专题 1.19　完全平方公式（基础篇）（专项练习）

一、单选题

类型一、运用完全平方公式进行计算

1．设 $(4a-5b)^2=(4a+5b)^2+m$ ，则 $m=$(　　)

A．$40ab$　　B．$-40ab$　　C．$80ab$　　D．$-80ab$

2．下列运算正确的是（　　）

A．$(a+b)(a-2b)=a^2-2b^2$　　B．$(a-\frac{1}{2})^2=a^2-\frac{1}{4}$

C．$-2(3a-1)=-6a+1$　　D．$(a+3)(a-3)=a^2-9$

3．若 $x^2+ax+9=(x+3)^2$，则 a 的值为（　）

A．3　　B．±3　　C．6　　D．±6

4．设$(5a+3b)^2=(5a-3b)^2+A$,则 A 等于（　　）

A．60ab　　B．30ab　　C．15ab　　D．12ab

类型二、通过完全平方公式变形进行运算或化简

5．已知 x+y＝﹣5，xy＝3，则 x2+y2＝（　　）

A．25　　B．﹣25　　C．19　　D．﹣19

6．若 $m+n-3=0$，则 $2m^2+4mn+2n^2-6$ 的值为（　　）

A．12　　B．2　　C．3　　D．0

7．若 m+n＝7，mn＝12，则 m^2-mn+n^2 的值是(　　)

A．11　　B．13　　C．37　　D．61

8．若 $x+y=2a$，$x-y=2b$，则 xy 的值为(　　)

A．ab　　B．a^2+b^2　　C．a^2-b^2　　D．$\frac{1}{4}(a^2+b^2)$

类型三、求完全平方公式中的系数

9．已知 $x^2-2(m-3)x+16$ 是一个完全平方式，则 m 的值可能是（　　）

A．-7　　B．1　　C．-7 或1　　D．7 或 -1

10．已知 $x^2+2mx+9$ 是完全平方式，则 m 的值为（　　）

A．±3　　B．3　　C．±6　　D．6

11．若 $a^2+(m-3)a+4$ 是一个完全平方式，则 m 的值应是 ( )

A．1 或 5　　B．1　　C．7 或－1　　D．－1

12．若 $x^2+mx+9=(x-3)^2$，则 m 的值为（　　）

A．6　　B．－6　　C．±6　　D．3

类型四、完全平方公式在几何图形中的应用

13．已知 a、b、c 是 ΔABC 的三边，且满足 $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$，则 ΔABC 的形状是（　　）

A．等腰三角形　　B．等边三角形

C．直角三角形　　D．不能确定

14．图（1）是一个长方形，用剪刀沿图中虚线（对称轴）剪开，把它分成四块形状和大小都一样的小长方形，小长方形的长为 a，宽为 b $(a>b)$，然后按图（2）拼成一个正方形，通过计算，用拼接前后两个图形中阴影部分的面积可以验证的等式是（　　）

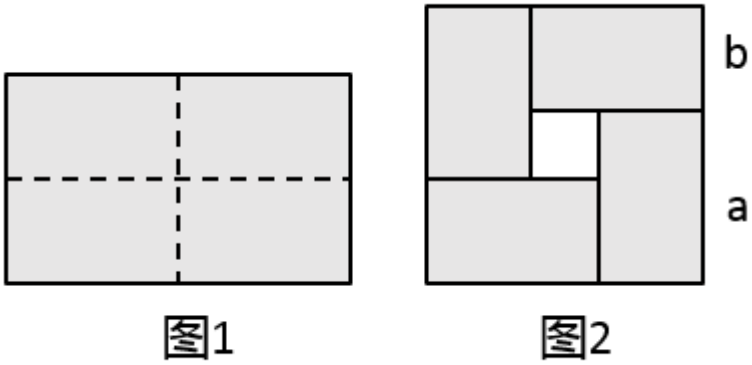


图1　　图2

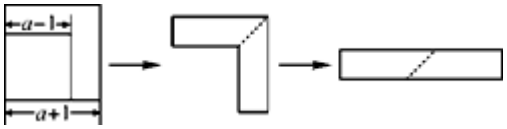
A．$a^2b^2=(ab)^2$　　B．$(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$

C．$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$　　D．$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

15．下列多项式中是完全平方式的是（　　）

A．2x2+4x－4　　B．16x2－8y2+1　　C．9a2－12a+4　　D．x2y2+2xy+y2

16．如图，从边长为(a＋1)cm 的正方形纸片中剪去一个边长为(a－1)cm 的正方形(a>1)，剩余部分沿虚线又剪拼成一个长方形(不重叠无缝隙)，则长方形的长为(　　)



A．2 cm　　B．2a cm

C．4a cm　　D．(2a－2)cm

二、填空题

类型一、运用完全平方公式进行计算

17．计算：$(x+2y)^2=$_____.

18．若$a+b=5$，$ab=3$，则$a^2-ab+b^2=$_____.

19．若$a+\frac{1}{a}=\sqrt{5}$，则$a^2+\frac{1}{a^2}=$_____.

20．计算：$(a-2b+c)^2=$_____.

类型二、通过完全平方公式变形进行运算或化简

21．已知$a=7-3b$，则代数式$a^2+6ab+9b^2$的值为_____.

22．已知$x^2+y^2=10$，$xy=3$，则$x+y=$_____.

23．若a、b是正数，$a-b=1$，$ab=2$，则$a+b=$_____.

24．若$x^2+4x+7=(x+2)^2+a$，则$a=$_____.

类型三、求完全平方公式中的系数

25．如果$x^2+2(m-1)x+4$是一个完全平方式，则$m=$_____.

26．设$4x^2+mx+121$是一个完全平方式，则 m=_____

27．若$4x^2+mx+9$是一个完全平方式，则 m 的值是_____.

28．如果$x^2+(m-2)x+9$是一个完全平方式，那么m的值是_____.

类型四、完全平方公式在几何图形中的应用

29．有一个边长为a的大正方形和四个边长为b的全等的小正方形（其中$a>2b$）,按如图方式摆放，并顺次连接四个小正方形落入大正方形内部的顶点，得到四边形$ABCD$.

下面有四种说法：

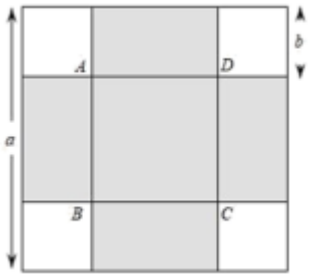
①阴影部分周长为$4a$;

②阴影部分面积为（$a+2b$）（$a-2b$）;

③四边形$ABCD$周长为$8a-4b$;

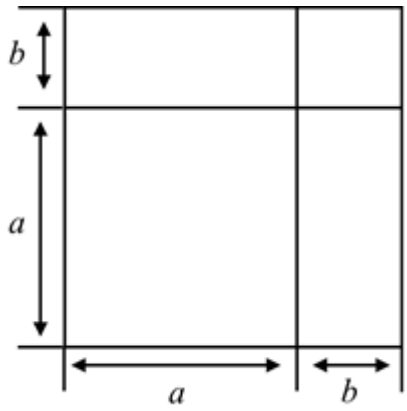
④四边形$ABCD$的面积为a^2&#ξΦ02Δ;$4ab$&#ξΦ02B;$4b^2$.

所有合理说法的序号是____.

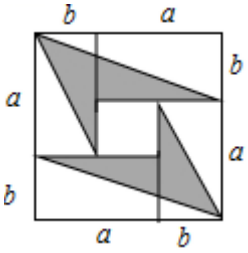


30．已知长方形的周长为 28，面积为 48．则分别以长方形的长和宽为边长的两个正方形的面积和是_____．

31．如图，将边长为 acm 的正方形的边长增加 bcm，根据图形面积的两种不同计算方式写一个等式_____．



32．4 张长为 a、宽为 b（$a>b$）的长方形纸片，按如图的方式拼成一个边长为（$a+b$）的正方形，图中空白部分的面积为 S_1，阴影部分的面积为 S_2．



（1）若 $a=3$，$b=1$，则 $S_1=$_____．

（2）若 $S_1=2S_2$，求 a 与 b 满足关系：_____．

三、解答题

33．化简并求值：

$\left(9x^3y-12xy^3+3xy^2\right)\div\left(-3xy\right)-\left(2y+x\right)\left(2y-x\right)$，其中 $\left|x-1\right|+\left(y+2\right)^2=0$．

34．计算：$(2m+3n)^2-(2m+n)(2m-n)$．

35．（1）已知 4m+n=90，2m﹣3n=10，求（m+2n）^{2}﹣（3m﹣n）^{2}的值

（2）已知（a+b）^{2}=7，ab=2，求 a^2+b^2 值

35．已知 2x－1＝3，求代数式$(x-3)^2+2x(3+x)-7$ 的值．

37．（1）计算：$(a+b+c)^2$．

（2）已知 $a=1999x+2000$，$b=1999x+2001$，$c=1999x+2002$，求多项式 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac$ 的值．

38．【知识生成】

通常情况下、用两种不同的方法计算同一图形的面积，可以得到一个恒等式.

（1）如图 1，请你写出$(a+b)^2,(a-b)^2,ab$之间的等量关系是_____

【知识应用】

（2）根据（1）中的结论，若$x+y=4,xy=\frac{7}{4}$，则$x-y=$_____

【知识迁移】

类似地，用两种不同的方法计算同一几何体的情况，也可以得到一个恒等式.如图 2 是边长为$a+b$的正方体，被如图所示的分割成 8 块.

（3）用不同的方法计算这个正方体的体积，就可以得到一个等式，这个等式可以是 _____

（4）已知$a+b=4$，$ab=1$，利用上面的规律求a^3+b^3的值.

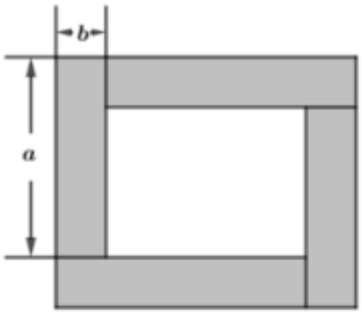


图1

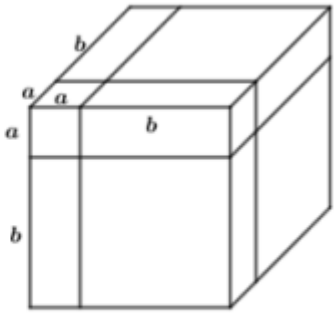


图2

参考答案

1．D

【分析】

已知等式利用完全平方公式展开，移项合并即可确定出 m．

【详解】

（4a-5b）^{2}=（4a+5b）^{2}+m，

得到 m=（4a-5b）^{2}-（4a+5b）^{2}=-80ab，

故选 D．

【点拨】此题考查了完全平方公式，熟练掌握完全平方公式是解本题的关键．

2．D

【分析】

本题根据代数式运算法则及公式即可做出选择．

【详解】

A、原式＝$a^2-2ab+ab-2b^2=a^2-ab-2b^2$，故此选项错误；

B、原始＝$a^2-a+\frac{1}{4}$，根据完全平方公式可以做出判断，故此选项错误；

C、原式＝$-6a+2$，根据乘法分配律可以做出判断，故此选项错误；

D、原式＝a^2－9，故此选项正确．

故选：D．

【点拨】本题主要考查代数式运算公式及法则，掌握相关公式及运算法则是解答本题的关键．

3．C

【分析】

根据完全平方公式结构特征求解即可．

【详解】

∵x^2+ax+9=（x+3）^{2}，

而（x+3）^{2}=x^2+6x+9；

即 x^2+ax+9=x^2+6x+9，

∴a=6．

故选 C．

4．A

【分析】

根据完全平方公式的展开法则，将等号两边去掉括号，即可得出 A.

【详解】

∵$(5a+3b)^2=(5a-3b)^2+A$

∴$25a^2+30ab+9b^2=25a^2-30ab+9b^2+A$

∴$A=60ab$

故选：A

【点拨】本题考查了完全平方公式的应用，$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$，两数和（差）的平方，等于它们的平方和加上（减去）它们的的积的 2 倍.

5．C

【详解】

解：∵x+y＝﹣5，xy＝3，

∴$x^2+y^2=x+y^2-2xy$

=25-2×3=19.

故选 C

6．A

【分析】

先根据 $m+n-3=0$ 得出 $m+n=3$，然后利用提公因式法和完全平方公式 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ 对 $2m^2+4mn+2n^2-6$ 进行变形，然后整体代入即可求值.

【详解】

∵ $m+n-3=0$，

∴ $m+n=3$，

∴ $2m^2+4mn+2n^2-6=2(m+n)^2-6=2\times 3^2-6=12$.

故选：A.

【点拨】本题主要考查整体代入法求代数式的值，掌握完全平方公式和整体代入法是解题的关键.

7．B

【详解】

此题考查一元二次方程的解法或完全平方式的应用、考查学生的整体代换思想的应用；方法

一：根据已知条件可知 m,n 是方程 $x^2-7x+12=0$ 的两个根，即 m,n 一个等于 3，另一个等于 4，所以 $m^2-mn+n^2=3^2-12+4^2=13$；方法二：整体代换思想：

$m^2-mn+n^2=(m+n)^2-2mn-mn=49-3\times12=13$；所以选 B；

8．C

【详解】

由 $x+y=2a$，得$(x+y)^2=(2a)^2$，

即 $x^2+2xy+y^2=4a^2$，　①

由 $x-y=2b$，得$(x-y)^2=(2b)^2$，

即 $x^2-2xy+y^2=4b^2$，　②

①－②得：$4xy=4a^2-4b^2$，

则 $xy=a^2-b^2$.

故选 C.

9．D

【分析】

利用完全平方公式的特征判断即可得到结果.

【详解】

解: ∵ $x^2-2(m-3)x+16$ 是一个完全平方式，

∴ $x^2-2(m-3)x+16=x^2-8x+16$ 或者 $x^2-2(m-3)x+16=x^2+8x+16$

∴-2(m-3)＝8 或-2(m-3)＝-8

解得:m=-1 或 7

故选:D

【点拨】此题考查了完全平方式，熟练掌握完全平方公式是解本题的关键.

10．A

【分析】

将原式转化为$x^2+2mx+3^2$，再根据$x^2+2mx+3^2$是完全平方式，即可得到$x^2+2mx+3^2=(x\pm3)^2$，将$(x\pm3)^2$展开，根据对应项相等，即可求出 m 的值.

【详解】

原式可化为 $x^2+2mx+3^2$ ，

又∵$x^2+2mx+9$ 是完全平方式，

∴$x^2+2mx+9=(x\pm3)^2$，

∴$x^2+2mx+9=x^2\pm6mx+9$，

∴$2m=\pm6$，

$m=\pm3$.

故选 A.

【点拨】此题考查完全平方式，掌握运算法则是解题关键

11．C

【分析】

根据完全平方式的结构 a2±2ab+b2，即可列方程求解.

【详解】

解：根据题意得：（m-3）$a=\pm2a\times2$，

则 $m-3=\pm4$，

解得：m=7 或-1.

故选：C.

12．B

【分析】

根据完全平方公式$(x-3)^2=x^2-6x+9$，可求得 m 的值.

【详解】

解：$x^2+mx+9=(x-3)^2=x^2-6x+9$，

可得 m=-6.

故答案选 B.

【点拨】本题主要考查完全平方公式，关键在于记住口诀“首平方，尾平方，积的二倍放中央，符号看前方”.

13．B

【分析】

根据完全平方公式把等式进行变形即可求解.

【详解】

$\because a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$

$\therefore 2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca=0$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/736215241052010112