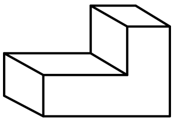
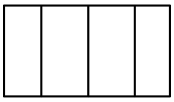
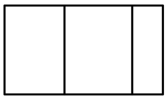
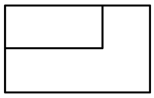
# 广东省深圳市北京师范大学南山附属学校中学部2024-2025学年上学期九年级期中考试数学试卷

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

## 一、单选题

1．如图所示的几何体俯视图是（　）



A．　B．　C．　D．

2．如果$\frac{a-b}{a}=\frac{3}{5}$，那么$\frac{b}{a}$的值是（　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{2}{5}$　　D．$\frac{3}{5}$

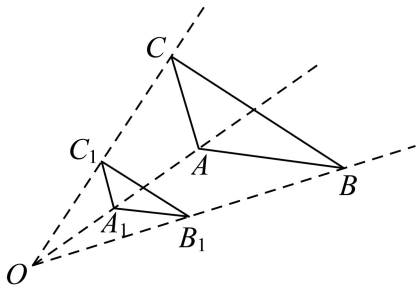
3．若$x$＝1是关于$x$的一元二次方程$x^2+mx-3=0$的一个根，则$m$的值是（　　）

A．－2　　B．－1　　C．1　　D．2

4．若反比例函数$y=\frac{2-k}{x}$的图象分布在第二、四象限，则$k$的取值范围是（　　）

A．$k<-2$　　B．$k<2$　　C．$k>-2$　　D．$k>2$

5．如图，V$ABC$和$\triangle A_1B_1C_1$是以点$O$为位似中心的位似三角形，若$C_1$为$OC$的中点，$S_{\triangle A_1B_1C_1}=3$，则V$ABC$的面积为（　）




A．15　　B．12　　C．9　　D．6

6．下列命题中，错误的是（　）

A．顺次连接矩形四边的中点所得到的四边形是菱形

B．反比例函数的图象是轴对称图形

C．线段 $AB$ 的长度是 2，点 $C$ 是线段 $AB$ 的黄金分割点且 $AC<BC$，则 $AC=\sqrt{5}-1$

D．对于任意的实数 $b$，方程 $x^2-bx-3=0$ 有两个不相等的实数根

7．某商场将进货单价为 40 元的商品按 50 元售出时，能卖 500 个．经过市场调查发现，若每个商品的单价每提高 1 元，其销售量就会减少 10 个，商场为了保证获得 8000 元的利润，则每个商品的售价应定为多少元？小明根据题意列出的方程为 $(500-10x)(10+x)=8000$．下面对该方程的理解错误的是（　　）

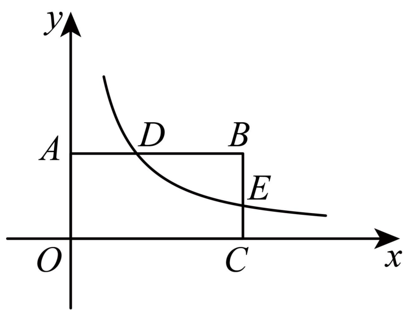
A．未知数 $x$ 的意义是每件商品的售价提高了 $x$ 元

B．未知数 $x$ 的意义是每件商品的售价为 $x$ 元

C．式子（$500-10x$）的意义是销售的数量

D．式子（$10+x$）的意义是每件商品的利润

8．如图，矩形 $OABC$ 中，点 $B(4,2)$，点 $A$，$C$ 分别在 $x$ 轴，$y$ 轴上，边 $AB$，$BC$ 交函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象于点 $D$，$E$，将矩形 $OABC$ 沿 $DE$ 折叠，点 $B$ 的对应点 $F$ 恰好落在 $x$ 轴上，则 $k$ 的值为（　）



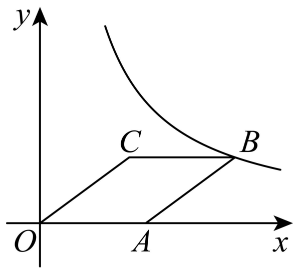

A．2　　B．$\frac{5}{2}$　　C．3　　D．$\frac{7}{2}$

## 二、填空题

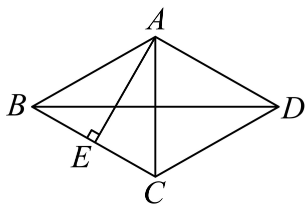
9．若方程 $kx^2-6x+1=0$ 有两个不相等的实数根，则 $k$ 的取值范围是____________．

10．庆“元旦”，市工会组织篮球比赛，赛制为单循环形式（每两队之间都赛一场），共进行了 45 场比赛，这次有____________队参加比赛

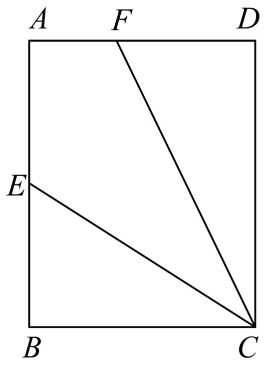
11．如图，菱形 $OABC$ 的顶点 $C$ 坐标为 $(8,6)$，顶点 $A$ 在 $x$ 轴的正半轴上．反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象经过顶点 $B$，则 $k$ 的值为_____．



12．如图，菱形$ABCD$中，$AE$垂直平分$BC$，垂足为$E$，$AB=4$．那么菱形$ABCD$的面积是________．



13．如图，已知$AB\parallel CD$，$AB=CD$，$\angle A=\angle D$，$E$是$AB$边的中点，$F$为$AD$边上一点，$\angle DFC=2\angle BCE$，若$CE=4$，$CF=5$，则$AF$的值为______．



**三、解答题**

14．解方程

(1) $y^2-5y+4=0$；

(2) $x^2-2x-1=0$

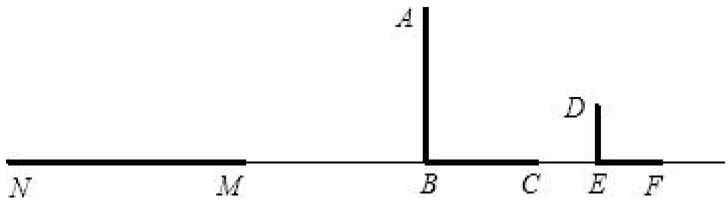
15．在4件同型号的产品中，有1件不合格品和3件合格品．

（1）从这4件产品中随机抽取1件进行检测，不放回，再随机抽取1件进行检测．请用列表法或画树状图的方法，求两次抽到的都是合格品的概率．（解答时可用$A$表示1件不合格品，用$B$、$C$．$D$分别表示3件合格品）

（2）在这4件产品中加入若干件合格品后，进行如下试验：随机抽取1件进行检测，然后放回，多次重复这个试验，通过大量重复试验后发现，抽到合格品的频率稳定在0.95，则可

以推算出大约加入多少件合格品？

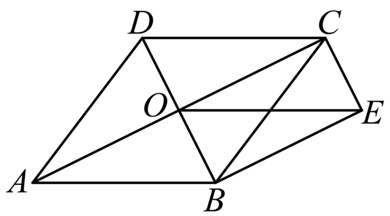
16．如图，路灯下，广告标杆AB的影子是BC，小明（用线段DE表示）的影子是EF，在M处有一棵树，它的影子是MN.




（1）请在图中画出表示树高的线段.（不写作法，保留作图痕迹）

（2）若已知点N、F到路灯的底部距离相等，小明身高1.6米，影长EF为1.8米，树的影长MN是6米，请计算树的高度.

17．如图，点$O$是菱形$ABCD$对角线的交点，$CE \parallel BD$，$EB \parallel AC$，连接$OE$.




(1)求证：$OE=CB$；

(2)如果$OC:OB=2:1$，$CD=\sqrt{5}$，求菱形的面积.

18．如果关于$x$的一元二次方程$ax^2+bx+c=0\left(a\neq 0\right)$有两个实数根，且其中一个根为另一个根的2倍，那么称这样的方程为“倍根方程”．例如，一元二次方程$x^2-6x+8=0$的两个根是2和4，则方程$x^2-6x+8=0$是倍根方程.

(1)若一元二次方程$x^2-3x+c=0$是“倍根方程”，则$c=$______.

(2)判断方程$x^2-x-2=0$是不是倍根方程？并说明理由.

(3)若$\left(x-2\right)\left(mx-n\right)=0\left(m\neq 0\right)$是倍根方程，求代数式$4m^2-5mn+n^2$的值.

19．已知一次函数$y=kx-(2k+1)$的图象与$x$轴和$y$抽分别交于$A$、$B$两点，与反比例函数$y=-\dfrac{1+k}{x}$的图象分别交于$C$、$D$两点.

(1)如图1，当$k$=1，点$P$在线段$AB$上（不与点$A$、$B$重合）时，过点$P$作$x$轴和$y$轴的垂线，垂足为$M$、$N$．当矩形$OMPN$的面积为2时，求出点$P$的位置.

(2)如图2，当$k$=1时，在$x$轴上是否存在点$E$，使得以$A$、$B$、$E$为顶点的三角形与$\triangle BOC$相似？若存在，求出点$E$的坐标；若不存在，说明理由.

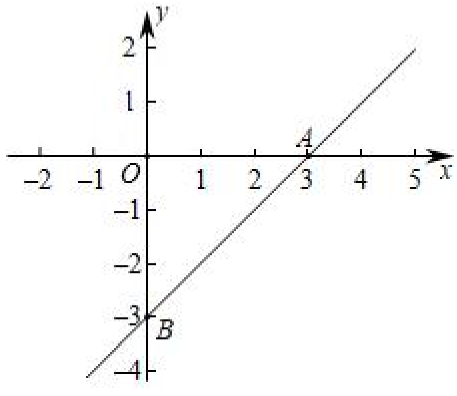



图1

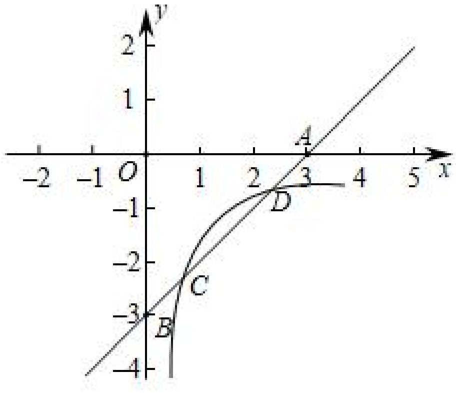


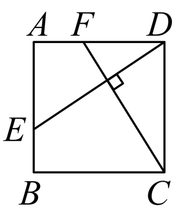

图2

(3)若某个等腰三角形的一条边长为5，另两条边长恰好是两个函数图象的交点横坐标，求$k$的值．

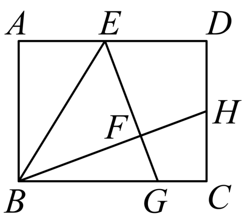
20．（1）发现：如图①所示，在正方形$ABCD$中，点$E$，$F$分别是$AB$，$AD$上的两点，连接$DE$，$CF$，$DE\perp CF$．则$\dfrac{DE}{CF}=$_

（2）探究：如图②，在矩形$ABCD$中，$E$为$AD$边上一点，且$AD=8$，$AB=6$，将$\triangle AEB$沿$BE$翻折到$\triangle BEF$处，延长$EF$交$BC$边于$G$点，延长$BF$交$CD$边于点$H$，且$FH=CH$，①求$CH$的长；②求$AE$的长．

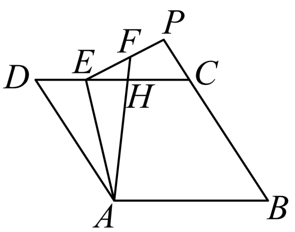
（3）拓展：如图③，在菱形$ABCD$中，$AB=6$，$E$为$CD$边上的一点且$DE=\dfrac{1}{3}DC$，$\angle D=60°$，$ADE$沿$AE$翻折得到$\triangle AFE$，$AF$与$CD$交于$H$且$FH=\dfrac{3}{4}$，直线$EF$交直线$BC$于点$P$，求$PE$的长．




图①




图②




图③

**参考答案：**

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | B | C | D | D | B | C | B | C | | |

1．B

【分析】本题考查简单几何体的三视图识别，理解三视图的基本概念，灵活运用空间想象能力是解题关键.

几何体的俯视图即为从上往下看，所看到的平面图形，由此判断即可.

【详解】解：根据题意可得，如图所示的几何体俯视图是

.

故选：B.

2．C

【分析】直接利用比例的性质变形求解即可.

【详解】解：∵$\frac{a-b}{a}=\frac{3}{5}$，

∴5（a－b）=3a，即 2a=5b，

∴$\frac{b}{a}=\frac{2}{5}$，

故选：C.

【点睛】本题考查比例的性质，会利用比例性质变形原式是解答的关键.

3．D

【分析】把 $x=1$ 代入方程 $x^2+mx-3=0$，得出一个关于 $m$ 的方程，解方程即可.

【详解】解：把 $x=1$ 代入方程 $x^2+mx-3=0$ 得：$1+m-3=0$，

解得：$m=2$.

故选：D.

【点睛】本题考查了一元二次方程的解和解一元一次方程，关键是能根据题意得出一个关于 $m$ 的方程.

4．D

【分析】根据反比例函数的图象和性质，由 $2-k<0$ 即可解得答案.

【详解】解：∵反比例函数 $y=\frac{2-k}{x}$ 的图象分布在第二、四象限，

∴$2-k<0$，

解得 $k>2$，

故选择：$D$.

【点睛】本题考查反比例函数的性质．掌握“反比例函数 $y=\frac{k}{x}$，当 $k>0$ 时，图象经过第一、三象限；当 $k<0$ 时，图象经过第二、四象限” ．

5．B

【分析】根据 $C_1$ 为 $OC$ 的中点，则位似比为 $\frac{OC_1}{OC}=\frac{1}{2}$，再根据相似比等于位似比，面积比等于相似比的平方便可求解．

【详解】∵ $\triangle ABC$ 和 $\triangle A_1B_1C_1$ 是以点 $O$ 为位似中心的位似三角形，$C_1$ 为 $OC$ 的中点，

$\triangle A_1B_1C_1$ 面积是 3，

$\therefore \frac{OC_1}{OC}=\frac{1}{2}$,

$\therefore \frac{S_{\triangle A_1B_1C_1}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{1}{4}$,

$\therefore \frac{3}{S_{\triangle ABC}}=\frac{1}{4}$,

解得：$S_{\triangle ABC}=12$．

故选 B．

【点睛】本题考查位似比等于相似比，同时面积比是相似比的平方，掌握知识点是关键．

6．C

【分析】分析是否为真命题，需要分别分析各题设是否能推出结论，从而利用排除法得出答案．

【详解】A.顺次连接矩形四边中点得到的四边形是菱形，故此命题是真命题，故此选项正确；

B.反比例函数的图象是轴对称图形，故此命题正确；

C. 线段 $AB$ 的长度是 $2$，点 $C$ 是线段 $AB$ 的黄金分割点且 $AC<BC$，则 $BC=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\times 2=\sqrt{5}-1$，则 AC=3-$\sqrt{5}$，故此选项错误；

D.对于任意的实数 b，方程 $x^2-bx-3=0$ 有两个不相等的实数根,因为△=b²-4ac=b²+12＞0，故此命题正确．

故选 C．

【点睛】本题考查了命题和定理以及命题的真假判断，正确的命题叫真命题，错误的命题叫

做假命题．判断命题的真假关键是要熟悉掌握性质定理．

7．B

【分析】设每件涨价 $x$ 元，则每件利润为（50-40+x）元，销售量为（500+10x）件，等量关系为：每件的利润×数量=8000，据此列方程即可．

【详解】设每件涨价 $x$ 元，由题意得

（500﹣10$x$）（10+$x$）＝8000．．

故选 $B$．

【点睛】本题考查一元二次方程的应用；得到提高价格后的销售量是解决本题的难点；得到总利润的等量关系是解决本题的关键．

8．C

【分析】过点 $D$ 作 $DG\perp OC$，根据反比例函数的性质，结合勾股定理，一线三直角相似模型解答即可．

本题考查了反比例函数的性质，勾股定理，一线三直角相似，熟练掌握性质，定理和模型是解题的关键．

【详解】解：过点 $D$ 作 $DG\perp OC$，垂足为 $G$，如图所示．

∵点 $B\left(4,2\right)$，点 $A$，$C$ 分别在 $x$ 轴，$y$ 轴上，边 $AB$，$BC$ 交函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象于点 $D$，$E$，

∴ $D\left(\frac{k}{2},2\right)$，$E\left(4,\frac{k}{4}\right)$，$DG=2$．

又∵ $\triangle DEF$ 与 $\triangle DEB$ 关于直线 $DE$ 对称，点 $F$ 恰好落在 $x$ 轴上，

∴ $DF=DB$，$\angle B=\angle DFE=90°$，

∵ $\angle DGF=\angle FCE$=90°，$\angle DFG+\angle EFC$=90°，

又∵ $\angle EFC+\angle FEC=90°$，

∴ $\angle GDF$=$\angle EFC$，

∴ $\triangle DGF\backsim\triangle FCE$，

∴ $\frac{DG}{DF}=\frac{CF}{EF}$，

即 $\frac{2}{4-\frac{k}{2}}=\frac{CF}{2-\frac{k}{4}}$，

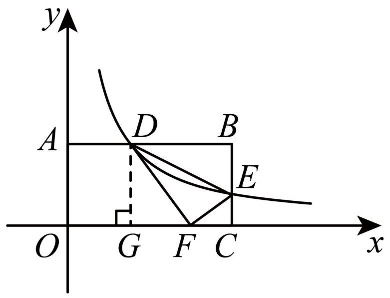
解得：$CF=1$，

∵ $EF^2=EC^2+CF^2$，

即$\left(2-\frac{k}{4}\right)^2=\left(\frac{k}{4}\right)^2+1^2$，

解得：$k=3$．

故选：C．




9．$k<9$且$k\neq0$．

【分析】根据一元二次方程的定义和判别式的意义得到$k\neq0$且$\Delta=(-6)^2-4\times k\times1>0$，然后求出两不等式的公共部分即可．

【详解】解：根据题意得$k\neq0$且$\Delta=(-6)^2-4\times k\times1>0$，

解得：$k<9$且$k\neq0$．

∴$k$的取值范围是$k<9$且$k\neq0$，

故答案为：$k<9$且$k\neq0$．

【点睛】本题考查了根的判别式：一元二次方程$ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）的根与$\Delta=b^2-4ac$有如下关系：当$\Delta>0$时，方程有两个不相等的实数根；当$\Delta=0$时，方程有两个相等的实数根；当$\Delta<0$时，方程无实数根．

10．10

【详解】设这次有x队参加比赛，由于赛制为单循环形式（每两队之间都赛一场），则此次比赛的总场数为：$\frac{x(x-1)}{2}$场．根据题意可知：此次比赛的总场数=45场，依此等量关系列出方程求解即可．

解：设这次有x队参加比赛，则此次比赛的总场数为$\frac{x(x-1)}{2}$场，

根据题意列出方程得：$\frac{x(x-1)}{2}=45$，

整理，得：$x^2-x-90=0$，

解得：$x_1=10$，$x_2=-9$（不合题意舍去），

所以，这次有 10 队参加比赛.

答：这次有 10 队参加比赛.

本题的关键在于理解清楚题意，找出合适的等量关系，列出方程，再求解. 需注意赛制是“单循环形式”，需使两两之间比赛的总场数除以 2.

11．108

【分析】本题考查求反比例函数的$k$值. 根据菱形的性质，求出$B$点坐标，即可得出结果.

【详解】解：∵$C$坐标为$(8,6)$，

∴$OC=\sqrt{8^2+6^2}=10$，

∵菱形$OABC$，

∴$BC=OC=10, BC\parallel x$轴，

∴$B(18,6)$，

∴$k=18\times 6=108$；

故答案为：108.

12．$8\sqrt{3}$

【分析】本题考查了线段垂直平分线的性质，菱形的性质，勾股定理，解题的关键是熟练掌握并运用相关知识. 根据线段垂直平分线的性质和菱形的性质得到$AC$、$CE$的长，再根据勾股定理求得$AE$的值，最后根据面积公式解题即可.

【详解】解：∵$AE$垂直平分$BC$，

∴$AC=AB=4$，$BE=CE=\frac{1}{2}BC$，

∵四边形$ABCD$为菱形，

∴$BC=AB=4$，$BE=CE=2$

∴$AE=\sqrt{AC^2-CE^2}=2\sqrt{3}$，

∴$S_{\text{菱形}ABCD}=BC\cdot AE=2\sqrt{3}\times 4=8\sqrt{3}$，

故答案为：$8\sqrt{3}$.

13．1.8

【分析】先根据已知条件证四边形$ABCD$是矩形，得出$AD=BC$，$AD\parallel BC$. 再延长$DA$，$CE$