2024-2025学年云南省昆明市高三上学期开学摸底考数学检测试卷

注意事项：

1．答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、学校、准考证号、考场号、座位号填写在答题卡上．

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效．

3．考试结束后，将答题卡交回．

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知复数 $z=\dfrac{2-\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}$，则 $\overline{z}$ 的虚部为（　　）

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $-\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　D. $\dfrac{1}{2}\mathrm{i}$

2. 下列四个命题中，是真命题的为（　　）

A. 任意 $x\in\mathrm{R}$，有 $x^2+3<0$　　B. 任意 $x\in\mathrm{N}$，有 $x^2>1$

C. 存在 $x\in\mathrm{Z}$，使 $x^5<1$　　D. 存在 $x\in\mathrm{Q}$，使 $x^2=3$

3. 水稻是世界上最重要的粮食作物之一，也是我国 60% 以上人口的主粮．以袁隆平院士为首的科学家研制成功的杂交水稻制种技术在世界上被誉为中国的第五大发明”．育种技术的突破，杂交水稻的推广，不仅让中国人端稳饭碗，也为解决世界粮食短缺问题作出了巨大贡献．在应用该技术的两块面积相等的试验田中，分别种植了甲、乙两种水稻，观测它们连续6年的产量（单位：kg）如表所示：

甲、乙两种水稻连续6年产量

年 / 品种	第1年	第2年	第3年	第4年	第5年	第6年
甲	2890	2960	2950	2850	2860	2890

乙	2900	2920	2900	2850	2910	2920

根据以上数据，下列说法正确的是（　　）

A. 甲种水稻产量的平均数比乙种水稻产量的平均数小

B. 甲种水稻产量的中位数比乙种水稻产量的中位数小

C. 甲种水稻产量的极差与乙种水稻产量的极差相等

D. 甲种水稻的产量比乙种水稻的产量稳定

4. 已知向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=2|\vec{b}|=2$，且 $\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=\frac{1}{3}$，则 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的投影向量为（　　）

A. $\frac{1}{3}\vec{b}$　　B. $\frac{1}{2}\vec{b}$　　C. $\frac{2}{3}\vec{b}$　　D. $\frac{3}{2}\vec{b}$

5. 设 m，n 是两条不同的直线，α，β，γ 是三个不同的平面，则下列命题为真命题的是（　　）

A. 若 $\alpha\cap\beta=n$，$m//n$，则 $m//\alpha$，$m//\beta$　　B. 若 $\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$，则 $\alpha//\beta$

C. 若 $m\subset\alpha$，$n//\alpha$，则 $m//n$　　D. 若 $\alpha//\beta$，$\beta//\gamma$，$m\perp\alpha$，则 $m\perp\gamma$

6. 已知 $\frac{2\sin^2\alpha+\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}=-6$，则 $\tan\left(\alpha+\frac{3\pi}{4}\right)=$（　　）

A. $-\frac{1}{5}$　　B. $\frac{1}{5}$　　C. -5　　D. 5

7. 由未来科学大奖联合中国科技馆共同主办的“同上一堂科学课”——科学点燃青春：未来科学大奖获奖者对话青少年活动于 2023 年 9 月 8 日在全国各地以线上线下结合的方式举行．现有某市组织 5 名获奖者到当地三个不同的会场与学生进行对话活动，要求每个会场至少派一名获奖者，每名获奖者只去一个会场，则不同的派出方法有（　　）

A. 60 种　　B. 120 种　　C. 150 种　　D. 240 种

8. 已知定义在 **R** 上的函数 $f(x)$ 在（﹣∞，2）内为减函数，且 $f(x+2)$ 为偶函数，则 $f(-1)$，$f(4)$，$f\left(\frac{11}{2}\right)$ 的大小为（　　）

A. $f(4)<f(-1)<f\left(\frac{11}{2}\right)$

B. $f(-1)<f(4)<f\left(\frac{11}{2}\right)$

C. $f\left(\frac{11}{2}\right) < f(4) < f(-1)$

D. $f(-1) < f\left(\frac{11}{2}\right) < f(4)$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

9. 已知函数 $f\left(x\right)=\sin 2x$，则（　　）

A. 函数 $f\left(x\right)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{2},0\right)$ 对称

B. 函数 $\left|f\left(x\right)\right|$ 的最小正周期为 π

C. 函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上有且仅有一个零点

D. 将函数 $f\left(x\right)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后，得到函数 $g\left(x\right)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图象

10. 设抛物线 $y^2=4x$，F 为其焦点，P 为抛物线上一点，则下列结论正确的是（　　）

A. 抛物线的准线方程是 $x=-1$

B. 焦点到准线的距离为 4

C. 若 $A\left(2,1\right)$，则 $\left|PA\right|+\left|PF\right|$ 的最小值为 3

D. 以线段 PF 为直径的圆与 y 轴相切

11. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+x^2+ax+b(a,b\in\mathbf{R})$，则（　　）

A. $a>0$ 时，函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增

B. $a=-3$ 时，若 $f(x)$ 有 3 个零点，则实数 b 的取值范围是 $\left(-9,\frac{5}{3}\right)$

C. 若直线 l 与曲线 $y=f(x)$ 有 3 个不同的交点 $A\left(x_1,y_1\right)$，$B\left(x_2,y_2\right)$，$C\left(x_3,y_3\right)$，且 $|AB|=|AC|$，则 $x_1+x_2+x_3=3$

D. 若 $f(x)$ 存在极值点 x_0，且 $f\left(x_0\right)=f\left(x_1\right)$，其中 $x_0\neq x_1$，则 $x_1+2x_0+3=0$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分．

12. 过点 $\left(1,0\right)$ 且倾斜角为 $30°$ 的直线被圆 $\left(x-2\right)^2+y^2=1$ 所截得的弦长为________．

13. 已知 5 道试题中有 3 道代数题和 2

道几何题，每次从中抽取一道题，抽出的题不再放回，在第 1 次抽到代数题的条件下，第 2 次抽到几何题的概率为______．

14. 在$\triangle ABC$中，E在线段BC上，AE为$\angle BAC$的平分线且$\angle EAC=\dfrac{\pi}{3}$，$AE=\dfrac{3}{2}$，则$AC+9AB$的最小值为________．

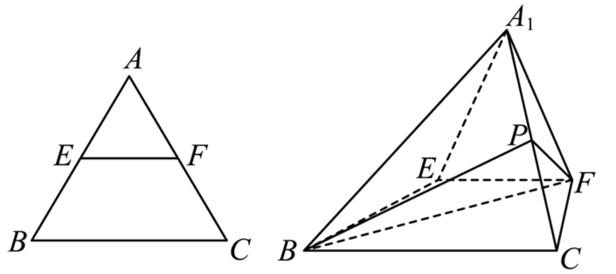
四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且满足$S_n+n=2a_n(n\in N^*)$.

（1）求证：数列$\{a_n+1\}$为等比数列；

（2）求数列$\{a_n\}$的前n项和S_n．

16. 如图，在边长为 4 的正三角形ABC中，E，F分别为边AB，AC的中点．将$\triangle AEF$沿EF翻折至$\triangle A_1EF$，得到四棱锥A_1-EFCB，P为A_1C的中点．



（1）证明：FP//平面A_1BE；

（2）若平面$A_1EF\perp$平面$EFCB$，求直线A_1F与平面BFP所成的角的正弦值．

17. 已知函数$f(x)=ax^2+x-\ln x,a\in R$．

（1）若$a=1$，求曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程；

（2）若函数$y=f(x)$在区间$[1,3]$上是减函数，求实数a的取值范围．

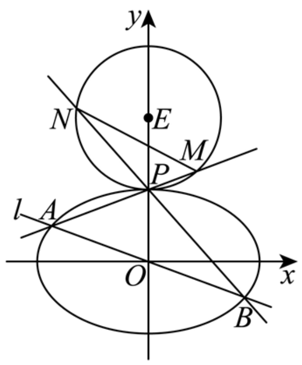
18. 在刚刚结束的巴黎奥运会中，国球选手再创辉煌，包揽全部 5 枚金牌，其中最惊险激烈的就是男单$1/4$决赛，中国选手樊振东对战日本选手张本智和．比赛采取 7 局 4 胜制，每局为 11 分制，每赢一球得一分．

（1）樊振东首局失利，第二局比赛双方打到$8:8$平，此时张本智和连续发球 2 次，然后樊振东连续发球 2 次．根据以往比赛结果统计，樊振东发球时他自己得分的概率为 0.6，张本智和发球时樊振东得分的概率为 0.5，每次发球的结果相互独立，令人遗撼的是该局比赛结果，樊振东最终以 9：11 落败，求其以该比分落败的概率；

（2）在本场比赛中，张本智和先以$2:0$

领先．根据以往比赛结果统计，在后续的每局比赛中樊振东获胜的概率为$\dfrac{2}{3}$，张本智和获胜的概率为$\dfrac{1}{3}$，且每局比赛的结果相互独立．假设两人又进行了X局后比赛结束，求X的分布列与数学期望

19. 如图，已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，与$y$轴正半轴交于点$P\left(0,1\right)$，过原点$O$不与$x$轴垂直的动直线$l$与$C$交于A，$B$两点．



（1）求椭圆C的标准方程；

（2）设直线PA、PB的斜率分别为k_1、k_2，证明：$k_1 \cdot k_2$为定值，并求出该定值；

（3）以点$E(0,2)$为圆心，$\left|EP\right|$为半径的圆与直线PA、PB分别交于异于点P的点M和点N，求$\vee PMN$与$\vee PAB$面积之比λ的取值范围．

2024-2025学年云南省昆明市高三上学期开学摸底考数学检测试卷

注意事项：

1．答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、学校、准考证号、考场号、座位号填写在答题卡上．

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效．

3．考试结束后，将答题卡交回．

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知复数 $z=\dfrac{2-\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}$，则 $\overline{z}$ 的虚部为（　　）

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $-\dfrac{1}{2}\mathrm{i}$　　D. $\dfrac{1}{2}\mathrm{i}$

【正确答案】A

【分析】利用复数的除法运算求出 z，再利用共轭复数及复数的意义即可得解.

【详解】依题意，$z=\dfrac{2-\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=\dfrac{(2-\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}{(1-\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}=\dfrac{3+\mathrm{i}}{2}=\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}\mathrm{i}$，则 $\overline{z}=\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2}\mathrm{i}$，

所以 $\overline{z}$ 的虚部为 $-\dfrac{1}{2}$.

故选：A

2. 下列四个命题中，是真命题的为（　　）

A. 任意 $x\in\mathrm{R}$，有 $x^2+3<0$　　B. 任意 $x\in\mathrm{N}$，有 $x^2>1$

C. 存在 $x\in\mathrm{Z}$，使 $x^5<1$　　D. 存在 $x\in\mathrm{Q}$，使 $x^2=3$

【正确答案】C

【分析】根据不等式性质推证或举例子说明.

【详解】由于对任意$x \in \mathrm{R}$，都有$x^2 \geq 0$，因而有$x^2+3 \geq 3$，故 A 为假命题.

由于$0 \in \mathrm{N}$，当$x=0$时，$x^2>1$不成立，故 B 为假命题.

由于$-1 \in \mathrm{Z}$，当$x=-1$时，$x^5<1$，故 C 为真命题.

由于使$x^2=3$成立的数只有$\pm\sqrt{3}$，而它们都不是有理数，因此没有任何一个有理数的平方等于 3，故 D 是假命题.

故选：C

3. 水稻是世界上最重要的粮食作物之一，也是我国60%以上人口的主粮. 以袁隆平院士为首的科学家研制成功的杂交水稻制种技术在世界上被誉为中国的第五大发明”. 育种技术的突破，杂交水稻的推广，不仅让中国人端稳饭碗，也为解决世界粮食短缺问题作出了巨大贡献. 在应用该技术的两块面积相等的试验田中，分别种植了甲、乙两种水稻，观测它们连续 6 年的产量（单位：kg）如表所示：

甲、乙两种水稻连续 6 年产量

年 品种	第 1 年	第 2 年	第 3 年	第 4 年	第 5 年	第 6 年
甲	2890	2960	2950	2850	2860	2890
乙	2900	2920	2900	2850	2910	2920

根据以上数据，下列说法正确的是（　　）

A. 甲种水稻产量的平均数比乙种水稻产量的平均数小

B. 甲种水稻产量的中位数比乙种水稻产量的中位数小

C. 甲种水稻产量的极差与乙种水稻产量的极差相等

D. 甲种水稻的产量比乙种水稻的产量稳定

【正确答案】B

【分析】分别计算两种水稻产量的平均数、中位数、极差、方差即可判断四个选项的正误.

【详解】对于 A：甲种水稻产量的平均数：

$\frac{2890+2960+2950+2850+2860+2890}{6}=2900$，

乙种水稻产量的平均数：$\frac{2900+2920+2900+2850+2910+2920}{6}=2900$，

所以甲种水稻产量的平均数和乙种水稻产量的平均数相等，故 A 不正确；

对于 B：甲种水稻产量分别为$2850,2860,2890,2890,2950,2960$，中位数为$2890$，

乙种水稻产量分别为：$2850,2900,2900,2910,2920,2920$，中位数为

$\frac{2900+2910}{2}=2905$，

所以甲种水稻产量的中位数比乙种水稻产量的中位数小，故 B 正确；

对于 C：甲种水稻产量的极差为：$2960-2850=110$，乙种水稻产量的极差为：

$2920-2850=70$，

甲种水稻产量的极差与乙种水稻产量的极差不相等，故 C 不正确；

对于 D：甲种水稻的产量的方差为：

$$\frac{1}{6}\Big[(2850-2900)^2+(2860-2900)^2+(2890-2900)^2+(2890-2900)^2$$
$$+(2950-2900)^2+(2960-2900)^2\Big]=\frac{5200}{3},$$

乙种水稻的产量的方差为：

$$\frac{1}{6}\Big[(2850-2900)^2+(2900-2900)^2+(2900-2900)^2+(2910-2900)^2$$
$$+(2920-2900)^2+(2920-2900)^2\Big]=\frac{1700}{3}$$

甲种水稻产量的平均数和乙种水稻产量的平均数相等，

乙种水稻的产量的方差小于甲种水稻的产量的方差，

所以乙种水稻的产量比甲种水稻的产量稳定，故 D 不正确，

故选：B.

4. 已知向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|=2|\vec{b}|=2$，且$\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=\frac{1}{3}$，则$\vec{a}$在$\vec{b}$上的投影向量为（　　）

A. $\frac{1}{3}\vec{b}$　　B. $\frac{1}{2}\vec{b}$　　C. $\frac{2}{3}\vec{b}$　　D. $\frac{3}{2}\vec{b}$

【正确答案】C

【分析】利用投影向量公式计算出投影向量.

【详解】$\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的投影向量为 $\left|\vec{a}\right|\cos\left\langle\vec{a},\vec{b}\right\rangle\cdot\frac{\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|}=2\times\frac{1}{3}\cdot\frac{\vec{b}}{1}=\frac{2}{3}\vec{b}$.

故选：C

5. 设m，n是两条不同的直线，α，β，γ是三个不同的平面，则下列命题为真命题的是（　　）

A. 若$\alpha\cap\beta=n$，$m//n$，则$m//\alpha$，$m//\beta$

B. 若$\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$，则$\alpha//\beta$

C. 若$m\subset\alpha$，$n//\alpha$，则$m//n$

D. 若$\alpha//\beta$，$\beta//\gamma$，$m\perp\alpha$，则$m\perp\gamma$

【正确答案】D

【分析】根据线面位置关系，结合线面平行、垂直的判定性质逐项讨论即可得答案.

【详解】对于 A，若$\alpha\cap\beta=n,m//n$，m可以在α或β内，当$m\not\subset\alpha,m\not\subset\beta$时，$m//\alpha,m//\beta$， A 错误；

对于 B，若$\alpha\perp\gamma,\beta\perp\gamma$，则$\alpha//\beta$或相交，B 错误；

对于 C，若$m\subset\alpha$，$n//\alpha$，则$m//n$或异面，C 错误；

对于 D，由$\alpha//\beta,\beta//\gamma$，得$\alpha//\gamma$，当$m\perp\alpha$时，$m\perp\gamma$，D 正确.

故选：D.

6. 已知$\frac{2\sin^2\alpha+\sin2\alpha}{\cos2\alpha}=-6$，则$\tan\left(\alpha+\frac{3\pi}{4}\right)=$（　　）

A. $-\frac{1}{5}$　　B. $\frac{1}{5}$　　C. -5　　D. 5

【正确答案】B

【分析】用二倍角公式、商数关系结合已知求得$\tan\alpha=\frac{3}{2}$，再由两角和的正切公式即可求解.

【详解】因为$\frac{2\sin^2\alpha+\sin2\alpha}{\cos2\alpha}=\frac{2\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}=\frac{2\tan^2\alpha+2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=-6$，

所以$2\tan^2\alpha+2\tan\alpha=-6\left(1-\tan^2\alpha\right)$且$1-\tan^2\alpha\neq0$，

即 $2\tan^2\alpha-\tan\alpha-3=0$，且 $1-\tan^2\alpha\neq0$，解得 $\tan\alpha=\dfrac{3}{2}$ 或 $\tan\alpha=-1$（舍去），

所以 $\tan\left(\alpha+\dfrac{3\pi}{4}\right)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\dfrac{3\pi}{4}}{1-\tan\alpha\tan\dfrac{3\pi}{4}}=\dfrac{\dfrac{3}{2}-1}{1-\dfrac{3}{2}\times(-1)}=\dfrac{1}{5}$.

故选：B.

7. 由未来科学大奖联合中国科技馆共同主办的“同上一堂科学课”——科学点燃青春：未来科学大奖获奖者对话青少年活动于 2023 年 9 月 8 日在全国各地以线上线下结合的方式举行．现有某市组织 5 名获奖者到当地三个不同的会场与学生进行对话活动，要求每个会场至少派一名获奖者，每名获奖者只去一个会场，则不同的派出方法有（　　）

A. 60 种　　B. 120 种　　C. 150 种　　D. 240 种

【正确答案】C

【分析】根据给定条件，获奖者按 $1:1:3,1:2:2$ 去到三个不同会场分类，利用分组分配列式计算即得.

【详解】依题意，5 名获奖者按 $1:1:3$ 去到三个不同会场，有 $C_5^3A_3^3$ 种方法，

5 名获奖者按 $1:2:2$ 去到三个不同会场，有 $\dfrac{C_5^2C_3^2}{A_2^2}\cdot A_3^3$ 种方法，

所以不同的派出方法有 $C_5^3A_3^3+\dfrac{C_5^2C_3^2}{A_2^2}\cdot A_3^3=60+90=150$（种）.

故选：C

8. 已知定义在 **R** 上的函数 $f(x)$ 在（﹣∞，2）内为减函数，且 $f(x+2)$ 为偶函数，则 $f(-1)$，$f(4)$，$f\left(\dfrac{11}{2}\right)$ 的大小为（　　）

A. $f(4)<f(-1)<f\left(\dfrac{11}{2}\right)$

B. $f(-1)<f(4)<f\left(\dfrac{11}{2}\right)$

C. $f\left(\dfrac{11}{2}\right)<f(4)<f(-1)$

D. $f(-1)<f\left(\dfrac{11}{2}\right)<f(4)$

【正确答案】A

【分析】$f(x+2)$为偶函数，可得$f(x+2)=f(-x+2)$，所以f（4）$=f(0)$，

$f(\frac{11}{2})=f(-\frac{3}{2})$，利用定义在$R$上的函数$f(x)$在$(-\infty,2)$内为减函数，即可得出结论．

【详解】解：Q $f(x+2)$为偶函数，$\therefore f(x+2)=f(-x+2)$，

$\therefore f$（4）$=f(0)$，$f(\frac{11}{2})=f(-\frac{3}{2})$，

Q $0>-1>-\frac{3}{2}$，定义在R上的函数$f(x)$在$(-\infty,2)$内为减函数，

$\therefore f$（4）$<f(-1)<f(\frac{11}{2})$，

故选：A．

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．

9. 已知函数$f\left(x\right)=\sin 2x$，则（　　）

A. 函数$f\left(x\right)$的图象关于点$\left(\frac{\pi}{2},0\right)$对称

B. 函数$\left|f\left(x\right)\right|$的最小正周期为$\pi$

C. 函数$f\left(x\right)$在区间$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上有且仅有一个零点

D. 将函数$f\left(x\right)$的图象向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度后，得到函数$g\left(x\right)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$的图象

【正确答案】AD

【分析】代入验证可判断A；根据周期定义判断$\left|f\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\right|,\left|f\left(x\right)\right|$的关系可判断B；直接计算$f\left(0\right),f\left(\frac{\pi}{2}\right)$可判断C；根据平移变换可判断D.

【详解】对于A，因为$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\sin\pi=0$，所以$f\left(x\right)$的图象关于点$\left(\frac{\pi}{2},0\right)$对称，A正确；

对于B，因为$\left|f\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\right|=\left|\sin 2\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\right|=\left|\sin\left(\pi+2x\right)\right|=\left|\sin 2x\right|=\left|f\left(x\right)\right|$，