四川省眉山市仁寿县第一中学北校区2024届高三下学期模拟预测数学（文）试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

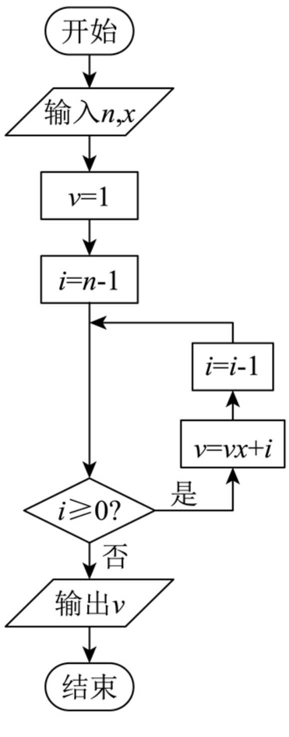
1．已知集合 $A=\left\{x\mid\left|x\right|<3\right\},B=\left\{x\in\mathbf{N}\mid x^{2}<11\right\}$，则 $A\cap B=$（　）

A．$\left\{-2,-1,0,1,2,3\right\}$ B．$\left\{0,1,2\right\}$ C．$\left\{1,2,3\right\}$ D．$\left\{1,2\right\}$

2．已知 $z-3\mathrm{i}=4-\mathrm{i}$，则 z 的虚部为（　）

A．2 B．4 C．-2 D．2i

3．秦九昭是我国南宋时期的数学家，普州（现在四川安岳人），他在所著的《数书九章》中提出的多项式求值的秦九昭算法，至今仍是比较先进的算法，如图所示的程序给出了利用秦九昭算法求多项式值的一个实例.如输入 n,x 的值分别是 $3,2$，则输出的 v 的值为（　）



A．9 B．18 C．20 D．15

4．已知向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $\left|\vec{a}\right|=2,\vec{b}=\left(3,0\right),\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{10}$，则向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 方向上的投影向量为（　）

A．$\left(\frac{1}{6},0\right)$ B．$\left(\frac{1}{3},0\right)$ C．$\left(\frac{1}{2},0\right)$ D．$\left(1,0\right)$

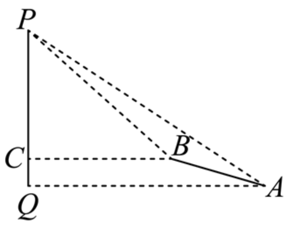
5．已知等差数列$\{a_n\}$的公差为d，前n项和为S_n，且$a_{2n}=2a_n+10\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，$S_{13}=S_6$则$d$的值为（　）

A．1　　B．$\frac{20}{19}$　　C．$\frac{20}{21}$　　D．-1

6．在不等式组$\begin{cases}y\geq 0\\ y\leq x\\ x+y-6\leq 0\end{cases}$表示的平面区域内任取一点$P(x,y)$，则满足$y\geq x-2$的概率为（　）

A．$\frac{7}{9}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{5}{9}$　　D．$\frac{4}{9}$

7．鼎湖峰，矗立于浙江省缙云县仙都风景名胜区，状如春笋拔地而起，其峰顶镶嵌着一汪小湖，传说黄帝炼丹鼎坠积水成湖．白居易曾以诗赋之：“黄帝旌旗去不回，片云孤石独崔嵬．有时风激鼎湖浪，散作晴天雨点来”．某校开展数学建模活动，有建模课题组的学生选择测量鼎湖峰的高度，为此，他们设计了测量方案．如图，在山脚A测得山顶P的仰角为$45°$，沿倾斜角为$15°$的斜坡向上走了90米到达B点（A，B，P，Q在同一个平面内），在B处测得山顶P的仰角为$60°$，则鼎湖峰的山高PQ为（　）米



A．$45\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$　　B．$45\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)$　　C．$90\left(\sqrt{3}-1\right)$　　D．$90\left(\sqrt{3}+1\right)$

8．已知动直线$y=kx-1+k\,(k\in R)$与圆$C:x^2+y^2-2x+4y-4=0$（圆心为C）交于点A,B，则弦AB最短时，ΔABC的面积为（　）

A．3　　B．6　　C．$\sqrt{5}$　　D．$2\sqrt{5}$

9．已知函数$f(x)=\sin^2 x+2\sin x\cos x-\cos^2 x$，关于$f(x)$有下面四个说法：

①$f(x)$的图象可由函数$g(x)=\sqrt{2}\sin 2x$的图象向右平行移动$\frac{\pi}{8}$个单位长度得到；

②$f(x)$在区间$\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$上单调递增；

③当$x\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right]$时，$f(x)$的取值范围为$\left[\frac{\sqrt{3}-1}{2},\sqrt{2}\right]$；

④ $f\left(x\right)$在区间$\left[0,2\pi\right]$上有3个零点．

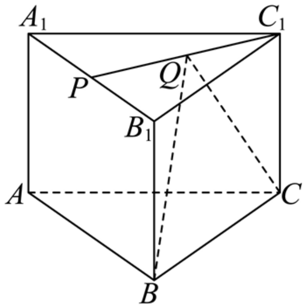
以上四个说法中，正确的个数为（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

10．在平行四边形$ABCD$中，$AB=1$，$AD=\sqrt{2}$，$\angle A=\frac{\pi}{4}$，沿BD将$\triangle ABD$折起，则三棱锥$A-BCD$的体积最大时，三棱锥$A-BCD$外接球的表面积为（　　）

A．$\frac{3}{2}\pi$　　B．2π　　C．3π　　D．4π

11．如图，在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AB\perp BC$，$AB=BC=AA_1=2$，P为线段A_1B_1的中点，Q为线段C_1P（包括端点）上一点，则$\triangle BCQ$的面积的取值范围为（　　）



A．$\left[2,\sqrt{6}\right]$　　B．$\left[2,\sqrt{5}\right]$　　C．$\left[\sqrt{3},\sqrt{5}\right]$　　D．$\left[\sqrt{2},\sqrt{5}\right]$

12．已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$左、右焦点分别为$F_1,F_2$，过$F_1$的直线与$C$的渐近线$l:y=-\frac{b}{a}x$及右支分别交于$A,B$两点，若$\overrightarrow{F_1A}=\overrightarrow{AB},\overrightarrow{F_1B}\cdot\overrightarrow{F_2B}=0$，则$C$的离心率为（　　）

A．$\frac{3}{2}$　　B．2　　C．$\sqrt{5}$　　D．3

二、填空题

13．$\left(\frac{1}{x}-2x\right)^6$的展开式的第四项为________．

14．已知不等式组$\begin{cases}x+y\le 3\\ ax-y>5\\ x+ay\ge 2\end{cases}$表示的平面区域不包含点$\left(2,1\right)$，则实数$a$的取值范围是________．

15．在$\triangle ABC$中，角A，B，C的对边分别是a，b，c，若$\sin\left(B+A\right)-\sin 2A=\sin\left(A-B\right)$

，则$\triangle ABC$的形状是_____.

16．已知函数$f\left(x\right)=\mathrm{e}^{2x}-\left(2a+1\right)\mathrm{e}^{x}+a^{2}+2a,g\left(x\right)=\ln x+m$，对$\forall a\in R,\forall x\in(0,+\infty)$，不等式$f(x)\geq g(x)$恒成立，则整数$m$的最大值是_________.

三、解答题

17．已知等差数列$\left\{a_n\right\}$和等比数列$\left\{b_n\right\}$均单调递增，前n项和分别为S_n和T_n，且满足：$a_1=b_1,a_3=b_3,S_3=15,T_3=14$.

(1)求数列$\left\{a_n\right\},\left\{b_n\right\}$的通项公式；

(2)设$c_n=\dfrac{a_n}{b_n}$，求$\left\{c_n\right\}$的前n项和R_n.

18．红铃虫（*Pectinophora gossypiella*）是棉花的主要害虫之一，其产卵数与温度有关．现收集到一只红铃虫的产卵数y（个）和温度x（℃）的8组观测数据，制成图1所示的散点图.现用两种模型① $y=\mathrm{e}^{bx+a}$，② $y=cx^2+d$分别进行拟合，由此得到相应的回归方程并进行残差分析，进一步得到图2所示的残差图.

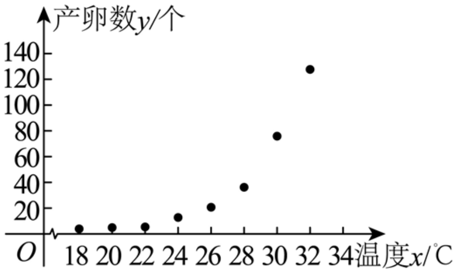


图1 产卵数散点图

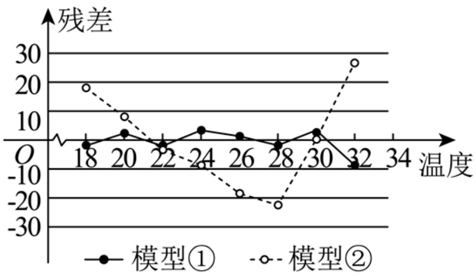


图2 两种模型的残差图

根据收集到的数据，计算得到如下值：

$\overline{x}$	$\overline{z}$	$\overline{t}$	$\sum_{i=1}^{8}\left(x_i-\overline{x}\right)^2$	$\sum_{i=1}^{8}\left(t_i-\overline{t}\right)^2$	$\sum_{i=1}^{8}\left(z_i-z\right)\left(x_i-x\right)$	$\sum_{i=1}^{8}\left(y_i-\overline{y}\right)\left(t_i-\overline{t}\right)$
25	2.9	646	168	422688	50.4	70308

表中$z_i=\ln y_i$；$\overline{z}=\dfrac{1}{8}\sum_{i=1}^{8}z_i$；$t_i=x_i^2$；$\overline{t}=\dfrac{1}{8}\sum_{i=1}^{8}t_i$

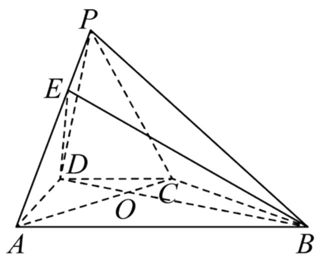
(1)根据残差图，比较模型①、②的拟合效果，哪种模型比较合适？

(2)根据（1）中所选择的模型，求出y关于x的回归方程.

附：对于一组数据$\left(\omega_1,v_1\right),\left(\omega_2,v_2\right),\ldots\left(\omega_n,v_n\right)$，其回归直线$\hat{v}=\hat{\alpha}+\hat{\beta}\omega$

的斜率和截距的最小二乘估计分别为，$\hat{\beta}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(\omega_i-\overline{\omega})(v_i-\overline{v})}{\sum_{i=1}^{n}(\omega_i-\overline{\omega})^2}$，$\hat{\alpha}=\overline{v}-\hat{\beta}\overline{\omega}$

19．如图所示，四棱锥$P-ABCD$中，底面$CD//AB,AC$与BD交于点$O,2CD=AB=2AD=2,PC=PA=\sqrt{2}$且$\angle DAB=90^\circ,PA\perp BC$，点$E$为线段$PA$上靠近$P$的三等分点.



(1)证明：$PC//$平面BDE；

(2)求点A到平面PBC的距离.

20．已知函数$f\left(x\right)=\mathrm{e}^x+mx-1$.

(1)讨论$f\left(x\right)$的单调性；

(2)当$m>0$时，证明：$f\left(x\right)>x\ln x-\left(m+1\right)\sin x$.

21．已知椭圆C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$经过点$\left(\sqrt{3},\dfrac{1}{2}\right)$，其右顶点为$A(2,0)$.

(1)求椭圆C的方程；

(2)若点P，Q在椭圆C上，且满足直线AP与AQ的斜率之积为$\dfrac{1}{20}$.求$\triangle APQ$面积的最大值.

22．在直角坐标系xOy中，直线l的参数方程为$\begin{cases}x=\sqrt{3}+m\\y=-1+\sqrt{3}m\end{cases}$（$m$为参数），以坐标原点为极点，$x$轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线$C$的极坐标方程为$\rho^2+2\sqrt{3}\rho\cos\theta+2\rho\sin\theta-12=0$.

(1)求直线l的普通方程和曲线C的直角坐标方程；

(2)若直线l与曲线C交于A，B两点，点M的极坐标为$\left(4,\dfrac{\pi}{6}\right)$，求$\left||MA|-|MB|\right|$的值.

23．若a，b均为正实数，且满足$a^2+b^2=2$.

(1)求$2a+3b$的最大值；

(2)求证：$4\le\left(a^3+b^3\right)\left(a+b\right)\le\dfrac{9}{2}$.

参考答案：

1．B

【分析】解不等式求出集合 A,B，再求交集即可.

【详解】因为 $A=\{x\,|\,|x|<3\}=\{x\,|\,-3<x<3\},B=\{x\in\mathbf{N}|\ x^2<11\}=\{0,1,2,3\}$，

所以 $A\cap B=\{0,1,2\}$.

故选：B.

2．A

【分析】根据复数的有关概念直接得出结果.

【详解】因为 $z-3\mathrm{i}=4-\mathrm{i}$，所以 $z=4+2\mathrm{i}$

则 z 的虚部为 2.

故选：A

3．B

【分析】根据框图循环依次计算即可.

【详解】输入：$v=1,i=2$，

第一步循环：$v=1\times2+2=4,i=1$，

第二步循环：$i=1>0$，则 $v=4\times2+1=9,i=0$，

第三步循环：$i=0\geq0$，则 $v=9\times2+0=18,i=-1$，

此时 $i<0$，输出 $v=18$.

故选：B.

4．C

【分析】将 $|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{10}$ 两边平方求出 $\vec{a}\cdot\vec{b}$，然后由投影向量公式可得.

【详解】因为 $|\vec{a}|=2,|\vec{b}|=3$，$|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{10}$，

所以 $|\vec{a}-\vec{b}|^2=\vec{a}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2=2^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+3^2=10$，得 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{3}{2}$，

所以向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 方向上的投影向量为 $\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^2}\cdot\vec{b}=\dfrac{\frac{3}{2}}{9}\vec{b}=\dfrac{1}{6}(3,0)=\left(\dfrac{1}{2},0\right)$.

故选：C

5．A

【分析】令 $n=1$，求出 a_1 和 d 的关系，根据 $S_{13}=S_6$ 即可求出 d.

【详解】因为 $a_{2n}=2a_n+10\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，令 $n=1$，

则 $a_2=2a_1+10$，所以 $a_1+d=2a_1+10$，

故 $a_1=d-10$，因为 $S_{13}=S_6$，所以 $S_{13}-S_6=0$，

即 $a_7+a_8+a_9+a_{10}+a_{11}+a_{12}+a_{13}=0$，

由等差数列的性质可得 $a_7+a_{13}=a_8+a_{12}=a_9+a_{11}=2a_{10}$，

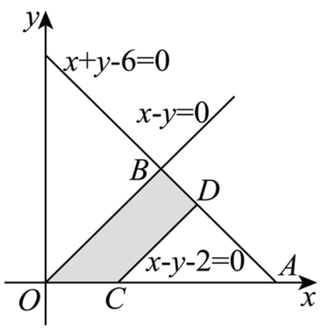
所以 $a_{10}=0$，即 $a_1+9d=0$，解得 $d=1$.

故选：A.

6．C

【分析】分别画出不等式组 $\begin{cases}y\geq 0\\ y\leq x\\ x+y-6\leq 0\end{cases}$ 和不等式 $y\geq x-2$ 满足的区域，再利用几何概型的概率求解.

【详解】解：如图，



不等式组 $\begin{cases}y\geq 0\\ y\leq x\\ x+y-6\leq 0\end{cases}$ 表示的平面区域为 $\vee OAB$ 及其内部，其中 $O(0,0),A(6,0),B(3,3)$，

所以 $S_{\vee OAB}=\dfrac{1}{2}\times 6\times 3=9$，

设直线 $y=x-2$ 与直线 $y=0,x+y-6=0$ 分别交于点 $C(2,0),D(4,2)$，

所以满足 $y\geq x-2$ 的平面区域为四边形 $OCDB$ 及其内部，

$S_{四边形OCDB}=S_{\triangle OAB}-S_{\triangle ACD}=9-\dfrac{1}{2}\times 4\times 2=5$，

所以满足 $y \geq x-2$ 的概率为 $P=\frac{5}{9}$.

故选：C.

7．B

【分析】先利用正弦定理得出 AP 的长，再利用直角三角形可求答案.

【详解】在 $\triangle ABP$ 中，则 $\angle BPA=45^{\circ}-30^{\circ}=15^{\circ}$，

$\angle ABP=180^{\circ}-\angle BAP-\angle APB=180^{\circ}-\left(45^{\circ}-15^{\circ}\right)-15^{\circ}=135^{\circ}$,

因为 $\frac{AP}{\sin\angle ABP}=\frac{AB}{\sin\angle APB}$，

且 $\sin 15^{\circ}=\sin\left(60^{\circ}-45^{\circ}\right)=\sin 60^{\circ}\cos 45^{\circ}-\cos 60^{\circ}\sin 45^{\circ}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$，

则 $AP=\frac{AB\sin\angle ABP}{\sin\angle APB}=\frac{90\sin 135^{\circ}}{\sin 15^{\circ}}=\frac{90\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}=\frac{180\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle PAQ$ 中，则 $PQ=AP\sin 45^{\circ}=\frac{180\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=45\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)$.

故选：B.

8．D

【分析】确定动直线过圆内一定点 P，求出圆心 C 的坐标和半径，由 $PC\perp AB$ 时，弦最短求解.

【详解】根据题意，圆 $C: x^2+y^2-2x+4y-4=0$ 可化为 $(x-1)^2+(y+2)^2=9$，其圆心为 $(1,-2)$，半径 $r=3$，

动直线 $y=kx-1+k$，即 $y+1=k(x+1)$，恒过点 $(-1,-1)$.设 $P(-1,-1)$，又由 $(-1-1)^2+(-1+2)^2<9$，则点 $P(-1,-1)$ 在圆 C 的内部，

动直线 $y=kx-1+k\,(k\in R)$ 与圆 $C: x^2+y^2-2x+4y-4=0$（圆心为 C）交于点 A,B，当 P 为 AB 的中点，即 CP 与 AB 垂直时，弦 AB 最短，

此时 $|CP|=\sqrt{5}$，弦 AB 的长度为 $2\times\sqrt{r^2-|CP|^2}=4$，

此时 ΔABC 的面积 $S=\frac{1}{2}\times|CP|\times|AB|=\frac{1}{2}\times\sqrt{5}\times 4=2\sqrt{5}$，

故选：D.

【点睛】本题考查直线与圆相交弦长问题，解题时注意应用垂径定理求解.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/736055210120010203