌△CMF



口诀：有中点，有平行，轻轻延长就能行

模型 7　截长补短模型

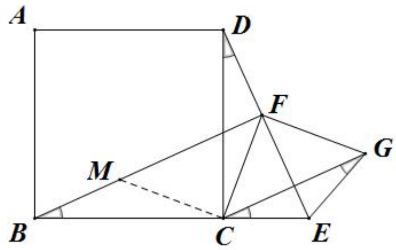
【模型解读】截长补短的方法适用于求证线段的和差倍分关系。截长：指在长线段中截取一段等于已知线段；补短：指将短线段延长，延长部分等于已知线段。该类题目中常出现等腰三角形、角平分线等关键词句，可以采用截长补短法构造全等三角形来完成证明过程，截长补短法(往往需证 2 次全等）。

①**截长**：在较长的线段上截取另外两条较短的线段。

如图所示，在 BF 上截取 BM=DF，易证△BMC≌△DFC（SAS），则 MC=FC=FG，∠BCM=∠DCF，

可得△MCF 为等腰直角三角形，又可证∠CFE=45°，∠CFG=90°，

∠CFG=∠MCF，FG∥CM，可得四边形 CGFM 为平行四边形，则 CG=MF，于是 BF=BM+MF=DF+CG.



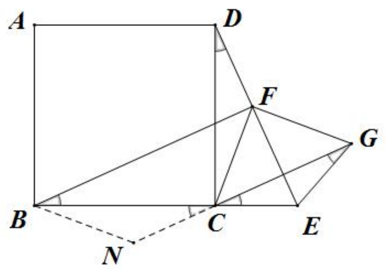
②补短：选取两条较短线段中的一条进行延长，使得较短的两条线段共线并寻求解题突破。

如图所示，延长 GC 至 N，使 CN=DF，易证△CDF≌△BCN（SAS），

可得 CF=FG=BN，∠DFC=∠BNC=135°，

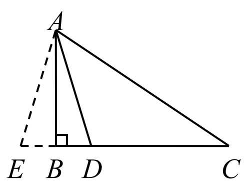
又知∠FGC=45°，可证 BN∥FG，于是四边形 BFGN 为平行四边形，得 BF=NG，

所以 BF=NG=NC+CG=DF+CG.



模型 8 绝配角模型

（一）基本模型

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td>已知：在△ABC 中，∠ABC＝90°，点 D 为边 BC 上一点，∠C＝2∠BAD，延长 DB 到点 E，使 BE＝BD，连接 AE.</td></tr>
<tr><td>结论：AC＝EC.</td></tr>
</table>

（二）结论推导

结论：$AC=EC$.

证明：∵$\angle ABC=90°$，$BE=BD$，∴$AE=AD$，

∴$\angle E=\angle ADE$，$\angle BAE=\angle BAD$，∴$\angle EAD=2\angle BAD$．

∵$\angle C=2\angle BAD$，∴$\angle EAD=\angle C$，

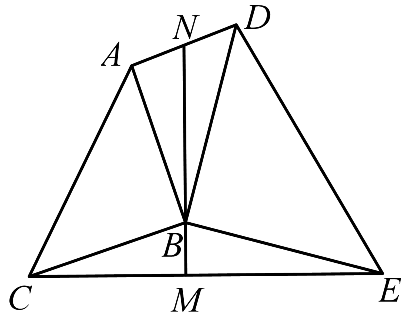
∴$\angle CAE=\angle ADE=\angle E$，∴$AC=EC$．

（三）解题技巧

如果题目中出现二倍角，可以考虑用绝配角模型，构造等腰三角形，绝配角＋等腰三角形＋全等三角形一般同时出现，然后用勾股定理或相似求解．构造等腰三角形是这类绝配角问题的重要方法．

模型 9 婆罗摩笈模型

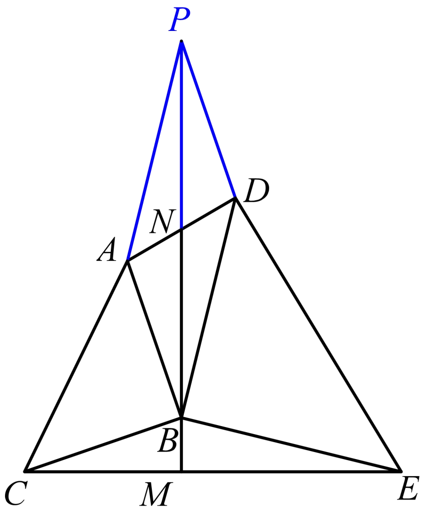
如图，$\triangle ABC$和$\triangle DBE$是等腰直角三角形，连接AD，CE，M，N分别在AD，CE上，且MN经过点B

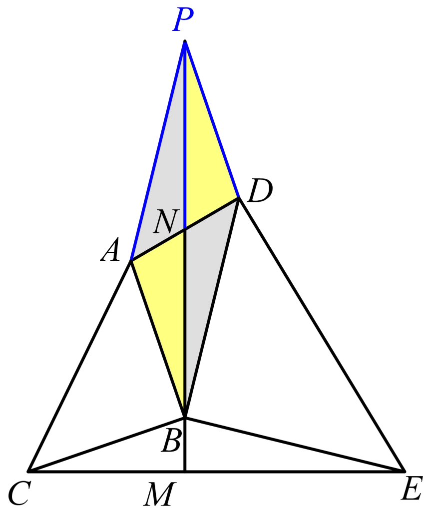


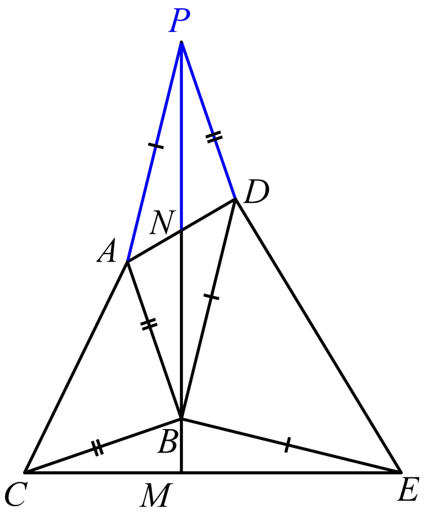
【性质 1：垂直得中点】若$MN\perp CE$，则①点N是AD的中点，②$S_{\Delta CBE}=S_{\Delta ABD}$，③$CE=2BN$．

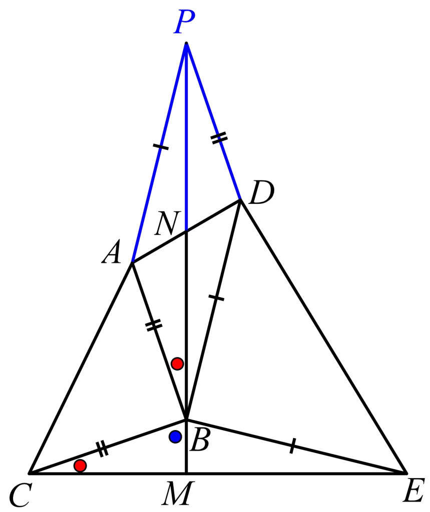
【性质 2：中点得垂直】若点N是AD的中点，则①$MN\perp CE$．

【证明】如图，（知中点得垂直，倍长中线）









证明：延长 BN 至点 P，使 BN＝PN，连结 PN，

易证：△PAD≌BDA

∴BC＝PD，BE=PA

∵PA∥BD，∴∠PAB＋∠ABD＝180°，

又∵∠ABC＝∠DBE＝90°∴∠CBE＋∠ABD＝180°，∴∠CBE＝∠PAB，

易证：△CBE≌△PAB，

∴∠BCM＝∠ABN，

∵∠ABN＋∠CBM＝90°∴∠BCM＋∠CBM＝90°

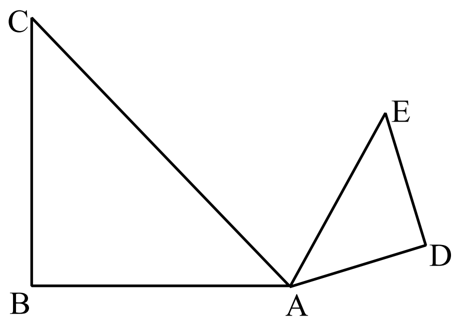
∴∠BMC＝90°

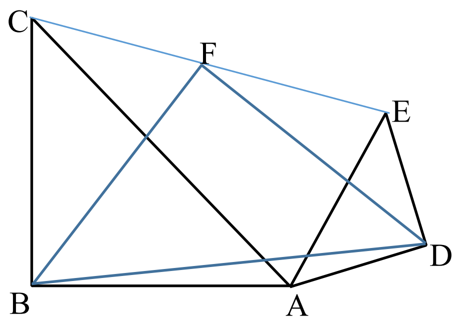
模型 10 脚蹬脚模型（海盗埋宝藏）

模型成立条件：等腰三角形顶角互补

已知：△ABC、△ADE 为等腰直角三角形，∠B=∠D=90°，AB=CB，AD=ED，点 F 为 CE 的中点，

则△BFD 是等腰直角三角形.





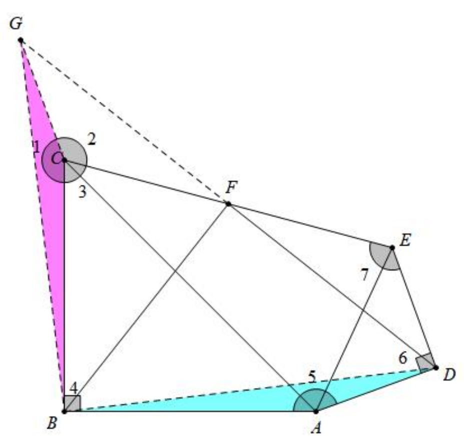
【证明】法一：倍长中线

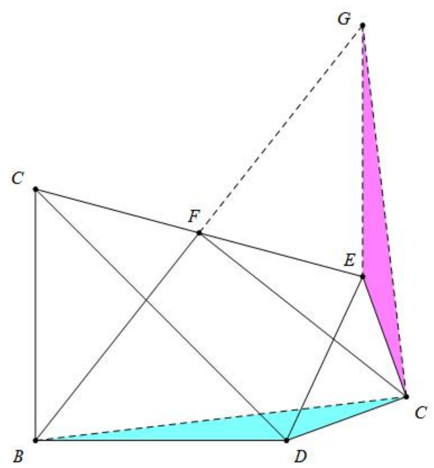
延长 DF 至点 G，使得 FG=FD，易证△DEF≌△GCF（SAS）;

所以 CG=ED=AD，∠2=∠7;

又∠1+∠2+∠3=360°，

∠3+∠4+∠5+∠6+∠7=540°（五边形内角和），





∠4=∠6=90°；

所以∠3+∠5+∠7=∠1+∠2+∠3，

所以∠1=∠5；

则△BCG≌△BAD（SAS），

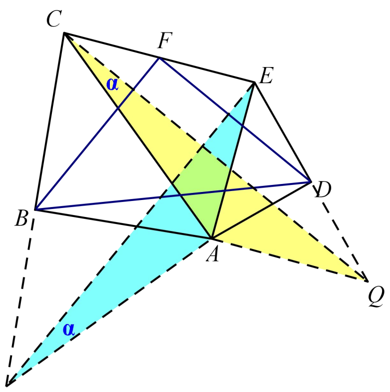
所以∠DBG=90°，BG=BD；

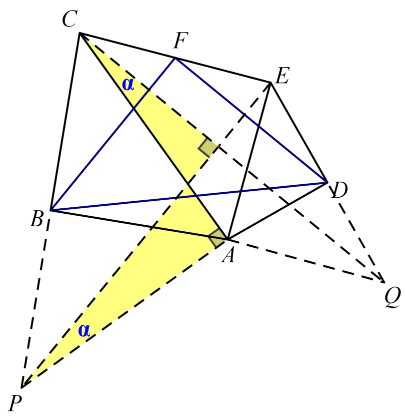
所以 BF=$\frac{1}{2}$DG=DF，BF⊥DF。

法二：构造手拉手模型

将△ABC 沿 AB 对称，将△ADE 沿 AD 对称

连接 PE，CQ，易知△ACQ≌△APE，进而得出 PE=CQ 且 PE⊥CQ，而 BE 是△CPE 的中位线，CD 是△CQE 的中位线，故 BF=DF，且 BF⊥FD

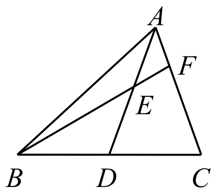




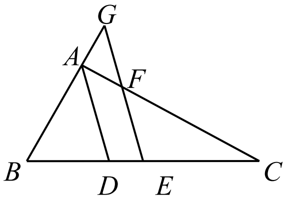
重点题型·归类精练

题型一　倍长中线模型

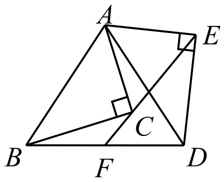
1．如图，在△ABC 中，AD 是 BC 边上的中线，点 E 是 AD 上一点，BE＝AC，BE 的延长线交 AC 于点 F，求证：AF＝EF.



2．如图，在△ABC 中，AD 平分∠BAC，点 E 是 BC 的中点，过点 E 作 EF∥AD，交 AC 于点 F，交 BA 的延长线于点 G，求证：BG＝CF.



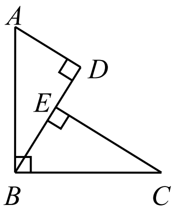
3．如图，$\triangle ABC\cong\triangle ADE$，$\angle ACB=\angle AED=90°$，连接 EC 并延长，交 BD 于点 F，求证：F 为 BD 的中点．



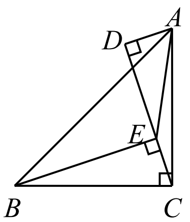
题型二　一线三等角模型

基础篇

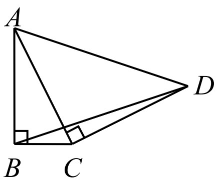
1．如图，$\angle ABC=90°$，$AB=BC$，$AD\perp BD$ 于点 D，$CE\perp BD$ 于点 E，求证：$CE=BD$．



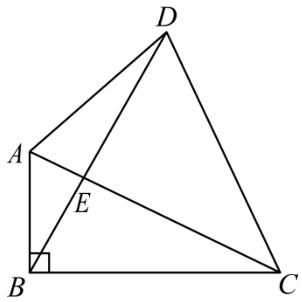
2．如图，在$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，$AD\perp CD$ 于点 D，$BE\perp CD$ 于点 E，若 $BE=6$，$DE=4$，则$\triangle ACE$ 的面积为_________．



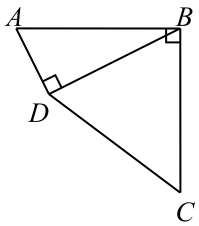
3．如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=90°$，$BC=1$，$AC=\sqrt{5}$，以 AC 为直角边向外作等腰 Rt$\triangle ACD$，连接 BD，则 BD 的长为_________．



4．如图，在Rt△ABC中，$\angle ABC=90°$，过点B作$BE\perp AC$，延长BE到点D，使得$BD=AC$，连接AD，CD，若$AB=4$，$AD=5$，则CD的长为________.

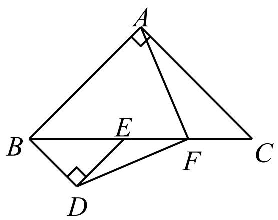


5．如图，已知$AB=BC$，$AB\perp BC$，$AD\perp BD$，$BD=2AD$，求证：$CD=AB$.

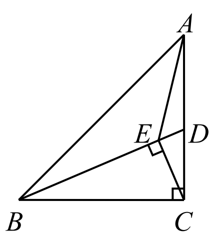


提高篇

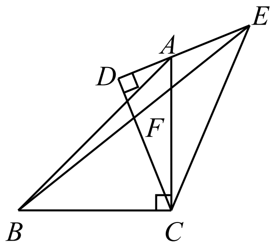
6．如图，△ABC和△BDE都是等腰直角三角形，$\angle BAC=\angle BDE=90°$，点$E$在$BC$上，点$F$是$CE$的中点，连接$AF$，$DF$，求证：$AF=DF$且$AF\perp DF$.



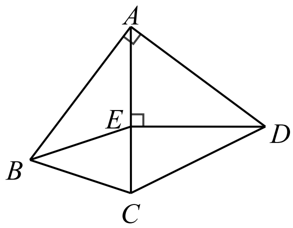
7．如图，在△ABC中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，D为AC上一点，$CE\perp BD$于点E，连接AE，若$CE=4$，则△ACE的面积为_________.



8．如图，△ABC和△CDE都是等腰直角三角形，$\angle ACB=\angle CDE=90°$，点$A$在边$DE$上，连接$BE$交$CD$于点$F$，求证：$AE=2DF$.



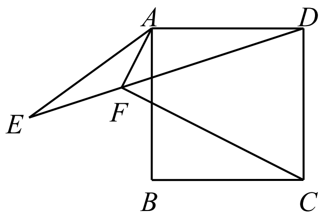
9．如图，把两个腰长相等的等腰三角形拼接在一起，$AB=AC=AD$，$\angle BAD=90°$，过点 D 作 $DE\perp AC$ 于点 E，若 $BE=BC$，$DE=8$，求 AE 的长．



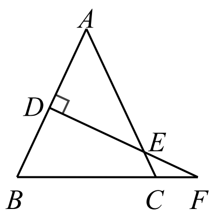
10．如图，E 为正方形 $ABCD$ 外一点，连接 AE，DE，$AE=AB$，AF 平分 $\angle BAE$ 交 DE 于点 F，连接 CF．

（1）求 $\angle AFD$ 的度数；

（2）求证：$AF\perp CF$．



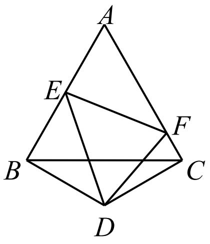
11．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，点 D 在 AB 上，$DE\perp AB$，交 AC 于点 E，交 BC 的延长线于点 F，若 $DF=AC$，$AB=m$，$AE=n$，求 $AD+DE$ 的值（用含 m，n 的式子表示）．



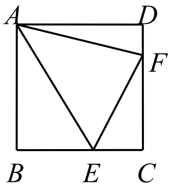
题型三　半角模型

例题

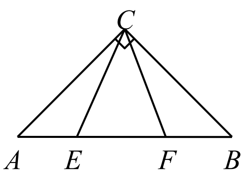
例 1 如图，$\triangle ABC$ 是边长为 1 的等边三角形，D 为$\triangle ABC$ 外一点，$BD=CD$，$\angle BDC=120°$，点 E，F 分别在 AB，AC 上，且$\angle EDF=60°$，则$\triangle AEF$ 的周长为_________.



例 2 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别在 BC，CD 上，$\angle EAF=45°$，$\triangle CEF$ 的周长为 2，则正方形 $ABCD$ 的边长为_________.



例 3 如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，点 E，F 在 AB 上，$\angle ECF=45°$，$AE=2$，$EF=3$，则 BF 的长为_________.



2022 • 山东日照真题

例 4 如图 1，$\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，$AC=BC=4$，$\angle ACB=90°$，M，N 分别是边 AC，BC 上的点，以 CM，CN 为邻边作矩形 $PMCN$，交 AB 于点 E，F．设 $CM=a$，$CN=b$，且 $ab=8$．

（1）判断由线段 AE，EF，BF 组成的三角形的形状，并说明理由；

（2）①如图 2，当 $a=b$ 时，求$\angle ECF$ 的度数；

②当 $a\neq b$ 时，①中的结论是否成立？并说明理由．

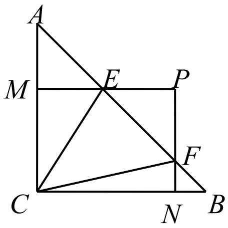


图 1

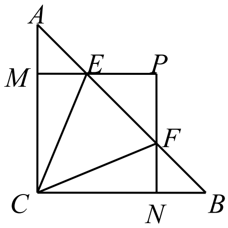
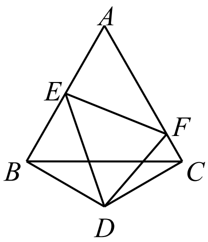


图 2

基础

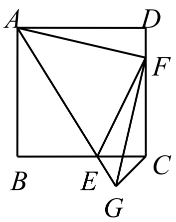
1．如图，D 为等边△ABC 外一点，BD＝CD，∠BDC＝120°，点 E，F 分别在 AB，AC 上，且∠EDF＝60°，若 BE＝1，△AEF 的周长为 4，则 AE 的长为_________.



2．如图，在正方形 $ABCD$ 中，E，F 分别是 BC，DC 上的点，且 EF＝BE＋DF.

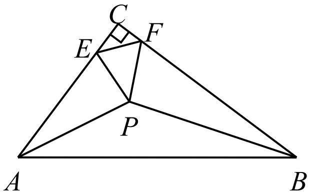
（1）求证：∠EAF＝45°；

（2）作∠EFC 的平分线 FG 交 AE 的延长线于 G，连接 CG．探究 BC，CF 与 CG 的数量关系，并证明.

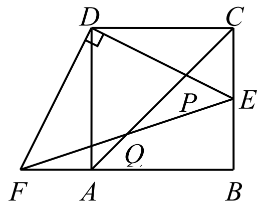


提高

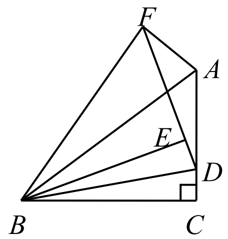
3．如图，在 Rt△ABC 中，∠C＝90°，AC＝6，BC＝8，AB＝10，两锐角的角平分线交于点 P，点 E，F 分别在边 AC，BC 上，且∠EPF＝45°，则△CEF 的周长为_________.



4．如图，正方形 $ABCD$ 的边长是 4，点 E 是 BC 的中点，连接 DE，DF⊥DE 交 BA 的延长线于点 F，连接 EF，AC，DE，EF 分别与 AC 交于点 P，Q，则 PQ＝_________.



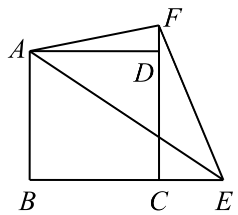
5．如图，在 Rt△ABC 中，∠C＝90°，AC＝6，BC＝8，D 为边 AC 上一点，将△BCD 沿 BD 翻折得到△BED，延长 DE 到点 F，使∠DBF＝45°，若 $S_{\triangle ADF}=\dfrac{1}{4}S_{\triangle BEF}$，则 CD^2+EF^2 的值是_________.



6．如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别在 BC，CD 的延长线上，且∠EAF＝45°.

（1）探究 EF，BE，DF 之间的数量关系，并证明；

（2）若 CE＝5，DF＝2，求正方形 $ABCD$ 的边长.



7．（1）**问题背景：**如图 1，在△ABC 中，∠BAC＝90°，AB＝AC，点 E、F 在线段 BC 上，∠EAF＝45°，用等式表示线段 BE，EF 与 CF 的数量关系，并证明；

（2）**拓展应用：**如图 2，在△ABC 中，∠BAC＝90°，AB＝AC，点 E 在线段 BC 上，点 F 在 BC 的延长线上，∠EAF＝45°，若 EC＝1，CF＝2，求 BE 的长.

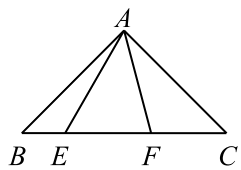


图 1

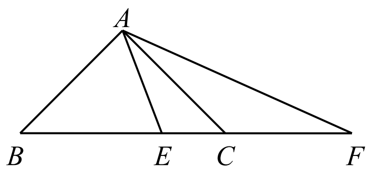


图 2

8．在矩形 $ABCD$ 中，AB＝3，BC＝5，点 E 是 CD 边上一点，将△BCE 沿 BE 折叠得到△BFE，∠ABF 的平分线与 EF 的延长线交于点 G.

（1）如图 1，当点 F 落在 AD 边上时，求 DF 的长；

（2）如图 2，若 $\dfrac{EF}{FG}=\dfrac{3}{10}$，求 CE 的长；

（3）当点 E 从点 C 运动到点 D 时，直接写出点 G 运动的路径长．

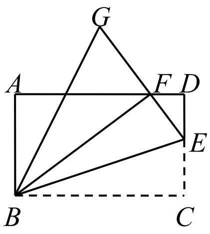


图 1

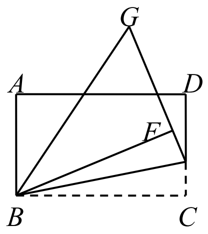
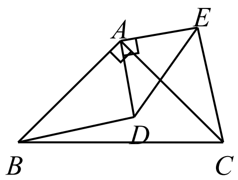


图 2

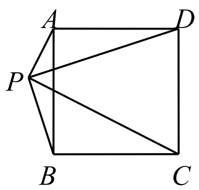
题型四　手拉手模型

例题

例 1 在△ABC 和△ADE 中，$AB=AC$，$AD=AE$，$\angle BAC=\angle DAE=90°$，探究且 BD 与 CE 的数量关系和位置关系，并证明．



例 2 如图，P 为正方形 $ABCD$ 外一点，$\angle APD=45°$，求证：$\angle BPC=45°$．



例 3 已知△ABC 为等边三角形．

（1）如图 1，P 为△ABC 外一点，$\angle BPC=120°$，连接 PA，PB，PC，求证：$PA=PB+PC$；

（2）如图 2，P 为△ABC 内一点，$PB>PC$，$\angle BPC=150°$，若 $PA=4$，△PBC 的面积为 $\sqrt{3}$，求△ABC 的面积．

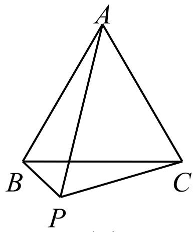


图 1

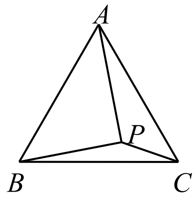
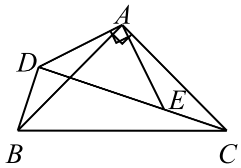


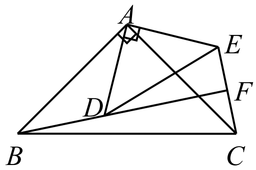
图 2

基础篇

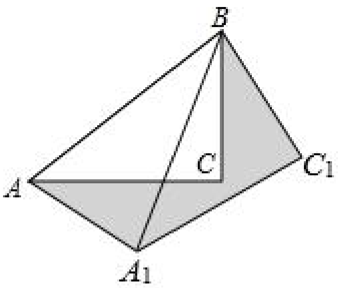
1．如图，△ABC 和△ADE 都是等腰直角三角形，∠BAC＝∠BAC＝90°，D，E，C 三点在一条直线上，BD＝1，BC＝$\sqrt{10}$，求 DE 的长．



2．如图，△ABC 和△ADE 都是等腰直角三角形，∠BAC＝∠DAE＝90°，点 D 在△ABC 内，BD 的延长线与 CE 交于点 F，若点 F 为 CE 的中点，AD＝3，BD＝$2\sqrt{2}$，求 DF 的长．



3．如图，在 △ABC 中，$AB=8$，将 △ABC 绕点 B 按逆时针方向旋转 30° 后得到 V A_1BC_1，则阴影部分面积为________．



提高篇

4．如图，△ABC 是等边三角形，D 为△ABC 外一点，∠ADC＝30°，AD＝3，CD＝2，则 BD 的长为_________．