2024届辽宁省清原中学下学期高三数学试题（理工类）一模考试试卷

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用2B铅笔填涂；非选择题必须使用0．5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知函数 $f(x)=\sin 2x+a\cos 2x$ 的图象的一条对称轴为 $x=\frac{\pi}{12}$，将函数 $f(x)$ 的图象向右平行移动 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 图象，则函数 $g(x)$ 的解析式为（　　）

A．$g(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{12})$　　B．$g(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{12})$

C．$g(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})$　　D．$g(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$

2．复数 $z(1-i)=i$（i为虚数单位），则 z 的共轭复数在复平面上对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限

C．第三象限　　D．第四象限

3．下列说法正确的是（　　）

A．命题“$\exists x_0\le 0$，$2x_0\le\sin x_0$”的否定形式是“$\forall x>0$，$2x>\sin x$”

B．若平面 α，β，γ，满足 $\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$ 则 $\alpha//\beta$

C．随机变量 ξ 服从正态分布 $N(1,\sigma^2)$（$\sigma>0$），若 $P(0<\xi<1)=0.4$，则 $P(\xi>0)=0.8$

D．设 x 是实数，“$x<0$”是“$\frac{1}{x}<1$”的充分不必要条件

4．已知集合 $A=\{x\mid x>-1\}$，集合 $B=\{x\mid x(x+2)<0\}$，那么 $A\cup B$ 等于（　　）

A．$\{x\mid x>-2\}$　　B．$\{x\mid -1<x<0\}$　　C．$\{x\mid x>-1\}$　　D．$\{x\mid -1<x<2\}$

5．双曲线 $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{3}=1$ 的渐近线与圆$(x-3)^2+y^2=r^2(r>0)$相切，则 r 等于(　　)

A．$\sqrt{3}$　　B．2

C．3　　D．6

6．已知函数 $f(x)=\cos x$ 与 $g(x)=\sin(2x+\varphi)(0\le\varphi<\pi)$ 的图象有一个横坐标为 $\frac{\pi}{3}$ 的交点，若函数 $g(x)$

的图象的纵坐标不变，横坐标变为原来的$\frac{1}{\omega}$倍后，得到的函数在$[0,2\pi]$有且仅有 5 个零点，则ω的取值范围是(　　)

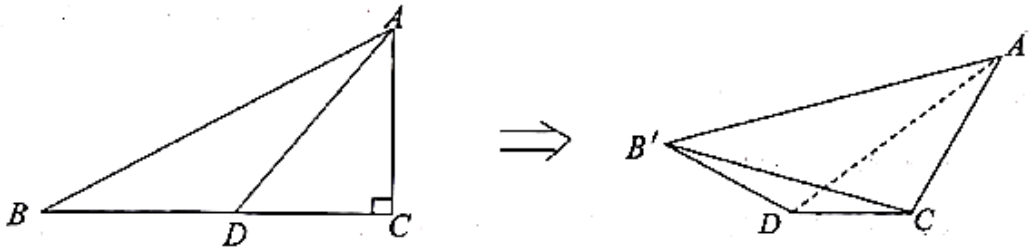
A．$\left[\frac{29}{24},\frac{35}{24}\right)$　　B．$\left[\frac{29}{24},\frac{35}{24}\right]$

C．$\left(\frac{29}{24},\frac{35}{24}\right)$　　D．$\left(\frac{29}{24},\frac{35}{24}\right]$

7．已知双曲线$C_1:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$与双曲线$C_2:\frac{y^2}{4}-x^2=1$没有公共点，则双曲线$C_1$的离心率的取值范围是(　　)

A．$\left(1,\sqrt{3}\right]$　　B．$\left[\sqrt{3},+\infty\right)$　　C．$\left(1,\sqrt{5}\right]$　　D．$\left[\sqrt{5},+\infty\right)$

8．如图，$\forall ABC$中$\angle A=2\angle B=60°$，点 *D* 在 *BC* 上，$\angle BAD=30°$，将$\triangle ABD$沿 *AD* 旋转得到三棱锥$B'-ADC$，分别记$B'A$，$B'D$与平面 *ADC* 所成角为α，β，则α，β的大小关系是（　　）



A．$\alpha<\beta\le 2\alpha$　　B．$2\alpha\le\beta\le 3\alpha$

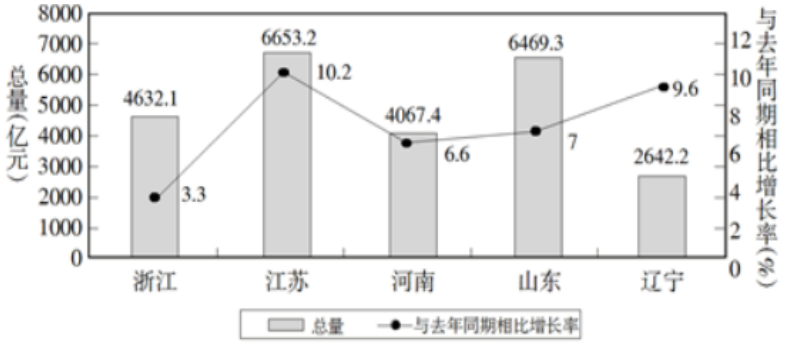
C．$\beta\le 2\alpha$，$2\alpha<\beta\le 3\alpha$两种情况都存在　D．存在某一位置使得$\beta>3a$

9．已知函数$f\left(x\right)=\frac{\ln x}{x}-x^2+2ex-a$（其中$e$为自然对数的底数）有两个零点，则实数$a$的取值范围是（　　）

A．$\left(-\infty,e^2+\frac{1}{e}\right]$　　B．$\left(-\infty,e^2+\frac{1}{e}\right)$

C．$\left[e^2-\frac{1}{e},+\infty\right)$　　D．$\left(e^2-\frac{1}{e},+\infty\right)$

10．如图所示是某年第一季度五省 GDP 情况图，则下列说法中不正确的是（　　）



A．该年第一季度 GDP 增速由高到低排位第 3 的是山东省

B．与去年同期相比，该年第一季度的 GDP 总量实现了增长

C．该年第一季度 GDP 总量和增速由高到低排位均居同一位的省份有 2 个

D．去年同期浙江省的 GDP 总量超过了 4500 亿元

11．已知集合 $A=\{x\mid y=\sqrt{-2x^2+x+3}\}$，$B=\{x\mid \log_2 x>1\}$ **则全集** $U=\mathbf{R}$ **则下列结论正确的是(　　)**

A． $A\cap B=A$　　**B．** $A\cup B=B$　　**C．** $(\complement_U A)\cap B=\varnothing$　　**D．** $B\subseteq \complement_U A$

12．设集合 $A=\{x\mid x<3\}$，$B=\{x\mid x\langle 0\text{或}x\rangle 2\}$，**则** $A\cap B=$（　　）

A． $(-\infty,0)$　　**B．** $(2,3)$　　**C．** $(-\infty,0)\cup(2,3)$　　**D．** $(-\infty,3)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．一个四面体的顶点在空间直角坐标系 $O-xyz$ **中的坐标分别是** $A(0,0,\sqrt{5})$，$B(\sqrt{3},0,0)$，$C(0,1,0)$，$D(\sqrt{3},1,\sqrt{5})$，**则该四面体的外接球的体积为_____.**

14．已知角 $\alpha+\dfrac{\pi}{6}$ **的终边过点** $P(-1,-2\sqrt{2})$，**则** $\sin\alpha=$_____.

15．某公园划船收费标准如表：

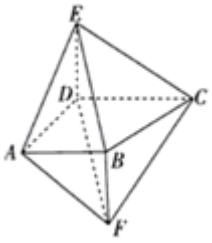
船型	两人船（限乘 2 人）	四人船（限乘 4 人）	六人船（限乘 6 人）
每船租金（元/小时）	90	100	130

某班 16 名同学一起去该公园划船，若每人划船的时间均为 1 小时，每只租船必须坐满，租船最低总费用为_____元，租船的总费用共有_____种可能.

16．在正奇数非减数列 $\{1,3,3,3,5,5,5,5,5,\cdots\}$ **中，每个正奇数** k **出现** k **次.已知存在整数** b、c、d，**对所有的整数** n **满足** $a_n=b\left[\sqrt{n+c}\right]+d$，**其中** $[x]$ **表示不超过** x **的最大整数.则** $b+c+d$ **等于_____.**

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）如图，四棱锥 ***E－ ABCD*** **的侧棱** ***DE*** **与四棱锥** ***F－ ABCD*** **的侧棱** ***BF*** **都与底面** ***ABCD*** **垂直，** $AD\perp CD$，$AB/\!/CD$，$AB=3,AD=CD=4,AE=5,AF=3\sqrt{2}$.



（1）证明：DF //平面 ***BCE***.

（2）设平面 ***ABF*** 与平面 ***CDF*** 所成的二面角为 θ，求 $\cos 2\theta$.

18.（12 分）如图 1，四边形 $ABCD$ 为直角梯形，$AD//BC$，$AD\perp AB$，$\angle BCD=60°$，$AB=2\sqrt{3}$，$BC=3$，E 为线段 CD 上一点，满足 $BC=CE$，F 为 BE 的中点，现将梯形沿 BE 折叠（如图 2），使平面 $BCE\perp$ 平面 $ABED$.

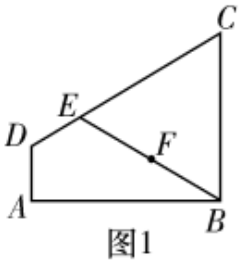


图1

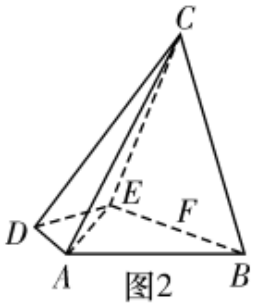


图2

（1）求证：平面 $ACE\perp$ 平面 BCE；

（2）能否在线段 AB 上找到一点 P（端点除外）使得直线 AC 与平面 PCF 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$？若存在，试确定点 P 的位置；若不存在，请说明理由.

19.（12 分）椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>1)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，椭圆 E 上两动点 P,Q 使得四边形 PF_1QF_2 为平行四边形，且平行四边形 PF_1QF_2 的周长和最大面积分别为 **8** 和 $2\sqrt{3}$.

（1）求椭圆 E 的标准方程；

（2）设直线 PF_2 与椭圆 E 的另一交点为 M，当点 F_1 在以线段 PM 为直径的圆上时，求直线 PF_2 的方程.

20.（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=e^x\left(x-1\right)-\frac{1}{2}e^ax^2$，$a<0$.

（1）求曲线 $y=f(x)$ 在点 $\left(0,f\left(0\right)\right)$ 处的切线方程；

（2）求函数 $f\left(x\right)$ 的极小值；

（3）求函数 $f\left(x\right)$ 的零点个数.

21.（12 分）已知函数 $f(x)=ae^x-x^2$.

（1）若曲线 $f(x)$ 存在与 y 轴垂直的切线，求 a 的取值范围.

（2）当$a \geq 1$时，证明：$f(x) \geq 1+x-\frac{3}{2}x^2$.

22.（10 分）已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，且经过点$\left(-1,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

（1）求椭圆C的方程；

（2）过点$\left(\sqrt{3},0\right)$作直线l与椭圆C交于不同的两点A，B，试问在x轴上是否存在定点Q使得直线QA与直线QB恰关于x轴对称？若存在，求出点Q的坐标；若不存在，说明理由.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

根据辅助角公式化简三角函数式，结合$x=\frac{\pi}{12}$为函数$f(x)$的一条对称轴可求得a，代入辅助角公式得$f(x)$的解析式.

根据三角函数图像平移变换，即可求得函数$g(x)$的解析式.

【详解】

函数$f(x)=\sin 2x+a\cos 2x$，

由辅助角公式化简可得$f(x)=\sqrt{1+a^2}\sin\left(2x+\theta\right),\tan\theta=a$，

因为$x=\frac{\pi}{12}$为函数$f(x)=\sin 2x+a\cos 2x$图象的一条对称轴，

代入可得$\sin\left(2\times\frac{\pi}{12}\right)+a\cos\left(2\times\frac{\pi}{12}\right)=\pm\sqrt{1+a^2}$，

即$\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}a=\pm\sqrt{1+a^2}$，化简可解得$\left(a-\sqrt{3}\right)^2=0$，

即$a=\sqrt{3}$，

所以$f(x)=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x$

$=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$

将函数$f(x)$的图象向右平行移动$\frac{\pi}{4}$个单位长度可得$g(x)$，

则$g(x)=2\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{\pi}{3}\right]=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$，

故选：C.

【点睛】

本题考查了辅助角化简三角函数式的应用，三角函数对称轴的应用，三角函数图像平移变换的应用，属于中档题.

2、C

【解析】

由复数除法求出z，写出共轭复数，写出共轭复数对应点坐标即得

【详解】

解析：$\because z=\frac{i}{1-i}=\frac{i(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{-1+i}{2}=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$，$\therefore \overline{z}=-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$，

对应点为$(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$，在第三象限.

故选：C.

【点睛】

本题考查复数的除法运算，共轭复数的概念，复数的几何意义．掌握复数除法法则是解题关键.

3、D

【解析】

由特称命题的否定是全称命题可判断选项 A；α,β 可能相交，可判断 B 选项；利用正态分布的性质可判断选项 C；

$\frac{1}{x}<1\Rightarrow x<0$ 或 $x>1$，利用集合间的包含关系可判断选项 D.

【详解】

命题“$\exists x_0\le 0$，$2x_0\le\sin x_0$”的否定形式是“$\forall x\le 0$，$2x>\sin x$”，故 A 错误；$\alpha\perp\gamma$，

$\beta\perp\gamma$，则α,β可能相交，故 B 错误；若$P(0<\xi<1)=0.4$，则$P(1<\xi<2)=0.4$，所以

$P(\xi<0)=\frac{1-0.4-0.4}{2}=0.1$，故$P(\xi>0)=0.9$，所以 C 错误；由$\frac{1}{x}<1$，得$x<0$或$x>1$，

故“$x<0$”是“$\frac{1}{x}<1$”的充分不必要条件，D 正确.

故选：D.

【点睛】

本题考查命题的真假判断，涉及到特称命题的否定、面面相关的命题、正态分布、充分条件与必要条件等，是一道容易题.

4、A

【解析】

求出集合 B，然后进行并集的运算即可.

【详解】

$\because A=\{x\mid x>-1\}$，$B=\{x\mid -2<x<0\}$，

$\therefore A\cup B=\{x\mid x>-2\}$.

故选：A.

【点睛】

本小题主要考查一元二次不等式的解法，考查集合并集的概念和运算，属于基础题.

5、A

【解析】

由圆心到渐近线的距离等于半径列方程求解即可.

【详解】

双曲线的渐近线方程为 $y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$，圆心坐标为(3,0)．由题意知，圆心到渐近线的距离等于圆的半径 r，即 $r=$

$$\frac{\left|\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\times 3-0\right|}{\sqrt{\left(\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+1}}=\sqrt{3}$$

答案：A

【点睛】

本题考查了双曲线的渐近线方程及直线与圆的位置关系，属于基础题.

6、A

【解析】

根据题意，$\cos\frac{\pi}{3}=\sin\left(\frac{2\pi}{3}+\varphi\right)$，求出 $\varphi=\frac{\pi}{6}$，所以 $g(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，根据三角函数图像平移伸缩，即可求出 ω 的取值范围.

【详解】

已知 $f(x)=\cos x$ 与 $g(x)=\sin(2x+\varphi)(0\leqslant\varphi<\pi)$ 的图象有一个横坐标为 $\frac{\pi}{3}$ 的交点，

则 $\cos\frac{\pi}{3}=\sin\left(\frac{2\pi}{3}+\varphi\right)$，

$\because\frac{2\pi}{3}+\varphi\in\left[\frac{2\pi}{3},\frac{5\pi}{3}\right]$，

$\therefore\frac{2\pi}{3}+\varphi=\frac{5\pi}{6}$，$\therefore\varphi=\frac{\pi}{6}$，

$\therefore g(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，

若函数 $g(x)$ 图象的纵坐标不变，横坐标变为原来的 $\frac{1}{\omega}$ 倍， 则 $y=\sin\left(2\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$，

所以当 $x\in[0,2\pi]$ 时，$2\omega x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{6},4\pi\omega+\frac{\pi}{6}\right]$，

$\because f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 有且仅有 5 个零点，

$\therefore 5\pi\leqslant 4\pi\omega+\frac{\pi}{6}<6\pi$，

$\therefore\frac{29}{24}\leqslant\omega<\frac{35}{24}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查三角函数图象的性质、三角函数的平移伸缩以及零点个数问题，考查转化思想和计算能力.

7、C

【解析】

先求得 C_2 的渐近线方程，根据 C_1,C_2 没有公共点，判断出 C_1 渐近线斜率的取值范围，由此求得 C_1 离心率的取值范围.

【详解】

双曲线 $C_2:\frac{y^2}{4}-x^2=1$ 的渐近线方程为 $y=\pm 2x$，由于双曲线 $C_1:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 与双曲线 $C_2:\frac{y^2}{4}-x^2=1$ 没有公共点，

所以双曲线 C_1 的渐近线的斜率 $\frac{b}{a}\leq 2$，所以双曲线 C_1 的离心率 $e=\sqrt{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2}\in\left(1,\sqrt{5}\right]$.

故选：C

【点睛】

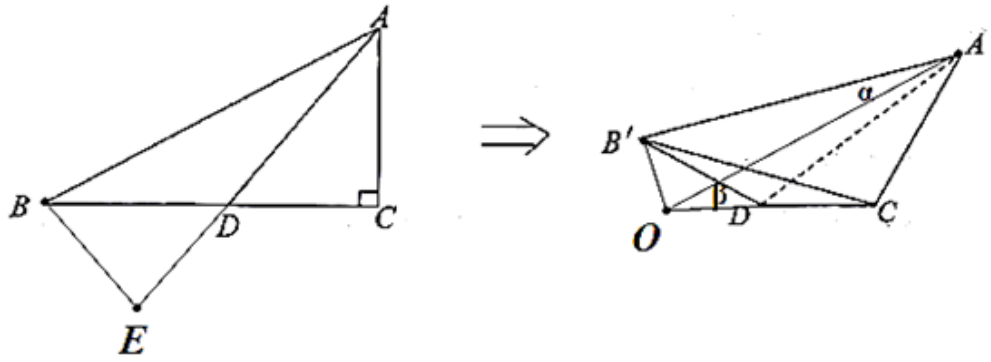
本小题主要考查双曲线的渐近线，考查双曲线离心率的取值范围的求法，属于基础题.

8、A

【解析】

根据题意作出垂线段，表示出所要求得α、β角，分别表示出其正弦值进行比较大小，从而判断出角的大小，即可得答案.

【详解】



由题可得过点B作$BE\perp AD$交AD于点E，过B'作CD的垂线，垂足为O，则易得$\alpha=\angle B'AO$，$\beta=\angle B'DO$.

设$CD=1$，则有$BD=AD=2$，$DE=1$，$BE=\sqrt{3}$，

$\therefore$可得$AB'=AB=2\sqrt{3}$，$B'D=BD=2$.

Q$\sin\alpha=\frac{OB'}{AB'},\sin\beta=\frac{OB'}{DB'}$，

$\therefore\sin\beta=\sqrt{3}\sin\alpha>\sin\alpha$，$\therefore\beta>\alpha$；

Q$OB'\in[0,\sqrt{3}]$，$\therefore\sin\alpha\in[0,\frac{1}{2}]$；

Q$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=2\sin\alpha\sqrt{1-sin^2\alpha}$，

$2\sqrt{1-sin^2\alpha}\in[\sqrt{3},2]$，$\therefore\sin2\alpha...\sqrt{3}\sin\alpha=\sin\beta$，

$\therefore2\alpha...\beta$.

综上可得，$\alpha<\beta„2\alpha$.

故选：A.

【点睛】

本题考查空间直线与平面所成的角的大小关系，考查三角函数的图象和性质，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

9、B

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/735342103323011303